



การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



อติเรก เฉลียวฉลาด

GRAD VRU

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี
พ.ศ. 2563



A DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL MODEL TO CORRECT
MISCONCEPTIONS IN ALGEBRA FOR LOWER SECONDARY
SCHOOL STUDENTS

ADIREK CHALAEWCHALAD

GRAD VRU

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY
IN CURRICULUM AND INSTRUCTION
GRADUATE SCHOOL
VALAYA ALONGKORN RAJABHAT UNIVERSITY
UNDER THE ROYAL PATRONAGE PATHUM THANI

2020

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
ชื่อนักศึกษา	อดิเรก เฉลียวฉลาด
รหัสประจำตัว	59B74680102
ปริญญา	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา	หลักสูตรและการสอน
ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ฤทัย คลังพหล
กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง
กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อุษา คงทอง

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 2) พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ 3) ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น การวิจัยแบ่งเป็น 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 ศึกษาวิเคราะห์สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ประชากรเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี จำนวน 2,140 คน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 400 คน ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต มีค่าดัชนีความสอดคล้อง 0.86-1.00 ค่าความยากง่าย 0.40-0.59 ค่าอำนาจจำแนก 0.56-0.84 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง ระยะที่ 2 เป็นการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต โดยให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 คน ตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบที่พัฒนาขึ้น เครื่องมือที่ใช้ในการตรวจสอบ ได้แก่ แบบประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบ และระยะที่ 3 เป็นการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ประชากรเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี จำนวน 2,140 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 40 คน ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน ระยะเวลาในการทดลองจำนวน 16 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่ได้จากระยะที่ 1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีค่าดัชนีความสอดคล้อง 0.86-1.00 ค่าความยากง่าย 0.43-0.73 ค่าอำนาจจำแนก 0.25-0.50 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติที

ผลการวิจัยพบว่า

1) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบไปด้วย 1.1) ด้านภาษาและสัญลักษณ์ 1.2) ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 1.3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการและการสรุปผล มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ซึ่งพิจารณาจากค่าไคสแควร์เท่ากับ 33.41 ค่าองศาอิสระ เท่ากับ 23 ค่าระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.074 และค่าดัชนีรากกำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนในการประมาณ เท่ากับ 0.034 โดยเรียงลำดับค่าน้ำหนักขององค์ประกอบจากมากไปหาน้อย ดังนี้ 1.1) ด้านภาษาและสัญลักษณ์ ($B = 0.71$) 1.2) ด้านการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ($B = 0.63$) และ 1.3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการและการสรุปผล ($B = 0.51$)

2) การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 2.1) หลักการของรูปแบบที่เน้นนักเรียนมีส่วนร่วม ลงมือปฏิบัติ สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง รวมทั้งการตรวจสอบ และปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้อง 2.2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ 2.3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบมี 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) และขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) และ 2.4) การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ และผลการประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.50$, S.D. = 0.41)

3) การใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า 3.1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 3.2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($\bar{X} = 28.88$, S.D. = 0.94 จากคะแนนเต็ม 40) 3.3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ 3.4) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($\bar{X} = 28.35$, S.D. = 0.53 จากคะแนนเต็ม 40)

คำสำคัญ : การวิเคราะห์องค์ประกอบ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

Thesis Title	A Development of an Instructional Model to Correct Misconceptions in Algebra for Lower Secondary School Students
Student	Adirek Chalaewchalad
Student ID	59B74680102
Degree	Doctor of Philosophy
Field of Study	Curriculum and Instruction
Thesis Advisor	Associate Professor Dr.Kanreutai Klangpahot
Thesis Co-Advisor	Assistant Professor Dr.Suwana Juithong
Thesis Co-Advisor	Assistant Professor Dr.Usa Kongthong

ABSTRACT

The purposes of this research were to 1) analyze and synthesize the components of algebraic misconceptions for lower secondary school students, 2) develop an instructional model to correct the misconceptions in algebra for lower secondary school students, and 3) evaluate the implementation result of an instructional model to correct the misconceptions in algebra for lower secondary school students. The research consisted of three phases. The first phase; was to study,analyze,and synthesize the components of algebraic misconceptions for lower secondary school students. The population was 2,140 lower secondary students,at a school under the local government organization in Saraburi. The sample group used in this research was 400 secondary school students selected by multi-stage cluster sampling. The research instrument was a diagnostic test in terms of misconceptions in algebra for secondary school students with the index of item objective congruence between 0.86-1.00, the index of difficulty between 0.40-0.59, the values of discrimination between 0.56-0.84, and a reliability value of 0.83. The data were analyzed using a second-order confirmation element analysis. The second phase was to develop an instructional model to correct the misconceptions in algebra for lower secondary school students. The suitability and the possibility of an instructional model were checked by 7 experts. The tool used to examine the suitability of the model was an assessment form. The third phase was to study the results of an instructional model to correct misconceptions in algebra for 2,140 lower secondary school students at a school under the local government organization in Saraburi. The sample was 40 grade 7 students enrolled in the academic year 2019 and selected by multistage cluster sampling. The experiment lasted 16 hours. The tools used to collect data were a diagnostic test about misconceptions in algebra developed in the first phase and a mathematics achievement test, with the conformity index value between 0.86-1.00, the difficulty index value between 0.43 and 0.73, the value of discrimination

between 0.25-0.50, and a reliability value of 0.77. The statistics used to analyze data was mean, standard deviation and t-test.

The results of the research revealed that:

1) The misconceptions in algebra of secondary school students consisted of 3 factors: (1.1) language and symbols, (1.2) the use of definitions, theorems and mathematical properties, and (1.3) the process of operation and conclusion. The factors were consistent with the empirical data, comprising the Chisquare value of 33.41, 23 degree of freedom, a significance level of 0.074 the root mean square error of approximation value of 0.034. The factors were arranged in a descending order as follows: (1.1) language and symbols ($B = 0.71$), (1.2) the use of definitions, theorems and mathematical properties ($B = 0.63$), and (1.3) the process of operation and conclusion ($B = 0.51$).

2) The developed instructional model to correct misconceptions in algebra for lower secondary school students consisted of 4 components, including (2.1) principles of the model focusing on students participation, action taking, self conceptualization, misconceptions checking and correction, (2.2) model objectives, (2.3) the instructional process comprising 5 steps: Step 1 being the connection of conceptions (Connection: C), Step 2 being the construction of algebraic conceptions (Construction: C), Step 3 being the examination of algebraic misconceptions (Check: C), Step 4 being the change of algebraic misconceptions (Change: C), and Step 5 being the examination of algebraic misconception corrections (Check: C), and (2.4) model evaluation. The appropriateness and feasibility of the model were evaluated at a high level ($\bar{X} = 4.50$, S.D. = 0.41).

3) The results of the instructional model to correct misconceptions in algebra were as follows. (3.1) The students who were taught using the instructional model to correct misconceptions in algebra had better conceptions in algebra at significance level of 0.05. (3.2) The students who were taught using the instructional model to correct misconceptions in algebra scored above the minimum criteria of 70 percent at a significance level of 0.05 ($\bar{X} = 28.88$, S.D. = 0.94 full score 40). (3.3) The learning achievement of the students who were taught using the instructional model to correct misconceptions in algebra was higher at a significance level of 0.05. (3.4) The scores of learning achievement of the students who were taught using the instructional model to correct misconceptions in algebra were higher than the minimum criteria of 70 percent at a significance level of 0.05 ($\bar{X} = 28.35$, S.D. = 0.53 full score 40)

Keywords: Factor Analysis, Instructional Model, Misconceptions

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี โดยได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ทัตย์ คลังพหล ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อุษา คงทอง กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ข้อคิดและให้คำแนะนำที่มีคุณค่ายิ่ง อีกทั้งยังคอยให้กำลังใจในการเรียน การทำวิทยานิพนธ์และการทำงานด้วยความจริงใจเสมอมา ศิษย์รู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ จันทรเรือง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บงกช นิมิตระกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงศรี ตุ่นทอง คณบดี คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิไล ทองแผ่ ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เมษา นวลศรี ดร.สุพจน์ เกิดสุวรรณ ดร.อภิรัฐ ศิริวารกุล ที่ช่วยกรุณาตรวจสอบ เครื่องมือวิจัย และให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ยิ่งในการปรับปรุงเครื่องมือวิจัย

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.ทวิศักดิ์ จินดานุรักษ์ และอาจารย์ ดร.แสน สมนึก ผู้ทรงคุณวุฒิ และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ที่ได้คำแนะนำในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ ดร.สุพจน์ เกิดสุวรรณ ผู้ทรงคุณวุฒิสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) ที่กรุณาแนะนำในการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติลิสรไลในการวิเคราะห์ข้อมูล

ขอขอบพระคุณผู้บริหารสถานศึกษา สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ทุกท่าน ที่ได้กรุณาให้เก็บรวบรวมข้อมูล ตอบแบบทดสอบและให้ข้อมูลด้านต่าง ๆ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพรักยิ่งแก่คุณพ่อประพันธ์ เฉลียวฉลาด คุณแม่มาลี เฉลียวฉลาด และคุณยายเลี้ยง สุขสำราญ ที่คอยสอบถาม ให้คำปรึกษา ให้กำลังใจ คอยห่วงใย และส่งเสริมสนับสนุน ทุก ๆ ด้านสำหรับการศึกษาต่อในครั้งนี้ ทำให้ผู้วิจัยมีกำลังใจและแรงผลักดันสู่ความสำเร็จในการศึกษาครั้งนี้มาโดยตลอด รวมถึงญาติพี่น้องทุก ๆ คนที่คอยสอบถาม ห่วงใยให้ข้าพเจ้าเกิดแรงกระตุ้นที่จะประสบความสำเร็จในการศึกษาต่อครั้งนี้เช่นกัน

สุดท้ายนี้ คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ แต่บิดา มารดา ญาติผู้ใหญ่ ครูบาอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้วางรากฐานการศึกษาและประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งประสบความสำเร็จในการศึกษาครั้งนี้

อดิเรก เฉลียวฉลาด

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 คำถามของการวิจัย.....	3
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
1.4 กรอบแนวคิดการวิจัย.....	4
1.5 สมมติฐานของการวิจัย.....	8
1.6 ขอบเขตของการวิจัย.....	8
1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	11
1.8 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	12
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
2.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น.....	14
2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	18
2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	29
2.4 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	69
2.5 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	81
2.6 แนวคิด ทฤษฎี และหลักการสอนที่นำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	85
2.7 รูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	97
2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	118
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	131
3.1 ระยะเวลาที่ 1 เพื่อวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียน ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	131
3.2 ระยะเวลาที่ 2 เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	145
3.3 ระยะเวลาที่ 3 การศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	147

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	155
4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 1.....	155
4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 2.....	170
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 3.....	178
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	181
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	181
5.2 การอภิปรายผล.....	183
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	191
บรรณานุกรม.....	192
ภาคผนวก.....	216
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบเครื่องมือ.....	217
ภาคผนวก ข แบบประเมินคุณภาพองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางพีชคณิต.....	220
ภาคผนวก ค รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	222
ภาคผนวก ง คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น...	225
ภาคผนวก จ แบบประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	292
ภาคผนวก ฉ แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น.....	295
ภาคผนวก ช ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ.....	298
ประวัติผู้วิจัย.....	311

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 การสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	103
2.2 การสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	116
2.3 การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	117
3.1 จำนวนกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามโรงเรียน.....	135
3.2 สรุปลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์.....	139
3.3 แสดงแบบแผนการวิจัย.....	148
4.1 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต.....	157
4.2 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญองค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์.....	157
4.3 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญองค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์.....	158
4.4 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญองค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุป.....	158
4.5 ค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรแฝงที่ใช้วัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	159
4.6 เมทริกซ์ค่าสหสัมพันธ์ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของตัวแปรสังเกตได้ขององค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต.....	160
4.7 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษาและสัญลักษณ์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	161
4.8 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	163
4.9 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	165

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.10 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองของโมเดลการวัดองค์ประกอบของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	167
4.11 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องกลมกลืนอันดับที่สองของโมเดลองค์ประกอบของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กับข้อมูลเชิงประจักษ์.....	169
4.12 ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสมและความ เป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	174
4.13 ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสมและความ เป็นไปได้ของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	176
4.14 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต.....	178
4.15 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม.....	179
4.16 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนต้นระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตาม รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต.....	179
4.17 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม.....	180

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1.1	กรอบแนวคิดโครงสร้างองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต.....	5
1.2	กรอบแนวคิดระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต	7
1.3	กรอบแนวคิดระยะที่ 3 ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	8
3.1	ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย.....	149
4.1	ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษาและสัญลักษณ์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	162
4.2	ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	164
4.3	ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	166
4.4	ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	170
4.5	รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	173



GRAD VRU

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดอย่างเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) จากความสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อการพัฒนาคุณภาพมนุษย์โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment) จึงได้กำหนดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้หลัก และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วยสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

พีชคณิตเป็นสาระที่มีสาระหนึ่งของคณิตศาสตร์ตั้งที่นักการศึกษาด้านคณิตศาสตร์หลายท่านให้ความสำคัญในการเรียนการสอนพีชคณิตจนเกิดเป็นคำขวัญว่า “Algebra for All” และเกิดเป็นคำพูดว่า “Algebra for Everyone” (วิชญ์ นภาพันท์, 2551) นักเรียนทุกคนควรเรียนทางพีชคณิต ทั้งนี้เนื่องมาจากวิธีการและแนวคิดของพีชคณิตจะช่วยสนับสนุนงานทางคณิตศาสตร์ เช่น ทางด้านเครือข่ายการติดต่อสื่อสาร ทางด้านกฎหมายฟิสิกส์ เปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นประตูสู่ความสำเร็จของการศึกษาทางคณิตศาสตร์ในทุกสาขา พีชคณิตถูกจัดให้เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มีความสำคัญเป็นพื้นฐานอันสำคัญ และมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง เป็นพื้นฐานอันสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง และวิทยาการหลายแขนง เป็นเครื่องมือของนักเรียนทุกคนในการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Cai, 2004; กระทรวงศึกษาธิการ, 2551; วิจิตรา ใจชื่อ, 2556) นอกจากนี้ทางสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ได้ให้ความสำคัญของความสามารถทางพีชคณิตว่ามีส่วนในการดำเนินชีวิตของบุคคลทั้งในการประกอบอาชีพ และเตรียมตัวศึกษาต่อในระดับสูงขึ้นไป ดังนั้นการเรียนรู้พีชคณิตจึงเป็นเป้าหมายที่สำคัญของนักเรียนทุกคนในฐานะที่จะเป็นพลังอันสำคัญในการเรียนรู้ นักเรียนควรได้รับการปลูกฝังให้นักเรียนสนใจในการสร้างความเข้าใจ เห็นความสำคัญ และประโยชน์ของพีชคณิต

เมื่อพิจารณาการวิเคราะห์การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ย้อนหลัง 3 ปีการศึกษา (พ.ศ. 2559-พ.ศ. 2561) ตามสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 พบว่า พี่ชคณิตมีผลการสอบในระดับประเทศได้ค่าเฉลี่ยร้อยละ 38.58, 30.04 และ 26.80 นอกจากนี้ระดับจังหวัดสระบุรี ได้ค่าเฉลี่ยร้อยละ 36.25, 28.90 และ 25.51 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2562) ซึ่งรายงานผลการประเมินดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้พี่ชคณิตของนักเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ ควรได้รับการปรับปรุง การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับต้องปรับปรุงนั้น อาจเนื่องมาจาก นักเรียนขาดเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นสิ่งสำคัญจำเป็นมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ (Cockburn & Littler, 2010; อัมพร ม้าคะนอง, 2558; วัชรา เล่าเรียนดี, 2556; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) ดังนั้นนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะสามารถเชื่อมโยง มีความสามารถในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น ด้วยความสำคัญดังกล่าว จึงกล่าวได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจำเป็นต้องมี ครูคณิตศาสตร์จึงพยายามพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ทุกคน แต่ในความเป็นจริงพบว่าแม้ นักเรียนจะได้รับการสอนจากครูคนเดียวกันในเวลาเดียวกัน ก็ยังมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ อาจเนื่องมาจากความแตกต่างของนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา ความถนัด ความสนใจ รวมทั้งความบกพร่องในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งนำไปสู่ปัญหาที่สำคัญของนักเรียนได้แก่ การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) เป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความเกี่ยวกับภาษา และสัญลักษณ์ การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ ขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล หรือลักษณะทั่วไป หรือผลของการตีความที่ไม่สอดคล้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนยังมีบางสิ่งที่ยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไรก็จะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้โดยเฉพาะในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีความต่อเนื่อง มีความซับซ้อนและมีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งการทราบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนจะเป็นข้อมูลย้อนกลับในการปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นข้อมูลในการวางแผนพัฒนาการเรียนรู้อีกเพื่อแก้ไขและหลีกเลี่ยงไม่ให้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ตลอดจนแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เหล่านี้มีความสำคัญมากในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางในการช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาและพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

(เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร, 2557; Li, 2006) ดังนั้นผู้วิจัยเห็นว่าหากมีการศึกษาเกี่ยวกับโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตจะทำให้ครูทราบว่ามีนักเรียนมักมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตอย่างไร จะได้นำไปปรับปรุง และแก้ไข เพื่อให้มีนักเรียนมีโมทัศน์ที่ถูกต้อง ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นไป ซึ่งจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า ยังไม่พบงานวิจัยที่พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยทำการศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต แล้วนำผลการศึกษาไปพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และทำการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

1.2 คำถามของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีคำถามของการวิจัย ดังนี้

1.2.1 องค์ประกอบของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีอะไรบ้าง

1.2.2 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีลักษณะและองค์ประกอบอย่างไร

1.2.3 ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นอย่างไร

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.3.1 เพื่อศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.3.2 เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.3.3 เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.4 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องนำมาสร้างกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้

1.4.1 ระยะเวลาที่ 1 เพื่อศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์จากเอกสาร แนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักการศึกษา ได้แก่ เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์ (2545) ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552) เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2552) สุวิมล เสวกสุริยวงศ์ (2553) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) อรรถโกวิท ไชยประเสริฐ (2555) วราพร นครพันธ์ (2556) ชัชชัย คงคาหลวง (2556) ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว (2557) พรพิมล ยิ่งฉิม (2557) สุปราณี บุระ (2557) นวพล นนทภา (2557) นวพล นนทภา (2559) สิริพร ทิพย์คง (2558) สุมาลี มีสกุล (2558) อัมพร ม้าคนอง (2558) ปิยัญฐ ชัยเพ็ญ (2559) เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ปางณภา ทูลมาลา (2559) มนัสสิริ อินทร์สวาท (2559) ไพรัช จันทรงาม (2559) ณิชภาพร เจริญวานิชกูร (2560) ศักดา กิ่งไก่อ (2560) สุทธารัตน์ บุญเลิศ (2560) อภิชัย ลิ้มสุวิชาโน (2561) ณรงค์ฤทธิ์ ฉายา (2561) นภสร เรือนโรจน์รุ่ง (2561) ราดาร์ส (Radatz, 1979) ออง และริม (Ong & Lim, 1987) ไช และอัง (Chai & Ang, 1987) โมลโซวิทซ์ ฮาดาร์ แซส แววสคิ และอิบาร์ (Movshovitz-hadar, Zaslavsky, & Inbar, 1987) บูธ (Booth, 1988) สเตซี่ร์ และเกรเกอร์ (Stacey & MacGregor, 1997) บาร์เซลโล (Barcellos, 2005) เบน-เฮอร์ (Ben-Hur, 2006) ลี (Li, 2006) 37) แอชล็อก (Ashlock, 2010) เรค (Rakes, 2010) ไคฟาโรว์ (Ciofalo, 2010) ทิตัส (Titus, 2010) ริซาฮิน และโซยลู (Sahin & Soyulu, 2011) อีโกดวัตต์ (Egodawatte, 2011) บูธ บาร์เบียริ ไอเรอร์ และบาร์เกาะเว (Booth Barbieri, Eyer, & Blagoev 2014) แฟล็กก (Flagg, 2014) นาเซอร์ (Naseer, 2015) โดเฮอร์ตี้ (Dougherty, 2016) มูร์นเกียร์ (Mulungyery, 2016) อิดริซุ อบูการ์ และโบร์กี (Idrisu, Abukar & Boakye 2017) ชนิพเพอร์ แม็คคอย (Schnepper & Mccoy, 2017) ซีไลน์สกี (Zielinski, 2017) และทีคิน ชิระวะ (Tekin-Sirava, 2017) ทำให้ได้แนวคิด และข้อมูลเชิงประจักษ์ที่ชัดเจน ดังนั้นผู้วิจัยได้สรุปเป็นกรอบแนวคิดการวิจัย ดังแสดงในภาพที่ 1.1 ดังนี้



ภาพที่ 1.1 กรอบแนวคิดโครงสร้างองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

1.4.2 ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในระยะที่ 1 ทำให้ทราบองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตและเป้าหมายการพัฒนาเพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ชัดเจนขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นจากการศึกษาหลักการต่าง ๆ ในการพัฒนารูปแบบ และจากการวิเคราะห์ สังเคราะห์หลักการของทฤษฎีการเรียนรู้ต่าง ๆ ประกอบด้วยทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ ทฤษฎีการเรียนรู้ของดินส์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ ทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์น หลักการสอนคณิตศาสตร์ แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ จึงนำองค์ประกอบนั้นมากำหนดขั้นของกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดังแสดงในภาพที่ 1.2





ภาพที่ 1.2 กรอบแนวคิดระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

1.4.2 ระยะที่ 3 การศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเมื่อได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นแล้ว จึงได้นำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง โดยมีกรอบแนวคิดในการวิจัยดังแสดงในภาพที่ 1.3

1.6.1 ระยะที่ 1 เพื่อวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มี 2 ขั้นตอน ดังนี้

1.6.1.1 สอบถามผู้เชี่ยวชาญเพื่อยืนยันผลการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1) กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย เป็นกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในยืนยันผลการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน

1.6.1.2 ทดสอบกับนักเรียนเพื่อวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1) ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นประชากรที่ใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 2,140 คน

2) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เนื่องจากกลุ่มประชากรมีขนาดใหญ่พอที่จะกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากร คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multistage Sampling) จำนวน 400 คน

3) ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย เป็นตัวแปรที่ใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบไปด้วย

3.1) ด้านภาษา และสัญลักษณ์

3.2) ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์

3.3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล

4) ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย เป็นระยะเวลาการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562

5) เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบไปด้วย การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ สมการและคำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.6.2 ระยะที่ 2 เพื่อการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.6.2.1 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย เป็นกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในประเมินความเหมาะสม และความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น คือ ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน

1.6.2.2 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

1.6.2.3 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย เป็นระยะเวลาการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562

1.6.2.4 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบไปด้วย การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ สมการและคำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.6.3 ระยะที่ 3 เพื่อการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.6.3.1 ประชากรที่ใช้ในการทดลอง คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 2,140 คน

1.6.3.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multistage Sampling) จำนวน 1 ห้อง มีนักเรียนจำนวน 40 คน

1.6.3.3 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1) ตัวแปรต้น คือ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2) ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1) มโนทัศน์ทางพีชคณิต ประกอบไปด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

2.1.1) ด้านภาษา และสัญลักษณ์

2.1.2) ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์

2.1.3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล

2.2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย เป็นระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ใช้เวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 16 ชั่วโมง

3) เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบไปด้วย การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ สมการและคำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.7.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยอาศัยแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง หรือหลักการเรียนรู้ที่ยึดถือเพื่อนำไปใช้ในการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต มุ่งองค์ประกอบของรูปแบบประกอบด้วย หลักการของรูปแบบ วัตถุประสงค์ของรูปแบบ กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ และการประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ โดยมีกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) หมายถึง การทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ทางพีชคณิตโดยครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์แล้วใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนทบทวน และสรุปมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และครูทำการตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยครูนำเสนอโมโนทัศน์ทางพีชคณิต ให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีลำดับไม่ตายตัวสามารถพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าคือ 1) ตีความหมายด้านภาษา สัญลักษณ์ 2) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) การสรุปขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล จนเกิดความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิตได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) หมายถึง การให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อเป็นการตรวจสอบว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนด้านใด โดยให้นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจสอบมโนทัศน์ร่วมกัน แล้วให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอโมโนทัศน์ดังกล่าว และครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) หมายถึง ครูชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้นเกิดจากสาเหตุใด และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยมีหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) หมายถึง การให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกหนึ่งครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและครูจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

1.7.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเกิดมาจากการเรียนรู้ และสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ หลักการ การดำเนินการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.7.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หมายถึง ความเข้าใจในเนื้อหาทางพีชคณิตที่เกินความเป็นจริงหรือน้อยกว่าความเป็นจริงจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อน ระหว่างเรียนหรือหลังจากได้รับการศึกษาเล่าเรียนไปแล้วพิจารณาจาก 3 องค์ประกอบได้แก่ 1) ด้านภาษา และสัญลักษณ์ 2) ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท

และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล ซึ่งตรวจสอบได้จากแบบทดสอบวินิจัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีรายละเอียดดังนี้

1.7.3.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ หมายถึง ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ความหมายของตัวแปรที่ใช้ เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง

1.7.3.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกี่ยวกับความหมายและลักษณะของทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และหลักการในการดำเนินการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง

1.7.3.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล หมายถึง ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา การคิดคำนวณ และการตรวจสอบ และการสรุปผลที่ไม่ถูกต้อง

1.7.4 การปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง การเปลี่ยนแปลงความเข้าใจในเนื้อหาทางพีชคณิตที่เกินความเป็นจริงหรือน้อยกว่าความเป็นจริงจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือให้มีถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์

1.7.5 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ความสามารถที่เกิดจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ของนักเรียน ซึ่งวัดได้จากคะแนนที่นักเรียนตอบแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้

1.8 ประโยชน์ที่ได้รับ

1.8.1 ครูผู้สอนได้ทราบองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีองค์ประกอบใดบ้างเพื่อที่จะนำไปเป็นแนวทางในการออกแบบและดำเนินการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น รวมทั้งยังเป็นตัวอย่างและแนวทางการศึกษาองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนในระดับชั้นอื่น ๆ

1.8.2 ครูผู้สอนได้แนวทางในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน รวมทั้งแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้อง

1.8.3 ผู้เรียนได้รับการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง รวมทั้งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และเกิดการเรียนรู้ได้เต็มตามศักยภาพที่แท้จริง

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งขอเสนอสาระสำคัญตามลำดับดังนี้

2.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.1.1 สาระหายหลักสูตร

2.1.2 สาระการเรียนรู้

2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

2.1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1.5 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.3 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2.2.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.3.1 ความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.3.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอน

2.3.3 สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.3.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.3.5 องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.4 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.4.1 ความหมายของการวินิจฉัย และแบบทดสอบวินิจฉัย

2.4.2 ความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัย

2.4.3 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

2.4.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

2.5 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.5.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.5.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- 2.6 แนวคิด ทฤษฎี และหลักการสอนที่นำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 2.6.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
 - 2.6.2 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์
 - 2.6.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่
 - 2.6.4 ทฤษฎีการเรียนรู้ของดิวอี้
 - 2.6.5 ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์
 - 2.6.6 ทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลทัน
 - 2.6.7 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.6.8 แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 2.7 รูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 2.7.1 ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 2.7.2 องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 2.7.3 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 2.7.4 ประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 2.7.5 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์
- 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 2.8.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 2.8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

2.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้คำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญนั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ และการสื่อสารอย่างปลอดภัย การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้

มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน และเมื่อจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

2.1.1 เป้าหมายหลักสูตร

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบหลักสูตร ดังนี้

- 1) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎีในสาระคณิตศาสตร์ที่จำเป็น พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ได้
- 2) มีความสามารถในการแก้ปัญหา สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยง ให้เหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์
- 3) มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ตลอดจนการประกอบอาชีพ
- 4) มีความสามารถในการเลือกใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูลที่เหมาะสมเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้การสื่อสาร การทำงาน และการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

2.1.1 สาระการเรียนรู้

ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ 3 สาระได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยผู้เรียนจะได้เรียนรู้สาระสำคัญดังนี้

1) จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนการใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2) การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตการนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3) สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติสามมิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

จากการศึกษาความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง และหลักสูตรได้กำหนด พืชคณิตเป็นสาระการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

2.1.2.1 สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวนผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการสมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน ลำดับ และอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการอธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

2.1.2.2 สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

2.1.2.3 สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้นความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2.1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

1) ด้านการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ การวางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2) ด้านการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายสรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3) ด้านการเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4) ด้านการให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผลรับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้ง เพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5) ด้านการคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

2.1.4 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีดังนี้

1) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

4) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

5) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

6) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

7) มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิตตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

8) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ และใช้ความรู้ ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ

9) มีความรู้ความเข้าใจเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

10) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการรูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

11) มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

12) มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

13) มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

14) มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่องและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

15) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็น และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้ สมเดช บุญประจักษ์ (2551) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการสรุปความคิดที่เหมือน ๆ กัน ซึ่งเป็นความคิดที่ได้จากประสบการณ์หรือจากประสบการณ์ที่เกิดขึ้น มีกฎที่แน่นอน ตรวจสอบได้ว่าสิ่งที่คิดนั้นเป็นจริงหรือถูกต้องหรือไม่

สมนึก ภัททิยธนี และปาหนัน ภัททิยธนี (2556) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับบทนิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีบทมักจะมีความคล้ายคลึงจนบางครั้งเป็นเรื่องเดียวกันแยกไม่ออกทั้งนี้เพราะส่วนใหญ่สิ่งเหล่านี้กล่าวขึ้นในลักษณะของความคิดมโนทัศน์ คือ สามารถทดลอง พิสูจน์จนพบแนวโน้มอนุกรมของสิ่งที่กล่าวถึงโดยลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะมีลักษณะดังนี้

1. การหาหลักการของเรื่อง เป็นการหาหลักการของเรื่องราวหรือเหตุการณ์ หรือมีลักษณะที่ปรากฏให้เห็นมาแล้วอย่างน้อย 2 ครั้ง จึงจะสามารถมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นได้ ถ้าสิ่งใดมีเพียงขึ้นเดียวหรือเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นเพียงครั้งเดียว เรื่องนั้นก็ไม่มีมโนทัศน์ สูตร กฎ บทนิยาม สัจพจน์ในทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เกิดขึ้นในลักษณะของมโนทัศน์

2. การขยายคติหรือหลักการของเรื่อง เป็นการนำหลักการของเรื่องที่ได้ขึ้นไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ให้ไกลออกไปจากเรื่องเดิม หรือสามารถโยงความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ไปสู่วิชาอื่น ๆ

เวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร (2557) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่สามารถจัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าเป็นพวกเดียวกันโดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์รวมทั้งสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกันได้

ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว (2557) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับหลักการ แนวคิดที่สำคัญ และโครงสร้างของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

โดยครอบคลุมความรู้เรื่องมนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎหรือหลักทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเหตุผล หรือที่มาของขั้นตอนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ และความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

วัลลภา บุญวิเศษ (2558) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด และความเข้าใจในความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการสังเกต หรือจากประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ การมองเห็นความสัมพันธ์และโครงสร้าง ทำให้สามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมาย และสามารถจัดประเภทของสิ่งที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน

สิริพร ทิพย์คง (2558) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสังเกต การคิด การรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส และประสบการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ทำให้สรุปเป็นความหมายหรือบทนิยามของเรื่องนั้น ๆ

อัมพร ม้าคะนอง (2558) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง มนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม อนิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

สายพิน ล้ำเลิศ (2558) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจในเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความคิดนามธรรมที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหานั้น และสามารถสรุปความคิดหรือความเข้าใจออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม สมบัติหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้

ปพนวัจน์ ฤกษ์สิริบุญโชค (2558) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ หรือความเข้าใจของสิ่งใดสิ่งหรือหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการเรียนรู้โดยผ่านประสบการณ์ต่าง ๆ จนนำไปสู่การได้ข้อสรุปที่เป็นสาระสำคัญของเรื่องนั้น และสามารถแยกแยะได้ว่าสิ่งใดเป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดสำคัญนั้น และสามารถนำความคิดสำคัญที่ได้ไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2559) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งใดก็ตามที่จัดเป็นมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สิ่งนั้นต้องมีความเหมาะสมเฉพาะที่สำคัญจนผู้เรียนสามารถใช้สมบัติเฉพาะที่สำคัญนั้นเป็นเกณฑ์ในการจำแนกว่าอะไรเป็นหรืออะไรไม่เป็นพวกเดียวกันกับสิ่งนั้น

ศิริพร ไชยศรี (2559) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ ซึ่งสามารถสรุปออกมาให้อยู่ในรูปของบทนิยาม กฎ ทฤษฎีบท หรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

มนัสสิริ อินทร์สวาท (2559) ได้ให้ความหมายของมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาทางวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้หรือประสบการณ์ สามารถสรุปแยกแยะ หรือจัดกลุ่มความคิด ตัวอย่าง เหตุการณ์ที่เป็นทั้งนามธรรมหรือรูปธรรมได้

สุวิทย์ ไวยกุล (2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกตหรือ การได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติของวิชา คณิตศาสตร์

ชลกานต์ ชมภู (2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตรบทนิยาม ที่ผู้เรียนสามารถจำแนกความเข้าใจโดยใช้ คำพูด สัญลักษณ์หรือชื่อมโนทัศน์นั้น ๆ ได้

ศิวารักษ์ พรหมรักษา (2560) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่เป็นนามธรรมที่เป็นข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของสิ่งต่าง ๆ เกี่ยวกับวิชา คณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้บุคคลสามารถจัดสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์เหมือนกันเข้า เป็นพวกเดียวกันได้

นวนพล นนทภา (2560) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดที่เป็นนามธรรมที่เกิดจากความเข้าใจที่เกิดจากกระบวนการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับความรู้ทางวิชา คณิตศาสตร์ ด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ โดยนักเรียน สามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยามทางคณิตศาสตร์ การจัดกลุ่มสิ่งของหรือ เหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่าง

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือ ความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็น ความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

คิลแพทริค สวาฟฟอร์ด และฟินเดลล์ (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001) ได้ ให้ความหมายของความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ การดำเนินการ และความสัมพันธ์

ชาร์ลเวิร์ท (Charlesworth, 2005) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กรอบความรู้ที่สร้างขึ้นจากการจัดประเภทการจำแนกประเภทของข้อมูลโดยนักเรียน

อีโกดาวัตต์ (Egodawatte, 2011) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเชื่อที่เกี่ยวกับทฤษฎี ความหมาย และคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ได้รับการยอมรับใน รายวิชาคณิตศาสตร์

มูร์นเกียร์ (Mulungye, 2016) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเชื่อเกี่ยวกับทฤษฎี ความหมาย และคำอธิบายที่ได้รับการยอมรับในวิชาคณิตศาสตร์

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเกิดมาจากการเรียนรู้ และสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ หลักการ การดำเนินการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์

2.2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นครูย่อมมีความคาดหวังว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนในสิ่งที่ครูสอนไปแล้ว จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่ดีนั้น ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ดังนักรักศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งานกล่าวคือ นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีมักสามารถเรียนรู้ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

สมนึก ภัททิยธนี และปาหนัน ภัททิยธนี (2556) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อไปพบปัญหาใหม่ในทำนองนั้นอีกก็ไม่ต้องเสียเวลาไปค้นคว้าตั้งแต่ต้นขึ้นมาใหม่ เช่น ถ้าเข้าใจสูตรการหาเส้นรอบวงและพื้นที่รูปวงกลมแล้วเมื่อไปพบโจทย์แบบนั้นเข้าอีกก็จะคิดตอบได้โดยง่าย นับว่าช่วยให้คิดหาคำตอบได้รวดเร็ว

2. ช่วยให้เข้าใจสิ่งอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับเรื่องนั้นได้ง่ายและชัดเจนขึ้น เช่น ถ้านักเรียนจับหลักการของเรื่องรูปวงกลมได้ ก็จะสามารถเรียนเรื่องพื้นผิวหรือปริมาตรของทรงกระบอกได้ง่ายและเข้าใจลึกซึ้งขึ้นหรืออาจจะขยายหลักการไปสู่เรื่องของกรวยได้

3. ถ้าใครจับหลักการของเรื่องใดเรื่องหนึ่งได้แล้ว ก็สามารถวางแผนหรือกับโครงการของเรื่องนั้นได้ง่ายและถูกต้องมากขึ้น เช่น ถ้ามโนทัศน์สามเหลี่ยมมุมฉาก หรือสามเหลี่ยมพีทาโกรัสก็สามารถตรวจสอบสามเหลี่ยมใด ๆ ว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือไม่ได้ง่าย และคิดวิธีหาพื้นที่สามเหลี่ยมรูปนั้นได้รวดเร็วถูกต้อง

4. ช่วยเสริมสร้างความคิดให้เป็นคนมีเหตุผล หากมีมโนทัศน์ในวิทยาการใด ๆ ก็ตามจะช่วยให้ผู้นั้นแก้ปัญหา คาดการณ์ จัดอันดับความสำคัญและความสัมพันธ์ของเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากขึ้น ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้จะเป็นต้นทางนำไปสู่ความสามารถด้านการวิเคราะห์ สังเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ต่อไปข้างหน้าอีกด้วย

5. มโนทัศน์ทำให้เกิดการรู้จักจริง การรู้แจ้งเห็นจริงทำให้เกิดความเชื่อ และมั่นใจ และจากความเชื่อนี้จะส่งผลให้ผู้นั้นประพฤติปฏิบัติตามหลักวิชา เป็นคนมีจรรยาบรรณแห่งวิชาชีพเป็นคนมีแก่นสาร มีเจตคติที่พึงปรารถนาของสังคมหรือของประเทศชาติ

อัมพร ม้าคะนอง (2558) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีส่วนสำคัญมากในการเรียนรู้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อนไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้การแปลความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนอาจไม่สามารถใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยแก้ปัญหาได้ทันทีแต่อาจต้องการความเข้าใจหรือมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ มาประกอบการคิด และที่สำคัญปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ต้องการกระบวนการแก้ปัญหาตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีขั้นตอนเฉพาะใด ๆ

ในการแก้ปัญหาแต่ต้องใช้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างสมเหตุสมผล ประกอบกัน

สายพิณ ล้ำเลิศ (2558) ได้สรุปความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่ามโนทัศน์ เป็นรากฐานของความคิดการเรียนรู้ เป็นกรอบความคิดพื้นฐานที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความคิดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์และสิ่งต่าง ๆ ได้ ถ้าผู้เรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีก็จะทำให้สามารถต่อยอดมโนทัศน์นั้นให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ได้ และทำให้สามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อีกด้วย

สุวิทย์ ไวยกุล (2559) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ คือ ช่วยลดความซับซ้อนของเนื้อหาช่วยการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น สามารถนำไปใช้ได้โดยไม่ต้องเรียนซ้ำช่วยในการแก้ปัญหา และรู้จักการแก้ปัญหาในการเรียน การสอน

สาวิตรี จุ้ยทอง (2559) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนรู้ในชีวิตประจำวันช่วยลดความซ้ำซ้อนของ เหตุการณ์ทำให้สามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ เป็นหมวดหมู่ได้ตลอดจนช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากเช่นกัน เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นพื้นฐานของการ ประยุกต์ใช้ร่วมกับกระบวนการทักษะต่าง ๆ เพื่อที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่เหมาะสมได้โดยทักษะ ทางการคิดคำนวณนับว่ามีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งในการฝึกทักษะจะต้องมีความ เข้าใจเป็นพื้นฐาน โดยจะต้องเข้าใจมโนทัศน์ก่อนแล้วจึงฝึกทักษะเพื่อให้ผู้เรียนสามารถคิดคำนวณได้ ง่ายและรวดเร็ว อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้หรือเชื่อมโยงความรู้ในระดับสูงต่อไปอีกด้วย

ปาฮามี อาแว (2560) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าถ้า นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องนักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ศิวารักษ์ พรหมรักษา (2560) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่ามีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของมนุษย์ การพัฒนาความคิด และนำ ความรู้ไปใช้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและในการนำ คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

เดอ เซคโค (De Cecco, 1968) ได้กล่าวถึงความสำคัญมโนทัศน์สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการ จัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหา มากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องนั้นต้องอาศัยด้านการสื่อสารในรูปการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

ออซูเบล (Ausubel, 1968) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่าเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อสาร ความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

จอห์น (John, 2004) ได้กล่าวถึงความสำคัญมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ทำให้สามารถสร้างความรู้ใหม่
2. ส่งเสริมการจำ
3. เพิ่มความสามารถในการถ่ายโยงความรู้
4. เพิ่มความสามารถในการถ่ายโยงความรู้
5. มีอิทธิพลต่อความเชื่อ

จากแนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นว่ามโนทัศน์มีความสำคัญเนื่องจากเป็นพื้นฐานสำคัญการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหา หรือในการใช้งาน

2.2.3 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นับได้ว่ามีส่วนสำคัญต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องย่อมสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ตลอดเวลา ดังนั้นผู้สอนจึงควรทราบแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างเหมาะสมอยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนจะได้นำไปใช้ในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น รวมทั้งนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน นักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

อัมพร ม้าคะนอง (2558) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมายจำเป็นสำหรับกระบวนการคิด การใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ ควรให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเองเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงควรเกิดจากความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำ ซึ่งอาจลืมได้โดยง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2. การพัฒนาการคิดลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาผู้เรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้นจึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะต้องมีการประเมินพฤติกรรมของ

ผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่ หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4. การเลือกใช้สื่อที่ส่งเสริมการเรียนรู้ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ให้อื้อต่อการใช้สื่อและนวัตกรรมเหล่านั้น

5. ประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งการประเมินรายบุคคลและประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

6. พยายามให้ผู้เรียนทำกิจกรรมที่มีการส่งเสริมการคิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียน และไม่ยากเกินกว่าที่ผู้เรียนจะคิดได้

สิริพร ทิพย์คง (2558) ได้เสนอแนวทางการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากการรับรู้ โดยอาศัยประสาทสัมผัส ตา ซึ่งทำให้เกิดการเรียนรู้ร้อยละ 80 และประสบการณ์ของนักเรียนได้เห็น ได้ยิน และได้เรียนรู้มาก่อน

2. นักเรียนนำความรู้เดิมจากประสบการณ์เดิมมาใช้ในการคิดวิเคราะห์ แยกแยะ ความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

3. นักเรียนเริ่มพิจารณาและคิดถึงลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งเร้า

4. นักเรียนตั้งสมมติฐานว่า มโนทัศน์นั้นคืออะไร

5. นักเรียนตรวจสอบสมมติฐานที่กำหนดขึ้น

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) ได้สรุปแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเลือกใช้ตัวอย่างที่ดีเป็นตัวอย่างของลักษณะมโนทัศน์ที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ เพื่อนำมาให้ผู้เรียนได้พิจารณา สามารถสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างหลายตัวอย่างจนสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ และนำมโนทัศน์ที่ได้ตรวจสอบความถูกต้อง จะสามารถพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ ได้

สายพิณ ล้ำเลิศ (2558) ได้สรุปแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ผู้สอนต้องมีการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เหมาะสมในแต่ละมโนทัศน์ที่สอนโดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดหมวดหมู่ แยกประเภท สรุปมโนทัศน์ที่เรียน และสามารถเลือกตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียนอยู่ได้ ซึ่งในการพัฒนามโนทัศน์ให้ผู้เรียนนั้น ควรพัฒนาการจากความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นหลัก เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ตนรู้มาสู่มโนทัศน์ใหม่ในบทเรียนได้

เดอ เซคโก (De Cecco, 1968) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

1. การสัมผัส (Sensation) ผู้เรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้าโดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง

2. การรับรู้ (Perception) เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์ขึ้น

3. การจำ (Memory) หลังจากผู้เรียนได้สัมผัสสิ่งเร้าแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร

4. การจำแนกแยกแยะ (Discrimination) เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้าได้แล้ว ย่อมจะพินิจพิเคราะห์เพื่อจำแนกสิ่งเร้านั้นคืออะไร

5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย (Generalization) หลังจากผู้เรียนพินิจพิเคราะห์และจำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้าแล้วก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้นเรียกว่าเป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งเร้า นั้น ๆ

จากขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ดังกล่าวเดอ เซคโค (De Cecco, 1968) ได้เสนอเป็นวิธีสอนให้เกิดมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้วสามารถทำอะไรได้

2. วิเคราะห์ที่จะสอนว่า ถ้ามโนทัศน์นั้นมีหลายลักษณะครูควรพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลงเน้นลักษณะที่เด่น ๆ และสำคัญโดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายที่ถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบที่ละอย่างในเวลาใกล้เคียงกันหรือพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณา เพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้

7. เสนอตัวอย่างใหม่ทั้งทางบวกและทางลบหลาย ๆ ตัวอย่างมาให้นักเรียนเลือก

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น

9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้อมโนทัศน์นั้น ๆ

จากแนวคิดเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้เสนอไว้สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้นสามารถทำได้หลายวิธีโดยขึ้นอยู่กับหลาย ๆ ปัจจัย เช่น การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีสอน สื่อการเรียนการสอน การพัฒนานวัตกรรม เป็นต้น สำหรับงานวิจัยครั้งนี้จะพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

2.2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละมโนทัศน์นั้น จะต้องมียุทธวิธีขั้นตอนหลายขั้นตอนซึ่งขั้นตอนทั้งหมดที่ใช้ในการสร้างมโนทัศน์เรียกว่ากระบวนการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งมีนักการศึกษาเสนอความคิดเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ต่าง ๆ ไว้ดังนี้

สาวิตรี จุ้ยทอง (2559) ได้สรุปกระบวนการในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยจะเริ่มจากการสังเกตก่อนจากนั้นจึงสร้างนามธรรม คือ จำแนกความแตกต่างหรือหา ลักษณะร่วมของสิ่งนั้นแล้วนำคุณลักษณะที่ร่วมกันมาสรุปเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และนำไปใช้ กับสิ่งที่ต้องสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง โดยการเกิดขึ้นของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางสติปัญญา ซึ่งเกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเห็นการฟัง การอ่าน การพูด การคำนวณ การลงมือทำ การใช้สัญลักษณ์ การใช้นามธรรม และการสรุป ดังนั้นจึง ต้องสร้างแรงจูงใจให้ แก่ผู้เรียนกระตุ้นให้อยากเรียนรู้และเต็มใจที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ครูผู้สอนควรแนะแนวทางให้ผู้เรียนได้สังเกตเห็นองค์ประกอบรวม ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจได้ ง่ายยิ่งขึ้น

ออซูเบล (Ausubel, 1968) ได้สรุปกระบวนการในการสร้างมโนทัศน์ ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเราได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเราที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเราที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มี

อยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด

6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน

7. สรุปครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมด ในกลุ่ม

8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

เบลล์ (Bell, 1978) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่ง สามารถสรุปได้ว่าเป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่าง และไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้อง สามารถจำแนกรูปต่าง ๆ เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะใช้วิธีให้บทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น ฟัง ดู จับต้อง อภิปราย หรือคิด จากสิ่งที่เป็นตัวอย่างหรือสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างและดูสิ่งที่มีสมบัติตรงกันข้าม นักเรียนระดับประถมศึกษา จะจัดอยู่ในขั้นของความคิดที่เป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจะต้องเห็นด้วยตา จับต้องด้วยมือจึงจะเกิด การเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่เรียนขั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้มโนทัศน์โดยวิธีอภิปรายและตรรกะรอง คนที่ เรียนรู้มโนทัศน์แล้ว จะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ออกจากกันได้

ลาสเลย์ และแมทซินสกี (Lasley, & Matczynski, 2002) ได้กล่าวถึงกระบวนการ สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ผลิตข้อมูล (Data Generation) ในขั้นแรกต้องการให้นักเรียนตรวจสอบข้อมูลซึ่งข้อมูลอาจมาจากครูหรือนักเรียน และข้อมูลต้องเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถจัดกลุ่มแยกประเภทตามมโนทัศน์ได้

2. การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นการจัดกลุ่มของข้อมูลที่มีลักษณะร่วมกันเป็นกลุ่มมโนทัศน์เดียวกัน ครูเป็นผู้ตรวจสอบว่านักเรียนทุกคนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ในกลุ่มของข้อมูล

3. การตั้งชื่อกลุ่ม (Labeling) เป็นการตั้งชื่อมโนทัศน์ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งนักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลถึงความสัมพันธ์ของกลุ่มได้

4. การขยายความประเภข้อมูล (Expanding Category) เป็นการสำรวจเกี่ยวกับความหมายและความสัมพันธ์ของแต่ละกลุ่ม นักเรียนได้นำเสนอการจัดประเภท เพิ่มทักษะการคิดให้กับนักเรียน ครูต้องขยายความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียนโดยการระบุข้อมูลเพิ่มเติม และโดยการวิเคราะห์เหตุผลของนักเรียนในการเพิ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

5. การสรุปปิด (Closure) ขั้นสุดท้าย เป็นการสรุปสิ่งที่เรียนรู้เพื่อพัฒนาการและความเข้าใจที่เกิดขึ้นของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ นักเรียนต้องจัดประเภทของข้อมูลให้อยู่ในรูปทั่วไปหรือลักษณะทั่วไป และอธิบายว่าแต่ละกลุ่มมีความสัมพันธ์กับกลุ่มอื่นอย่างไร

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นผลมาจากการรับรู้อย่างเป็นระบบ โดยผ่านกระบวนการต่าง ๆ คือ การมองสิ่งต่าง ๆ เป็นรูปธรรม การรวมกลุ่ม การจัดจำพวก การจินตนาการสิ่งต่าง ๆ เป็นนามธรรม การรับรู้ การย่อ การสรุปครอบคลุม การเห็นลักษณะร่วมแล้วจัดระบบแนวความคิดโดยสามารถแยกแยะสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ มาสัมพันธ์กับความคิดของตนเองให้เป็นมโนทัศน์ใหม่ โดยกระบวนการจะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง ขยายไปพร้อมกับการเพิ่มพูนความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.2.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อผู้เรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการพัฒนามโนทัศน์ การวัดประเมินผลก็เป็นสิ่งสำคัญที่จะสามารถตรวจสอบมโนทัศน์ของผู้เรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกี่ยวกับวิธีการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

สมนึก ภัททิยธนี และปาหนัน ภัททิยธนี (2556) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นการวัดมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาสาระใด ๆ จะแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย และความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย โดยประกอบไปด้วย หลักวิชา หมายถึง หลักการหรือหัวใจของเรื่องราวที่เกิดขึ้นหลาย ๆ มโนทัศน์มารวมกัน และการขยาย หมายถึง การนำหลักการหรือคติดของเรื่องใด ๆ ไปใช้สถานการณ์อื่น ๆ ให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้น ๆ

2. ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง เป็นความรู้เกี่ยวกับหลักการจากหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวกันและสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่เป็นตัวร่วมของบรรดาเนื้อหาเหล่านั้น

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2556) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญกับกระบวนการสร้างความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. อธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ถ้อยคำของตนเอง
2. ระบุหรือให้สิ่งที่เป็นตัวอย่าง (examples) และสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง (non examples) คิดขึ้นมาใหม่ด้วยตนเอง
3. การใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ แผนภาพ หรือสัญลักษณ์ เพื่อแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. การใช้สิ่งแทนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เดียวกัน
5. อธิบายความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ
6. ระบุสมบัติและเงื่อนไขของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
7. เปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
8. เชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เพื่อนำไปอธิบายสถานการณ์ใหม่

ชนาธิป พรกุล (2557) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์มีวิธีวัดได้หลายระดับ ตั้งแต่ระดับง่ายไปถึงระดับที่มีความซับซ้อน ขึ้นอยู่กับการพิจารณาของครูว่าระดับใดเหมาะสมซึ่งแบ่งเป็น 4 ระดับดังนี้

1. ความสามารถในการระบุลักษณะสำคัญ และไม่ใช้ลักษณะสำคัญ
2. ความสามารถในการจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง
3. ความสามารถในการระบุกฎของมโนทัศน์
4. ความสามารถในการใช้มโนทัศน์ในสถานการณ์อื่น

สายพิณ ล้ำเลิศ (2558) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดความเข้าใจในข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นการคิดเชิงนามธรรม และวัดความสามารถในการนำความเข้าใจนั้นไปใช้ของผู้เรียน โดยข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อความเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์โดยไม่ต้องการผลลัพธ์ของปัญหานั้น

ภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล (2558) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดที่มีข้อความเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2559) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เขียนหรือพูดคำจำกัดความของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. แสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. การใช้ตัวแบบ แผนภูมิ และสัญลักษณ์เพื่อแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. อธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างใดอย่างหนึ่งโดยใช้สิ่งแทนมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ สมการ รูป หรือแผนภูมิ
5. แสดงความหมายในมุมมองต่าง ๆ ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
6. ระบุสมบัติต่าง ๆ ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
7. เปรียบเทียบความเหมือนและความต่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สุวิทย์ ไวยกุล (2559) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมีใช้การให้หาผลลัพธ์แต่เป็นการถามถึงข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson, 1971) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดพฤติกรรมผู้เรียนด้านพุทธิพิสัยระดับความเข้าใจโดยใช้การวัดเป็นความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นความเข้าใจของตนเองสามารถนำข้อเท็จจริงของแต่ละเนื้อหาามาสัมพันธ์กันได้

จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่าการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดความเข้าใจการสรุปของสิ่งที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ หลักการ ขั้นตอนวิธีการ และความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ โดยไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.3.1 ความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ความรู้ (knowledge) และความเข้าใจ (understanding) ความเชื่อ (beliefs) ของนักเรียนในทฤษฎี (theories) ความหมาย (meanings) และการอธิบาย (Explanation) จะเป็นพื้นฐานของมโนทัศน์สำหรับนักเรียน และเมื่อมโนทัศน์เหล่านี้มีการขัดแย้งกับความหมายที่ยอมรับในคณิตศาสตร์แล้วมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะเกิดขึ้นและมีคำศัพท์ต่าง ๆ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ใช้ในการอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (misconceptions) มโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อน (preconceptions) มโนทัศน์ทางเลือก (alternative conceptions) ความเชื่อเดิม (naïve beliefs) ความเชื่อทางเลือก (alternative beliefs) มโนทัศน์ไม่ถูกต้อง (flawed conceptions) ขั้นตอนวิธีบกพร่อง (buggy algorithms) และข้อผิดพลาด (errors) ในการศึกษาครั้งนี้ใช้คำว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (misconceptions) ซึ่งมีพื้นฐานทางทฤษฎีที่ครอบคลุมซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังต่อไปนี้

วราพร นครพันธ์ (2556) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจของตัวบุคคลที่มีความเข้าใจไม่สมบูรณ์โดยตัวบุคคล ได้กล่าวไว้ว่า สร้างขึ้นจากความเชื่อ ความรู้ หรือประสบการณ์เดิมที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง

เหล่านั้นอันเกิดจากการสังเกตและประสบการณ์เดิมของนักเรียนที่ไม่สมบูรณ์ทำให้เกิดการเชื่อมโยง และรับรู้ ประสบการณ์ใหม่ ๆ ได้ซึ้งลง หรือไม่เกิดผลเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้เรื่องใหม่ ซึ่งอาจ เกิดขึ้นก่อน ระหว่างหรือหลังจากได้รับการศึกษาเล่าเรียนไปแล้ว

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2557) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล

สิริพร ทิพย์คง (2558) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2558) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึงความคิด ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือเป็นความจริงทางคณิตศาสตร์

เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจความรู้และเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผิดไปจากเดิมหรือบิดเบือนจากความเป็นจริงเกิดจาก ประสบการณ์ไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง

มนัสสิริ อินทร์สวาท (2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจความรู้และเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผิดไปจากเดิมหรือบิดเบือนจากความเป็นจริงเกิดจาก ประสบการณ์ไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง

ไพรัช จันทรงาม (2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความ เข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือ ความรู้ที่ไม่ถูกต้องความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ความคิดสำคัญที่แตกต่างไป จากความเป็นจริงอาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล

นवल นนทภา (2560) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ที่ได้จากประสบการณ์ที่ไม่สมบูรณ์ ความคิด ความเข้าใจที่แตกต่างไปจากหลักการ ทฤษฎี ความคลาดเคลื่อนของกฎหรือการตีความจากการใช้สูตร กฎ ผิด และการสรุปน้อยกว่าความเป็นจริง

วรรณช แหยมแสง (2560) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการวินิจฉัยที่พบว่าผิดประเภท ชนิด บกพร่องด้วยเหตุผล

แอชล็อค (Ashlock, 2010) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผลของ การตีความของนักเรียนที่ยังมีบางสิ่งยังไม่ได้เข้าใจอย่างชัดเจน

ค็อค และลิตเลอร์ (Cockburn & Littler, 2010) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง การใช้สูตร กฎ ผิด การสรุปที่เกินความเป็นจริงหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความคิดที่คลาดเคลื่อนหรือนักเรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนคิดยังไม่ชัดเจนความคิด ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือเป็นความจริงทางคณิตศาสตร์

อีโกดาวัตต์ (Egodawatte, 2011) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อที่ขัดแย้งเกี่ยวกับทฤษฎี ความหมาย และคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ได้รับการ ยอมรับในวิชาคณิตศาสตร์

ลูเก้ (Luka, 2013) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง คุณสมบัติที่ไม่ถูกต้องของความรู้ของนักเรียนที่ทำซ้ำได้และชัดเจน

โอโจเซ (Ojose, 2015) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจผิด และการตีความผิดทำให้ได้ความหมายที่ไม่ถูกต้อง และกำหนดทฤษฎีไม่มีความสมเหตุสมผล

มิลเลอร์ (Miller, 2015) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง เหตุผลที่ไม่ถูกต้องเนื่องจากความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์หรือไม่ถูกต้องแนวคิดทางคณิตศาสตร์

โมฮุดดีน และคาลิล (Mohyuddin & Khalil, 2016) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดที่ผิดหรือไม่เหมาะสมของแนวคิด กฎที่ผิดพลาดโดยไม่อ้างอิงถึงเนื้อหาแนวคิดหรือความหมายผิดพลาด

มูร์นเกียร์ (Mulungye, 2016) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อของนักเรียนที่ขัดแย้งเกี่ยวกับทฤษฎี ความหมาย และคำอธิบายที่ได้รับการยอมรับในวิชาคณิตศาสตร์

แอสเคนอะซี (Ashkenazi, 2017) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจ แนวคิดและวิธีการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องโดยฝังรากใต้สำนึกของนักเรียน

สมุก (Smoak, 2017) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ข้อสรุปที่ผิดพลาดที่เกิดจากความคิดที่ผิดพลาดหรือข้อเท็จจริงที่ผิดพลาด

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความเข้าใจความรู้และเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกินความเป็นจริงหรือน้อยกว่าความเป็นจริงจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ โดยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อน ระหว่างหรือหลังจากได้รับการศึกษาเล่าเรียนไปแล้ว

2.3.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอน

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนไว้ดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนว่า การที่เราทราบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้าง และคลาดเคลื่อนอย่างไร จะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวังไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557) ได้กล่าวถึง ความจำเป็นต้องมีการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เพื่อให้ผู้เรียนได้รู้ว่าตนเองมีจุดบกพร่องตรงไหน และครูผู้สอนก็สามารถรู้ถึงสาเหตุที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน รวมทั้งสามารถนำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียนอีกด้วย

ปิยัญฐ ชัยเพ็ง (2559) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนว่ามีผลต่อการเรียนการสอนความคลาดเคลื่อนเกิดจากประสบการณ์จากการเรียนรู้ที่ผิด ผู้เรียนไม่ทราบว่าได้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนขึ้นแล้วทำให้นักเรียนเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้เรื่องต่อไปและยากต่อการเปลี่ยนแปลงทำให้เป็นอุปสรรคในการเรียนเนื้อหาใหม่ เมื่อเรียนเนื้อหาใดก็จะนำความรู้เดิมมาใช้แก้ปัญหา โดยไม่ทราบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอยู่

นวนพล นนทภา (2560) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนเกิดขึ้นได้ง่ายจากประสบการณ์เดิม หรือความเชื่อที่ผิด หรือความรู้จากการรับรู้ในห้องเรียนที่คลาดเคลื่อนเมื่อเกิดขึ้นแล้วจะขยายวงกว้างไปกระทบกับการเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อไป ยากต่อการเปลี่ยนแปลง

แอชคินะซี (Ashkenazi, 2017) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนว่าถ้าเราสามารถคาดการณ์ข้อผิดพลาด จะสามารถปรับวิธีการสอนเพื่อหลีกเลี่ยงได้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากการรับรู้ในห้องเรียนที่คลาดเคลื่อนเมื่อเกิดขึ้นจะส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจเนื้อหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกันหรือเนื้อหาในระดับที่สูงขึ้น โดยเฉพาะในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความต่อเนื่อง และมีลักษณะเป็นธรรมชาติ ดังนั้นการที่เราทราบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้าง และคลาดเคลื่อนอย่างไรจะเป็นประโยชน์ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.3.3 สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เวชฤทธิ์ อังกะษัทรขจร (2557) ได้กล่าวว่าการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเนื่องมาจากสาเหตุความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิหรือนักปราชญ์ในอดีต ตำราที่เขียน ไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ไม่ถูกต้อง ปัญหาในเรื่องภาษาที่ใช้ในเชิงวิชาการกับชีวิตประจำวัน การได้รับความรู้จากครูที่ไม่เข้าใจเพียงพอในมโนทัศน์ที่สอน นอกจากนี้อาจเป็นเพราะระดับความรู้ วุฒิภาวะ และพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียนยังไม่เพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ที่ยากเกินความสามารถได้

นางลักษณ์ วิรัชชัย (2557) ได้กล่าวว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. การสอนของผู้สอนที่คลาดเคลื่อน
2. การเรียนของผู้เรียนที่ขาดการพิจารณา
3. ตำราที่คลาดเคลื่อนไม่ถูกต้อง ทำให้สับสน ไม่เข้าใจ ไม่รู้เรื่อง ซึ่งก่อให้เกิดผลเสีย

คือ อันตรายต่อผู้เรียนทำให้สูญเสียโอกาสในการพัฒนาศักยภาพ อันตรายต่อผู้สอน ทำให้เสียงาน ทำให้เสียหน้า และอันตรายต่อสังคมซึ่งผลงานที่คลาดเคลื่อนไม่สมบูรณ์จะส่งผลให้เกิดความเสียหายเมื่อนำไปใช้ เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2558) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากสาเหตุดังนี้

1. ขาดความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับเครื่องหมายและลักษณะของมโนทัศน์
2. ละเลยในเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์
3. ขาดการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์

นพพล นนทภา (2560) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจ ความเชื่อของนักปราชญ์ จากตำราเรียน จากการทำกิจกรรมความไม่พร้อมทางวุฒิภาวะและพัฒนาการทางสติปัญญา วิธีการสอนโดยครู เกิดจากประสบการณ์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริงขัดแย้งกัน การแก้ปัญหา การแปลความหมายจากความเข้าใจที่ผิดของนักเรียน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนขาดความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับเครื่องหมายและลักษณะของมโนทัศน์ การละเลยในเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์ ขาดการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ คำอธิบาย ตำราเรียน การทำกิจกรรมความไม่พร้อมทางวุฒิภาวะและพัฒนาการทางสติปัญญา และวิธีการจัดการเรียนรู้ของครู

2.3.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาเสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ว่าควรมีการวิเคราะห์ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้าง และคลาดเคลื่อนอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวังไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การจัดการจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น และในการจัดการเรียนรู้ควรอธิบายขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความระมัดระวังตั้งแต่ขั้นเตรียมการสอน ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นประเมินผลว่านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องหรือไม่ ในขั้นเตรียมการสอนครูควรมีการศึกษาเนื้อหาและวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องเนื้อหา เพื่อที่จะพัฒนามโนทัศน์ให้นักเรียนได้อย่างครบถ้วนและถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2558) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ว่าผู้สอนจะต้องทำการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนโดยอาจจำแนกออกเป็นด้านต่างตามลักษณะของความคลาดเคลื่อน

สิริพร ทิพย์คง (2558) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ว่าครูอธิบายความหมาย บทนิยาม สมบัติ ขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องละเอียด ชัดเจน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ขั้นเตรียมการสอน ครูต้องศึกษาเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องให้เข้าใจอย่างถูกต้อง
2. ขั้นการเตรียมการสอนครูต้องศึกษาเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องให้เข้าใจอย่างถูกต้อง
3. ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูจะต้องสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอด้วยสื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรมก่อนนามธรรม
4. ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเรื่องที่เรียนไปหรือให้นักเรียนช่วยกันสรุป โดยความรู้ที่สรุปได้นั้นต้องถูกต้อง

5. ชั้นประเมิน ครูจะต้องประเมินความเข้าใจของนักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ได้
อย่างถูกต้องหรือไม่ การทำเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

มันส์ลิริ อินทร์สวาท (2559) ได้เสนอแนวทางเพื่อพัฒนาแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียนไว้ดังนี้

1. ครูควรวางแผนการสอนซ่อมเสริมในเนื้อหาใหม่โดยใช้วิธีการสอนที่เน้นความ
เข้าใจของนักเรียนและเน้นเหตุผลสนับสนุนของคำตอบที่นักเรียนคิดในการทำแบบฝึกหัด

2. ครูควรบอกผลย้อนกลับในการทำแบบสอบวินิจฉัยแก่นักเรียนทุกครั้ง เพื่อให้
นักเรียนรู้ข้อบกพร่องของตนเองในการแก้ไขก่อนการเรียนครั้งต่อไป

แอสล็อก (Ashlock, 2010) ได้เสนอแนวทางเพื่อพัฒนาแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน
ในการเรียนของนักเรียนไว้ดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักการประเมินตนเอง ด้วยการมีส่วนร่วมในกระบวนการวัด
และประเมินผล เพื่อหาข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของตนเอง

2. คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนในแง่ของการมีพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจ
ความคิดรวบยอดย่อย ก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ซึ่งซับซ้อนกว่าเดิม

3. คำนึงความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อตนเอง คือ ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเอง
ยังเป็นคนมีคุณค่าและสามารถแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของตนเองได้

4. การซ่อมควรพยายามให้เป็นการสอนรายบุคคลให้มากที่สุด ถึงแม้ว่าบางครั้งครู
จำเป็นต้องสอนซ่อมเป็นกลุ่ม ผู้เรียนแต่ละคนก็ต้องได้รับการดูแลแก้ไขเป็นรายบุคคลด้วย

5. สร้างโปรแกรมการสอนซ่อมบนรากฐานของการวินิจฉัยการเรียน

6. วางแผนการสอนซ่อมอย่างเป็นลำดับขั้น พยายามให้ง่ายไม่ซับซ้อน

7. พยายามเลือกวิธีสอนที่แตกต่างไปจากวิธีสอนเดิมที่เคยเรียนไปแล้ว เพราะ
ผู้เรียนมักมีความกังวล หรือความรู้สึกกลัวต่อวิธีการเดิม ซึ่งทำให้ตนเองไม่ประสบความสำเร็จมาแล้ว

8. ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลาย เพื่อให้ประสบการณ์ที่
กว้างขวางให้นักเรียน ซึ่งประสบการณ์ที่หลากหลายเหล่านี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนา
ศักยภาพการเรียนรู้ ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

9. สนับสนุนให้ผู้เรียนได้จัดกระทำกับวัตถุให้มากที่สุดเท่าที่ตนเองเห็นว่าจะช่วย
เข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น โดยไม่ต้องคำนึงว่าจะเป็นการเสียเวลา

10. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงออกถึงความเข้าใจด้วยภาษาของตนเอง

11. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกทำกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมความสนใจ
จากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้ โดยที่กิจกรรมเหล่านั้นจะต้องเป็นกิจกรรมที่นำไปสู่การบรรลุ
วัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน

12. จัดประสบการณ์เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาความคิดด้วยความรอบคอบ โดยเริ่มจาก
ประสบการณ์รูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งรูปธรรมและไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด

13. เน้นการจัดระบบการเรียนรู้โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับผลการ
เรียนรู้เดิม ซึ่งจะช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อตัวผู้เรียนดียิ่งขึ้น

14. เน้นทักษะและความสามารถอันเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน
 15. ให้ความสนใจเรื่องลายมือ เพราะผู้เรียนจำนวนไม่น้อยที่คิดคำนวณผิดเพราะเขียนตัวเลขไม่ชัดเจนทำให้ตนเองอ่านตัวเลขผิด จึงคิดคำนวณผิดไปด้วย
 16. การฝึกหัดทำหลังจากที่ผู้เรียนเข้าใจเรื่องที่เรียนดีแล้ว
 17. สร้างแรงจูงใจโดยเลือกกิจกรรมการฝึก ซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของนักเรียนถูกหรือผิด
 18. ในเรื่องการฝึกทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของนักเรียนถูกหรือผิด
 19. ฝึกให้นักเรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของตนเอง
- เรค (Rakes, 2010) ได้วิเคราะห์แนวทางการพัฒนาการแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการเรียนประกอบไปด้วย
1. สภาพแวดล้อมในห้องเรียนที่ส่งเสริมความสุขหรือคุณค่าของคณิตศาสตร์ที่จะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน
 2. ความเชื่อมั่นในตนเองของคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นช่วยลดความคลาดเคลื่อนในข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน
 3. การเรียนการสอนที่น่าจะเป็น อาจไม่ส่งผลต่อข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนโดยตรงแต่อาจช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะที่จำเป็นในการหลีกเลี่ยงข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการแก้ไขปัญหายากลำบาก
 4. การเรียนการสอนที่มุ่งเน้นแนวความคิดอาจทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและเชิงนามธรรม รูปแบบที่ช่วยในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องซึ่งจะช่วยลดข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนหรือเปลี่ยนข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในประสบการณ์การเรียนรู้
- โอโจเซ (Ojose, 2015) ได้กล่าวว่าการทำความเข้าใจเรื่องที่เกี่ยวข้องกับข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนเป็นขั้นตอนหนึ่งที่สำคัญในการปรับปรุงการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่คุณครูตรวจพบข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนกับนักเรียน ครูควรจะต้องตั้งเครื่องมือเพื่อช่วยในการเอาชนะข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน
- วิลเดอร์ (Wilder, 2015) ได้เสนอแนวทางเพื่อพัฒนาแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการเรียน คือ การประเมินผลที่มีประสิทธิภาพด้วยการระบุข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับหลักความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กมีข้อบกพร่องที่ถูกต้อง
- มูร์นเกียร์ (Mulungye, 2016) ได้เสนอแนวทางเพื่อพัฒนาแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการเรียน คือ ส่งเสริมความหลากหลายของวิธีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนในระหว่างที่ความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรได้รับการพิจารณาอย่างละเอียดถี่ถ้วน
- ลิตา (Linda, 2016) ได้เสนอแนวทางเพื่อพัฒนาการแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนในการเรียน คือ ผู้เรียนต้องพิจารณาว่าแนวคิดและวิธีการเรียนรู้มาก่อนหน้านี้มีผลอย่างไร กระบวนการนี้ซับซ้อนและความเข้าใจผิดจะเกิดขึ้นตามธรรมชาติ ในสภาพแวดล้อมการเรียนรู้แบบคอนสตรัค

(constructivist) ครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าข้อผิดพลาดและความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์มักนำเสนอโอกาสในการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

อิดริซุ อบูการ์ และโบร์กี (Iddrisu, Abukar & Boakye 2017) ได้เสนอแนวทางเพื่อพัฒนาแก้ไขข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อนในการเรียน คือ สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งในการขจัดข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อนต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ คือ ผู้สอนจะต้องทำการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนโดยจำแนกออกเป็นด้านต่าง ๆ ตามลักษณะของความคลาดเคลื่อนแล้วนำผลการวิเคราะห์มาพัฒนาในรูปแบบกิจกรรมที่หลากหลายเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3.5 องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์ (2545) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อความควรระวังสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน ด้านการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติทางคณิตศาสตร์ และตัวแปร

1.1 ด้านการใช้บทนิยามเกี่ยวกับฟังก์ชัน พบว่า การสร้างแบบจำลองเกี่ยวกับฟังก์ชันไม่สร้างตามรูปแบบการเขียนฟังก์ชันขึ้นบนโด และไม่เข้าใจถึงเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดจึงสร้างแบบจำลองฟังก์ชันมีตัวแปรไม่ตรงที่โจทย์กำหนดให้ และสร้างออกมาในรูปของตารางคู่อันดับ จำบทนิยามของ $g \circ f$ ผิด จำหลักการเขียนสัญลักษณ์ในเรื่องช่วงของฟังก์ชันเพิ่มและลดไม่ได้ เปลี่ยนตารางที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ไม่คำนึงถึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้

1.2 ด้านการใช้สัญลักษณ์ พบว่า การใช้สัญลักษณ์ผิดโดยนำรูปของเซตคู่อันดับสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน การใช้สมบัติของสัญลักษณ์ฟังก์ชันผิด เช่น จาก $T(k)$ เป็น $T \cdot k$ ทำให้การดำเนินการต่อผิดเพราะเข้าใจว่าเป็นเครื่องหมายคูณ เปลี่ยนภาพที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นฟังก์ชันไม่ถูกต้อง

1.3 ด้านการใช้สมบัติ พบว่า ไม่สามารถใช้สมบัติของฟังก์ชันคอมโพสิทมาใช้ในการหาคำตอบได้

1.4 ด้านการใช้ตัวแปร พบว่า ไม่เข้าใจหน้าที่ของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

2.1 ด้านนำไปใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พบว่า นำสิ่งที่โจทย์กำหนด และข้อมูลจากภาพที่กำหนดให้มาใช้ผิดขั้นตอน ใช้ค่าของความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนค่าของผลบวกด้านคู่ขนานของสี่เหลี่ยมคางหมู

2.2 ด้านการใช้สูตร พบว่า จำสูตรคลาดเคลื่อน การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับความยาวรอบรูปคูณความกว้าง ซึ่งควรจะเป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับความยาวคูณ

ความกว้างจึงทำให้การสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง จำสูตรพื้นที่กล่องลูกบาศก์เป็นพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

2.3 ด้านการคิดคำนวณ พบว่า การแก้สมการไม่ถูกต้อง คำนวณหาคำตอบถูกต้อง แต่ไม่ใช่เครื่องหมายลบ คำนวณผิดพลาด

2.4 ด้านการตีความด้านภาษา พบว่า สร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการโดยตีความภาษาคลาดเคลื่อน

2.5 ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่า สร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการโดยไม่มีการตรวจสอบ

2.6 การเขียนกราฟ พบว่า เขียนกราฟไม่ถูกต้องตามฟังก์ชันที่กำหนดให้ และ ไม่เข้าใจลักษณะของการเขียนกราฟที่เป็นจุดจึงดำเนินการลากเส้น

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อความควรระวังสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านบิตเป็นทฤษฎีบท กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

1.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์

1.2 จำทฤษฎีบท กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

2.1 ขั้นตอนการคิดคำนวณถูกต้อง แต่คำตอบผิด

2.2 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ได้แก่ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ข้อมูล ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

4.1 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

4.2 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความด้านภาษา ได้แก่ การตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2552) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อความควรระวังสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความจากโจทย์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

1.1 เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ของโจทย์ ไม่เข้าใจรูปแบบของประโยคสัญลักษณ์จึงนำเอาการตรวจคำตอบมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

1.2 นำข้อมูลผิดหรือโจทย์ไม่กำหนดมาใช้ในการคำนวณ

1.3 ไม่ใช่ข้อมูลที่โจทย์กำหนด

1.4 เขียนหรือแปลความหมายของสิ่งที่โจทย์ให้หาไม่ครบ เกิน ไม่ชัดเจนหรือ

ผิดพลาด

1.5 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือโจทย์ให้หาผิด

1.6 ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่โจทย์กำหนด เช่น ไม่สามารถบอกตัวแปรของสมการที่กำหนดให้ได้ จาก $y + 4 = 26 - 2$ เข้าใจผิดว่า $2, y + 4, 26 + 2, =$ เป็นตัวแปร

1.7 นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ผิด

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ผิด

2.2 ขาดความรู้พื้นฐานทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ พบว่า ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าสมการที่มีตัวแปรเดียวกำลังหนึ่งต่างชนิดกันอยู่ในรูปผลบวก ผลต่าง ผลคูณ หรือเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าสมการที่มีตัวแปรเดียวซึ่งมีกำลังไม่ใช่กำลังหนึ่ง เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับความหมายของคำว่า สมการ โดยเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า สมการเป็นประโยคที่ต้องมีตัวแปรเสมอ สมการเป็นประโยคที่ต้องมีการหาค่าตอบเสมอ สมการจะต้องมีค่าไม่เท่ากัน สมการเป็นประโยคที่ต้องมีการเปรียบเทียบค่า สมการต้องหาค่าตอบได้เสมอ ขาดความรู้พื้นฐานโดยใช้สัญลักษณ์การคูณแทนข้อความ “มากกว่า” “ผลบวกของ” และ “แก่กว่า” เป็นต้น

2.3 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง พบว่าไม่สามารถนำสมบัติการบวกไปประยุกต์ใช้ได้ทำให้ได้ว่า ถ้า $a = 18$ แล้ว $a + 9 = 18 + 0$ หรือถ้า $a = 18$ แล้ว $a + 9 = 18 + a$ ไม่สามารถนำสมบัติการคูณไปประยุกต์ใช้ได้ทำให้ได้ว่า ถ้า $m = n$ แล้ว $mc = n$ หรือ ถ้า $m = n$ แล้ว $mc = cm$

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

3.1 ขาดความเข้าใจหลักเลขคณิตเบื้องต้น

3.2 ขาดความเข้าใจในพีชคณิตเบื้องต้น เช่น การรวมกันของพจน์ที่คล้ายกัน โดยมีเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าต้องนำกำลังของตัวแปรที่เป็นตัวเลขปรากฏอยู่รวมกันด้วย ทำให้ได้ว่า $3x^3y + 6x^3y = 9x^6y^2$

3.3 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

4.1 การไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือทำไม่สำเร็จ

4.2 สรุปลำดับจากโจทย์ไม่ถูกต้องไม่ครบทุกกรณี

4.3 ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์

4.4 แสดงวิธีการตรวจคำตอบไม่ครบ ไม่ชัดเจน ผิดพลาด

สุวิมล เสวกสุริยวงศ์ (2553) ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบ สอบวินิจัยทางคณิตศาสตร์พบว่า

1. ด้านความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการ เข้าใจคลาดเคลื่อนว่าสมการต้องมีตัวแปร สมการต้องมีการหาคำตอบ สมการต้องมีค่าเท่ากัน สมการต้องเป็นจริงเสมอ สมการเป็นการ เปรียบเทียบค่ากันระหว่างของสองสิ่ง ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ด้วยข้อความได้ ไม่ทราบตัวแปรของ สมการ แทนค่าสมการผิดขั้นตอน แทนค่าสมการเรื่องการหารผิด แทนค่าสมการผิดวิธี แทนค่าสมการ ที่ไม่เกี่ยวกับการคูณไม่เป็น แทนค่าผิด

2. ด้านสมบัติของการเท่ากัน ไม่เข้าใจสมบัติ

3. ด้านการแก้สมการ บวก ลบ คูณ หารผิด การใช้สมบัติการเท่ากันผิด แก้สมการ ผิดขั้นตอน การแก้สมการไม่ครบขั้นตอน ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ที่เป็นสมการ

4. ด้านโจทย์ปัญหา ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนโจทย์ได้ ใช้สัญลักษณ์แทนโจทย์ ผิด แปลความหมายโจทย์ไม่ครบ คำนวนผิดวิธี แปลความหมายโจทย์ผิด การแปลความหมายโจทย์ ไม่ครบ การเปลี่ยนประโยคภาษาที่ใช้ในการบวก ลบ คูณ หาร ใช้หน่วยของคำตอบไม่ถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ทำการสรุป องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อความควรระวังสรุปไว้ดังนี้

1. ครูและนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อน มีลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อน ได้แก่ เนื้อหาคณิตศาสตร์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ข้อเท็จจริง และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น เข้าใจว่า $\sqrt{4} = \pm 2$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ ครูส่วนใหญ่ อาจไม่ได้เน้นในขณะสอนว่าเครื่องหมายใช้แทนรากที่สองที่เป็นจำนวนบวกของ 4 เท่านั้น

2. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่อาจทำให้เกิด คลาดเคลื่อน ลักษณะความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้เกี่ยวข้องกับการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์และการนำเสนอที่ครูใช้ บางครั้งทำให้นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน ทั้งที่ครูอาจมี มโนทัศน์ถูกต้อง แต่การสื่อสารกับนักเรียนไม่ชัดเจนพอ ทำให้เข้าใจผิด หรือไม่มีการสื่อความหมาย ที่ลึกซึ้งในทางคณิตศาสตร์มากพอ ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจน จนอาจกลายเป็นความเข้าใจ ที่คลาดเคลื่อนได้ในบางครั้ง

3. ความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น บางเนื้อหามี ความจำเป็นที่จะต้องให้นักเรียนยอมรับข้อตกลงหรือความหมายของคำบางคำและนำไปใช้ก่อน โดย ยังไม่ได้ให้ความรู้ ความเข้าใจที่ชัดเจน เนื่องจากมีข้อจำกัดทางพื้นฐานความรู้ของนักเรียน และลำดับ ขั้นตอนของเนื้อหาที่ต้องจัดให้เหมาะสมกับนักเรียนจึงอาจทำให้สับสนและความเข้าใจไม่ตรงกัน เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้ความหมายของคำหรือข้อความ ที่บางข้อความให้ไว้ในลักษณะที่เป็น บทนิยามบางข้อความกำหนดให้เป็นข้อตกลง หรือบางข้อความก็ให้ไว้ว่าเป็นสมบัติทางคณิตศาสตร์

4. ความคลาดเคลื่อนด้านอื่น ๆ ความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้ไม่อยู่ใน 3 ประเด็น ที่กล่าวไว้ แต่เป็นความคลาดเคลื่อนที่อาจเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องว่าจำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มี่ เช่น ทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับสัญลักษณ์ของเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็น

จำนวนเต็ม เมื่อต้องแก้ปัญหาที่ถามว่าเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ นักเรียนอาจตอบว่าไม่ใช่ ทั้งที่คำตอบคือใช่ สิ่งที่เกิดขึ้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่ได้มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะแต่เป็นความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการนำโน้ตค้นไปใช้แก้ปัญหา

นอกจากนี้ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสรุปไว้ได้ดังนี้

1. ความเข้าใจคลาดเคลื่อนในทักษะในการดำเนินการทางพีชคณิต ทำให้ได้คำตอบคลาดเคลื่อนในขั้นตอนของการดำเนินการ

2. ความเข้าใจคลาดเคลื่อนการเขียนอธิบาย เช่น นำเสนอ $2x + 1 = 3$ มี $x = 1$ เป็นคำตอบ จะเห็นได้ว่า $x = 1$ ไม่ใช่คำตอบของสมการ เนื่องจากเขียนอยู่ในรูปสมการ ซึ่งไม่ใช่สิ่งที่ต้องการตอบ ควรตอบว่า 1 เป็นคำตอบของสมการ $2x + 1 = 3$ ตัวอย่างที่ 2 แทน $x = 3$ ลงในสมการที่ 1 จะเห็นได้ว่า ในการแทนตัวแปรของสมการด้วยจำนวนควรเขียนว่า แทน x (ถ้าสมการมี x ตัวแปร) ในสมการ 1 ด้วย 3 ทั้งนี้เพราะ $x = 3$ เป็นสมการไม่ใช่จำนวน

3. ขาดความเข้าใจในข้อตกลง ขาดทักษะในการลบพหุนาม

4. เข้าใจการคูณเอกนามนักเรียนเข้าใจผิดว่าสามารถใช้สมบัติการแจกแจงกับการคูณได้ เช่น $(2x)(3xy) = (2x \times 3)(2x \times x)(2x \times y)$

5. เข้าใจผิดว่าการหารพหุนามด้วยเอกนาม ใช้วิธีการตัดทอนเหมือนการหารจำนวนที่ตัวตั้งอยู่ในรูปการคูณ ซึ่งที่ถูกต้องจะนำเอกนามที่เป็นตัวหารไปหารทุกพจน์ของตัวตั้ง

6. สับสนเกี่ยวกับการคูณพหุนามที่อยู่ในรูปยกกำลังกับการใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่อยู่ในรูป $(ab)^2 = a^2 b^2$ ทำให้เข้าใจว่า $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของความหมายของการยกกำลังของพหุนาม

7. ความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดเรื่องพาราโบลา นักเรียนใช้จุดสูงสุดแทนค่าสูงสุด หรือใช้จุดต่ำสุดแทนค่าต่ำสุด ซึ่งที่ถูกต้องคือ การเขียนกราฟซึ่งเป็นพาราโบลา ลงระนาบในระนาบพิกัดฉาก แต่ละจุดบนระนาบแสดงด้วยคู่อันดับในรูป (x,y) ดังนั้นจุดสูงสุดของกราฟ หรือจุดต่ำสุดของกราฟ จะต้องเขียนอยู่ในรูปคู่อันดับสำหรับค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด คือค่าของ y ที่สูงสุดหรือต่ำสุดในสมการนั้น

8. ความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตรวจสอบคำตอบ และการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหา

9. การใช้สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น ใช้สัญลักษณ์สื่อ

10. การไม่ระบุตัวแปรที่นำมาใช้กำหนดสมการในการแก้โจทย์ปัญหาว่า ตัวแปรแทนสิ่งใด หรือมีความคลาดเคลื่อนในการระบุตัวแปร

อรรถโกวิท ไชยประเสริฐ (2555) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อความควรระวังสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

1.1 ไม่เข้าใจถึงนิยามของฟังก์ชัน

1.2 ขาดการทำความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติทางคณิตศาสตร์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคำนวณ หรือทักษะในการคำนวณ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

2.1 ไม่มีพื้นฐานการคำนวณที่ถูกต้อง

2.2 เข้าใจหลักการคำนวณที่ผิดหรือขาดความรอบคอบ

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางด้านการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ ขั้นตอนบางขั้นตอนขาดหายไป

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการสรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการไม่ตอบ

6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำข้อมูลไปใช้

วรารพร นครพันธ์ (2556) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา บทนิยาม ทฤษฎี กฎ สูตร ข้อเท็จจริง และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่อาจทำให้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านอื่น ๆ ความคลาดเคลื่อนประเด็นนี้ไม่อยู่ใน 3 ข้อข้างต้น แต่เป็นความคลาดเคลื่อนที่อาจเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ซัชชัย คงคาลวง (2556) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การบวกลบพจน์ที่ติดตัวแปรกับพจน์ที่เป็นค่าคงที่พบว่า การบวกลบพจน์ที่ติดตัวแปรกับพจน์ที่เป็นค่าคงที่ผิดไปจากกฎหรือทฤษฎี เช่น $3x + 4$ มีค่าเท่ากับ $7x$ และ $2x - 9$ มีค่าเท่ากับ $7x$ หรือ $-7x$

2. การใช้สมบัติของหนึ่งพบว่า การทำตัวส่วนให้เท่ากันขาดความเข้าใจในการใช้สมบัติของหนึ่ง ($1 \times a = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ) เช่น $\frac{3x + 4}{2} = \frac{2x - 9}{3}$ จะทำให้เศษส่วนทั้งสองนิพจน์มีส่วนเท่ากันคือ 6 แต่ก็เป็นดำเนินการที่บิดเบือนสมบัติของหนึ่งนั่นคือ นำ 3 คูณเฉพาะ และ 2 คูณเฉพาะ 3 ซึ่งการดำเนินการนี้ไม่ได้ทำให้ค่าของนิพจน์นั้นเท่าเดิม

3. การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบพบว่า เข้าใจ $-a - b = -(a - b)$ เช่น $-8 - 28 = -20$ เป็นดำเนินการบวกโดยละเลยเครื่องหมาย “-”

4. สมบัติการแจกแจงพบว่า เข้าใจ $a(b + c) = a \times b + c$ เช่น $7(a - 4)$ ได้ดำเนินการคูณ 7 เข้าในวงเล็บการแจกแจงออกเป็น $7a - 4$ ทำให้ค่าที่ได้ผิดจากสมบัติการแจกแจง $7(a - 4) = (7 \times a) - (7 \times 4)$ มีค่าเท่ากับ $7a - 28$

5. สมบัติการบวกของสมบัติการเท่ากันพบว่า ไม่เข้าใจการใช้สมบัติการเท่ากัน โดยเฉพาะสมบัติการบวก และสมบัติการคูณโดยนักเรียนมองการใช้สมบัติการบวกหรือการคูณเป็นการย้ายข้างโดยไม่เข้าใจว่าการใช้สมบัติการบวกหรือการคูณนั้นเป็นการบวกหรือคูณจำนวนเท่ากันทั้งสองข้าง

6. การดำเนินการระหว่างตัวแปรกับค่าคงที่พบว่า มีการดำเนินการไม่ตรงตามเครื่องหมายดำเนินการ เช่น $x - a = -ax$

ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว (2557) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเชิงเส้นสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการดำเนินการเพื่อหาผลเฉลยของคำตอบทางพีชคณิตเชิงเส้น

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่อความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องกับทางพีชคณิตเชิงเส้น

พรธิดา สุขกรม (2557) ได้ศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อความควรระวังสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการมีมโนทัศน์ที่จำกัด ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

1.1 การมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะเพียงบางส่วน โดยไม่ได้คำนึงถึงกรณีที่เป็นค่าประมาณ

1.2 การมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกี่ยวกับรากที่สอง โดยไม่ครอบคลุมไปถึงกรณีี่รากเป็นจำนวนจริงลบ

1.3 การมีมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติของรากเพียงบางส่วน ทำให้นำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้อง

2. การมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่เสร็จสิ้น

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ นักเรียนนำสมบัติการไม่เท่ากันมาอ้างอิงโดยการใส่ค่าสัมบูรณ์ในสมการทั้งหมด

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความผิด

พรพิมล ยังฉิม (2557) ได้ทำการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบมีองค์ประกอบดังนี้

1. มโนทัศน์พื้นฐาน

1.1 ทักษะการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ (symbol) โดยเป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการเปลี่ยนจากประโยคภาษาที่กำหนดให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า มีใช้เครื่องหมายแสดงการดำเนินการ ไม่ถูกต้อง ตีความโจทย์ไม่เป็น/ แปลความประโยคภาษาไม่ครบ ลำดับขั้นตอนของการดำเนินการไม่ถูกต้อง

1.2 ทักษะการคำนวณ (compute) โดยเป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการหาผลการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนต่าง ๆ จากโจทย์ที่กำหนดให้ พบว่า คำนวณผิด คำนวณไม่ครบ คำนวณผิดวิธีขั้นตอน

1.3 ทักษะการใช้สมบัติของการเท่ากัน (property) โดยเป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการนำสมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติสะท้อน สมบัติการบวก และสมบัติการคูณไปใช้ พบว่า ไม่เข้าใจการใช้สมบัติของการเท่ากัน

1.4 ทักษะการแก้สมการ (equation) โดยเป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบจากสมการที่กำหนดให้ พบว่า การแก้สมการผิดวิธี การแก้สมการไม่ครบ ขั้นตอน การคำนวณผิด ลำดับการแก้สมการผิดขั้นตอน

2. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา

2.1 ทักษะการทำความเข้าใจปัญหา (understand) โดยเป็นการวินิจฉัยการทำความเข้าใจปัญหา แบ่งเป็น 2 ลักษณะย่อย คือ วินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการสรุป ได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการให้หาคำตอบ และอะไรคือเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนดมาให้

2.2 ทักษะการวางแผนแก้ปัญหา (devising) โดยเป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการวางแผนแก้ปัญหา แบ่งเป็น 2 ลักษณะย่อย คือ วินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการสรุปได้ว่า ข้อมูลใดที่จำเป็นที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบ และการวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ เพื่อนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ที่เป็นปัญหานั้นได้

2.3 ทักษะการดำเนินการตามแผน (carrying) โดยเป็นการวินิจฉัยการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางไว้จนได้คำตอบที่ถูกต้อง นั่นคือการแก้สมการที่ได้วางไว้จนได้คำตอบที่ถูกต้อง

2.4 ทักษะการตรวจสอบย้อนกลับ (lookback) โดยเป็นการวินิจฉัยการมองย้อนกลับไปที่กระบวนการในการได้มาซึ่งคำตอบว่ามีความถูกต้องหรือผิดพลาดที่ขั้นตอนใดหรือไม่

สุปราณี บุระ (2557) ได้ทำการวินิจฉัยลักษณะทางพุทธิปัญญาเรื่อง การดำเนินการเลขคณิตพื้นฐาน พบว่า การดำเนินการเลขคณิตพื้นฐานในเบื้องต้น ประกอบไปด้วย โมเดลพุทธิปัญญา เรื่องการบวกจำนวนนับ การลบจำนวนนับ การคูณจำนวนนับ และการหารจำนวนนับ โดยแต่ละโมเดลพุทธิปัญญาจะเริ่มต้นด้วยความเข้าใจในความหมายการใช้เครื่องหมายทุกโมเดล

นวพล นนทภา (2557) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตหรือข้อความควรระวังสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านพีชคณิต ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

1.1 เข้าใจว่ายกตัวอย่างคือการพิสูจน์

1.2 นำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์

1.3 ไม่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ในการพิสูจน์ ประกอบด้วยลักษณะ

ที่สำคัญดังนี้

2.1 ขาดความเข้าใจในการนำสัญลักษณ์มาใช้

- 2.2 เข้าใจว่าสัญลักษณ์ใกล้เคียงใช้แทนกันได้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลการพิสูจน์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้
- 3.1 จำบทนิยาม และสมบัติผิด
 - 3.2 ขาดความเข้าใจบทนิยาม และสมบัติผิด
 - 3.3 ข้ามขั้นตอนที่สำคัญ
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางพีชคณิต ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้
- 4.1 ขาดการตรวจทานในการทำโจทย์
 - 4.2 การดำเนินการทางพีชคณิต เช่น การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนเต็ม
5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้สมการ มีประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้
- 5.1 ขาดความรู้เรื่อง สมบัติการเท่ากัน
 - 5.2 เขียนขั้นตอนในการแก้สมการไม่ถูกต้อง
6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการนำเสนอคำตอบ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ พื้นฐานการดำเนินการทางพีชคณิต
7. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำหลักการทางพีชคณิตมาใช้ดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้คือ ไม่มีความเข้าใจในการนำหลักการทางพีชคณิตมาใช้แก้ปัญหา
8. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำทฤษฎีมาใช้ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้
- 8.1 ขาดความเข้าใจทฤษฎีมาแก้ปัญหา
 - 8.2 จำทฤษฎีมาแก้ปัญหาผิด
9. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในขั้นตอนการแก้ปัญหา
- นอกจากนี้ นวพล นนทภา (2559) ได้ศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวนสรุปได้ดังต่อไปนี้
1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความโจทย์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการไม่เข้าใจวิธีในการทำที่ถูกต้อง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการทำตามความคิดของตนเอง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการขาดความรู้ที่ถูกต้อง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสรุปคำตอบผิด
 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมีบางส่วนในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ผิด มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการข้ามขั้นตอนที่สำคัญในการแก้ปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเพิ่มขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการขาดความรู้พื้นฐานในการแก้ปัญหา

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้การยกตัวอย่างแทนการพิสูจน์ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการให้เหตุผลในการพิสูจน์

สิริพร ทิพย์คง (2558) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. ด้านภาษาที่ใช้ทางคณิตศาสตร์
2. ด้านสัญลักษณ์ที่ใช้ทางคณิตศาสตร์
3. ด้านการใช้เครื่องหมายเท่ากับ
4. ด้านการเขียนตัวเลขฮินดูอารบิก
5. ด้านการหาค่าประมาณใกล้เคียงจำนวนเต็มสิบ
6. ด้านการจำนวน
7. ด้านการเขียนตัวหนังสือเป็นตัวเลข
8. ด้านการเปรียบเทียบจำนวน
9. ด้านการเขียนตัวเลขฮินดูอารบิกแทนตัวหนังสือ
10. ด้านการกล่าวว่า ∞ เป็นจำนวนที่มากเหลือคณานับหรือเป็นจำนวนที่ได้จากการนำศูนย์ไปหารจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์

การนำศูนย์ไปหารจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์

11. ด้านความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนคละที่เป็นจำนวนลบ
12. ด้านการถอดวงเล็บหรือใส่วงเล็บ เมื่อมีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้า
13. ด้านการจำคำสั่งสำคัญทางคณิตศาสตร์
14. ด้านความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเลขยกกำลัง
15. ด้านความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคูณจำนวนเชิงซ้อน

นอกจากนี้มีการศึกษาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับพีชคณิตดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ การเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีการเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า เมื่อลงจุดที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นแล้ว ต้องเขียนส่วนของเส้นตรงหรือเส้นตรงตามแนวของจุดนั้นเสมอ ซึ่งไม่ถูกต้องถ้ากราฟเป็นความสัมพันธ์จำนวนนับไม่ใช่เศษส่วนหรือทศนิยมไม่สามารถลากเส้นต่อเป็นกราฟของส่วนของเส้นตรงได้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการเปรียบเทียบ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ การเปรียบเทียบอัตราส่วน เช่น “การกล่าวว่า $2 : 3$ มากกว่า $1 : 2$ ” นั้นไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ถูกต้องอัตราส่วนไม่ใช่จำนวนจึงไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ และการเปรียบเทียบคู่อันดับ “การกล่าวว่า คู่อันดับ (3,4) มากกว่า คู่อันดับ (1,2)” นั้นไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ถูกต้องคู่อันดับไม่ใช่จำนวนจึงไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการแปรผกผัน ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ไม่เข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับการแปรผกผัน ซึ่งการแปรผกผันเป็นความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ เมื่อปริมาณหนึ่งเปลี่ยนแปลงไป อีกปริมาณหนึ่งก็จะเปลี่ยนแปลงไปไปด้วยอย่างได้สัดส่วนกัน พบว่า

มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนที่ขึ้นรถประจำทางกับค่าตัวโดยสารรถประจำทางหรือความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือที่ซื้อกับราคาหนังสือที่ต้องจ่ายเป็นการแปรผันซึ่งไม่ถูกต้อง

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการบวกเอกนาม การคูณเอกนามและการหารเอกนาม ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ การตั้งกฎเกณฑ์ขึ้นมาเอง เช่น $x + x = x^2$, $a \times a = 2a$, $5y \times 4y = 20y$, $14m^2 \div 7m = \frac{14m^2}{7m}$ และเท่ากับ $2^2 = 4$

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับพหุนาม ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

5.1 การลบพหุนาม พบว่า นำสัมประสิทธิ์ของเอกนามมาลบกัน และนำเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันมาลบกัน เช่น $8x^4 - 5x^3 = 3x$ ซึ่งไม่ถูกต้อง เนื่องจาก $8x^4$ และ $5x^3$ เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกันจึงไม่สามารถหาผลลบได้

5.2 การหารพหุนาม พบว่า มีการใช้การตัดทอนตัวเศษและตัวส่วน เช่น $\frac{3x^2 + 2x}{2x} = 3x^2$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

5.3 การคูณพหุนาม พบว่า มีความเข้าใจคลาดเคลื่อน $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ หรือเข้าใจ $(x - y)^2 = x^2 - y^2$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ไม่เข้าใจโจทย์ปัญหา เปลี่ยนจากโจทย์ภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เมื่อแก้สมการทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง

7. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเลขยกกำลัง ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

7.1 ความหมายของเลขยกกำลัง เข้าใจคลาดเคลื่อนว่า นำเลขชี้กำลังมาคูณกับฐานเพื่อหาค่า

7.2 สับสนระหว่างเลขยกกำลังกับสมบัติของเลขยกกำลัง

7.3 เข้าใจว่า $(-3)^2 = -3^2$ และอ่านจำนวนทั้งสองว่า “ลบสามยกกำลังสอง” ซึ่งไม่ถูกต้อง

7.4 เข้าใจว่า $\frac{2^2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$ ซึ่งไม่ถูกต้อง และการอ่านก็ไม่เหมือนกัน

7.5 การหาเซตคำตอบของสมการเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง

8. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการหารากที่สอง ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ไม่เข้าใจบทนิยาม

สุมาลี มีสกุล (2558) ได้ทำการวิจัยวิจัยวินิจัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สรุปได้ดังนี้

1. การใช้สมบัติของการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

2. การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

3. การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

4. การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

5. การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2558) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา และองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความจากโจทย์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง พบว่าไม่สามารถสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้

1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด พบว่า นำข้อมูลที่กำหนดให้ในโจทย์มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยข้อมูลดังกล่าวไม่เป็นประโยคต่อการทำงาน

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

2.1 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ผิด พบว่า จำสมบัติทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ พบว่า ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหารากที่สองของตัวแปร ทำให้สรุปไม่ถูกต้อง

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม พบว่า ไม่สามารถเลือกทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมมาใช้ในการหาขนาดของมุมภายในวงกลมได้

2.4 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลไม่ถูกต้อง พบว่า นำสมบัติของลอการิทึมมาใช้ไม่ถูกต้อง

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น พบว่า ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างการคูณกับการยกกำลัง

3.2 ขาดทักษะในการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นแก้สมการ และอสมการ พบว่า ขาดประสบการณ์ในการพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ของสมการที่มีลักษณะเฉพาะ ทำให้แก้สมการไม่ถูกต้อง

3.3 ทำผิดขั้นตอนในการคำนวณ พบว่า การดำเนินการบวกก่อนการคูณในการหาค่าของ $3 \times 2 + 5$

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี พบว่า การหาคำตอบโดยการแทนค่าจำนวนบางจำนวน หรือไม่มีการใช้กระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสม ทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วน

นอกจากนี้ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสรุปได้ดังนี้

1. ด้านความไม่เข้าใจความหมายของคำ
2. ด้านสมบัติของการเท่ากัน และสมบัติการไม่เท่ากัน
3. ด้านขั้นตอนการแก้สมการ และอสมการ
4. ด้านการนำเสนอคำตอบ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ คำตอบของสมการและคำตอบของปัญหา การตรวจสอบคำตอบ ความสมบูรณ์ของคำตอบ
5. การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ ไม่เข้าใจขั้นตอนหรือวิธีการในการทำให้สำเร็จทำให้ได้ผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง

ปิยณัฐ ชัยเพ็ญ (2559) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้
 - 1.1 ขาดความรู้ในการเลือกใช้วิธีแก้ปัญหา
 - 1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
 - 1.3 แก้ปัญหาไม่สมบูรณ์
 - 1.4 เสนอคำตอบคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้
 - 2.1 บิดเบือนทฤษฎีบทหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ใช้เครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
 - 2.3 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ในการอธิบายความได้ไม่สมบูรณ์ ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ

ดังนี้

- 3.1 ขาดทักษะที่จำเป็นขาดความรู้พื้นฐาน
- 3.2 ขาดความรู้ในการเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาไม่เหมาะสม

เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ได้กล่าวถึงลักษณะข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ด้านระบุตัวแปรในโจทย์ปัญหาสมการ
2. ด้านเขียนสมการจากโจทย์ที่กำหนด
3. ด้านหาคำตอบของสมการ

ปวงณา พูลมาลา (2559) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการมุ่งเน้นตัวแปร x ลักษณะที่สำคัญคือ ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร โดยเข้าใจว่า x เท่านั้นที่เป็นตัวแปร

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปรโดยนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปรซึ่งผิดหลักการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความด้านภาษา และการนำเสนอคำตอบ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

3.1 ไม่สามารถทำความเข้าใจโจทย์ได้

3.2 ไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

3.3 คำตอบผิดหรือไม่สามารถหาคำตอบได้

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

4.1 ไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร

4.2 ไม่สามารถดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปรได้

4.3 เปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

5.1 นักเรียนไม่เข้าใจความหมายการใช้สัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณ

5.2 ไม่สามารถเขียนสัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมายที่ต้องการได้

6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการมองข้ามตัวแปร ค่าคงที่ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้

6.1 นักเรียนไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร

6.2 ไม่ได้ให้ความสำคัญกับตัวแปร

6.3 มองข้ามตัวแปรไม่นำมาดำเนินการโดยนำเฉพาะสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรมาดำเนินการ

มนัสสิริ อินทร์สวาท (2559) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการและการคำนวณ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้ การดำเนินการและการคำนวณที่ผิดพลาด ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการคิดคำนวณ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการสื่อสารสัญลักษณ์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ การสื่อสารสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง

3. มโนทัศน์ที่เข้าใจคลาดเคลื่อนด้านบทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ความเข้าใจและการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติทางคณิตศาสตร์ และความหมาย

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

ไพรัชช์ จันทร์งาม (2559) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประกอบไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเกี่ยวกับความหมาย
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้คำ
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการที่สื่อความหมายที่ไม่ถูกต้อง

ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ สมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ นักเรียนยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนอยู่บ้างในเนื้อหาบางประเด็นสังเกตจากนักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้ด้วยตนเองได้เลย ต้องอาศัยการแนะนำและการ

ช่วยเหลือจากครูอย่างมาก ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่าง \sqrt{a} กับ $a^{\frac{1}{n}}$ สับสนเกี่ยวกับการเลื่อนกราฟ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาสาระที่เรียนยังไม่ชัดเจน เห็นได้จาก การอธิบายขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหายังไม่ชัดเจน ไม่ทราบขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหา หรือบางคนแสดงขั้นตอนแบบกว้าง ๆ ขาดรายละเอียด ไม่สามารถดำเนินการขั้นตอนต่อไปได้ เขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง ใช้สมบัติในการคำนวณไม่ถูกต้อง

ศักดา กิ่งโก้ (2560) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านบทนิยามและทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสัญลักษณ์
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการแก้ปัญหา
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านกฎสูตร

สุทธารัตน์ บุญเลิศ (2560) ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์เกี่ยวกับเศษส่วน ตัวเศษ และตัวส่วน การบวกเศษส่วน การหาร และเวลา โดยพบลักษณะมโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อนเป็นการบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามโดยเข้าใจ $\frac{4}{4}$ ไม่เป็นเศษเกินเนื่องจาก

$\frac{4}{4} = 1$ เป็นจำนวนเต็ม หารลงตัวไม่เป็นเศษเกิน เพราะตัวเศษเท่ากับตัวส่วน ถ้าเป็นเศษเกินตัวเศษ

ต้องมีค่ามากกว่าตัวส่วนซึ่งที่ถูกต้อง $\frac{4}{4}$ เป็นเศษเกิน เพราะเศษเกินมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับตัวส่วน

อภิชัย ลิ้มสุวิชาโน (2561) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเกี่ยวกับบทนิยามทางคณิตศาสตร์ พบว่า การหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันที่ไม่ถูกต้อง ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ การหาค่าของฟังก์ชัน การเลือกใช้

หรือประยุกต์ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ต่าง ๆ ผิดจากเงื่อนไข มีความรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรือมี มโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ ตีความประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผล ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ไม่สามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้และให้เหตุผล ไม่สามารถเลือกใช้หรือประยุกต์ใช้เกี่ยวกับบทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตรต่าง ๆ ในการสรุปผล

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สูตรและสัญลักษณ์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ การใช้สูตร ไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด ขาดความรู้ความเข้าใจ การใช้สัญลักษณ์ การเขียน สัญลักษณ์เกี่ยวกับบอุนพันธ์ของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง

ณรงค์ฤทธิ์ ฉายา (2561) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการมีมโนทัศน์ที่จำกัด ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ มีมโนทัศน์เพียงบางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความผิด ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ตอบไม่ตรงคำถาม แปลความหมายหรือสื่อความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทาง คณิตศาสตร์ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความรู้ทาง พีชคณิตหรือเรขาคณิตพื้นฐานที่จำเป็นไม่ครบสมบูรณ์

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข ประกอบด้วย ลักษณะที่สำคัญคือ นำทฤษฎีบท กฎ สูตรหรือบทนิยามที่ไม่เกี่ยวข้องไปใช้ในการแก้ปัญหา

น้ำผึ้ง บุญเกียรติ (2561) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความจากโจทย์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ การตีความจากโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เขียนหรือแปลความหมายของสิ่งที่โจทย์กำหนดหรือสิ่งที่โจทย์ให้มาไม่ครบ เกิน ไม่ชัดเจน หรือผิดพลาด และนำข้อมูลที่โจทย์ให้มาใช้ ผิด

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ลักษณะที่สำคัญคือ การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนประโยคหรือข้อความที่โจทย์กำหนดมาให้ โดยมีการนำสัญลักษณ์มาใช้ไม่ถูกต้องหรือใช้ไม่ตรงกับความหมายของสัญลักษณ์นั้น ๆ

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตรบทนิยาม และสมบัติทาง คณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ การขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ จดจำทฤษฎี กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ผิด ความเข้าใจ ผิดที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้องความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ ทำผิดพลาด และผิดขั้นตอน โดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ถาม และขาดความรอบคอบในการทำ

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสรุปคำตอบในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ ขาดความรอบคอบในการอ่านหรือทวนคำถามจากโจทย์

สุภาภรณ์ มณีประวัติ (2561) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านกฎ สูตร ทฤษฎี บทนิยาม สมบัติ และข้อเท็จจริง

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ในคณิตศาสตร์

นภสร เรือนโรจน์รุ่ง (2561) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านกฎ ทฤษฎี บทนิยาม หรือสมบัติของเศษส่วน ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ คือ นักเรียนส่วนมากมีความสับสนในเรื่องความหมายของการคูณเศษส่วน โดยนักเรียนจะใช้วิธีการจดจำขั้นตอนการดำเนินการมากกว่าความเข้าใจในความหมายการคูณเศษส่วน

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการของเศษส่วน ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญคือ นักเรียนส่วนมากมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการดำเนินการการคูณเศษส่วน

ราดาร์ส (Radatz, 1979) ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 ประเทศเยอรมัน พบว่าลักษณะคลาดเคลื่อนจำนวน 5 ด้าน คือ

1. ข้อบกพร่องเนื่องจากความยากลำบากทางภาษา (Errors Due to Language Difficulties) เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล นักเรียนต้องมีความรู้และความเข้าใจแนวคิดสัญลักษณ์ และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายภาษาทางคณิตศาสตร์ อาจก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อน

2. ข้อบกพร่องเนื่องจากความยากลำบากในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ (Errors Due to Difficulties on Obtaining Spatial Information) สำหรับการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิต จำนวนความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างกันระหว่างบุคคลอย่างมีนัยสำคัญในภาพเชิงพื้นที่และความคิดเชิงพื้นที่ และนักเรียนบางคนจะมีความคลาดเคลื่อนในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ หรือข้อมูลที่เป็นภาพหรือในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์

3. ข้อบกพร่องเนื่องจากความบกพร่องในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริงและแนวคิด (Errors Due to Difficulties Mastery of Prerequisite Skill, Fact and Concept) ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความบกพร่องในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริงและแนวคิด รวมถึงขาดความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และขาดความรู้กับปัญหาที่เฉพาะเจาะจง รวมทั้งนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ

ขั้นตอนวิธีการ การใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง และนักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4. ข้อบกพร่องเนื่องจากการเชื่อมโยงการเรียนรู้ที่ไม่ถูกต้อง การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนที่ไม่ยืดหยุ่น (Errors Due to Incorrect Associations or Rigidity of Thinking) ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการถ่ายโยงการเรียนรู้ที่ไม่ถูกต้อง การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญแต่นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น

5. ข้อบกพร่องการประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง (Errors Due to the Application of Irrelevant Rules of Strategies) ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการที่นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการประยุกต์ใช้กฎหรือแนวทางที่ไม่เกี่ยวข้อง โดยนักเรียนคิดว่าตนเองได้แก้ปัญหาที่ถูกต้องแล้วและไม่ตระหนักถึงการนำทฤษฎี บทนิยาม กฎ มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

อง และริม (Ong & Lim, 1987) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับพีชคณิตประกอบไปด้วย

1. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ตัวแปร
2. การใช้ขั้นตอนการแก้สมการและอสมการไม่ถูกต้อง
3. การหาคำตอบไม่ครบถ้วนหรือไม่สมบูรณ์

ไซ และอัง (Chai & Ang, 1987) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต คือ ความเข้าใจเนื้อหาเกี่ยวกับพีชคณิตและสมการที่ไม่ถูกต้อง สามารถจำแนกออกได้เป็น 4 ลักษณะ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในระหว่างการแก้ปัญหา
3. การตีความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิด
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้วงเล็บ

โมลโซวิทซ์ ฮาดาร์ แซส แวสคิ และอินบาร์ (Movshovitz-hadar, Zaslavsky, & Inbar, 1987) ได้ทำการวิเคราะห์รูปแบบความคลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยเป็นการวิเคราะห์เชิงของการแก้ปัญหาจากงานเขียนของนักเรียนจากการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ประเทศอิสราเอล พบว่าลักษณะคลาดเคลื่อนจำนวน 6 ด้าน คือ

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ นักเรียนใช้ข้อมูลที่ไม่ได้ระบุในโจทย์ และนักเรียนได้เพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้ามา ไม่ใช่ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหานักเรียนหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ นักเรียนไม่เห็นด้วยกับข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้ค่าตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง (เช่น ใช้ระยะทางแทนความเร็ว)

2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ การสรุปเงื่อนไขทั้งในรูปปกติ และเงื่อนไขที่อยู่ในรูปนิเสธ ไม่ถูกต้อง

4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ผิด

5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ และนักเรียนแสดงวิธีทำผิดแต่คำตอบถูก

6. ด้านความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

บูธ (Booth, 1988) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับลำดับการคำนวณ สมการพีชคณิต และสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ตามลำดับดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ นักเรียนใช้วงเล็บและเรียงลำดับก่อนหลังการคำนวณไม่ถูกต้อง

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการพีชคณิต มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ การนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ การรวมพจน์

สเตซีร์ และเกรเกอร์ (Stacey & MacGregor, 1997) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร
2. นักเรียนมีความเชื่อเกี่ยวกับค่าของตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง
3. นักเรียนไม่สามารถเขียนนิพจน์พีชคณิตสำหรับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
4. นักเรียนไม่สามารถที่จะลดความซับซ้อนได้อย่างถูกต้อง เพราะนักเรียนไม่เข้าใจแนวคิดของพจน์

5. นักเรียนมีความเชื่อว่าคำตอบจะไม่สามารถเป็นจำนวน

6. นักเรียนมีปัญหาในการรวมพจน์

บาร์เซลโล (Barcellos, 2005) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาไว้ดังนี้

1. ภาวะการเท่ากัน (equality) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ นักเรียนมีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับแนวคิดที่ใช้สัญลักษณ์โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เข้าใจผิดว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้ในการดำเนินการต่อ

2. การแจกแจง (distribution) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่

2.1 การแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง (Invalid distribution) พบว่า การประยุกต์ใช้สมบัติการแจกแจงกับเลขยกกำลังที่ไม่ถูกต้องมีเข้าใจที่ไม่ถูกต้องว่า $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ และ $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ เป็นจริง และการใช้สมบัติการแจกแจงเกี่ยวกับการคูณไม่ถูกต้อง เช่น นิพจน์ $(2)(3x)$ ใช้สมบัติการแจกแจงจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยนำ 2×3 ได้ผลลัพธ์ $6x$ แต่นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยนำ $((2)(3))((2)(x))$ จึงได้ผลลัพธ์ $(6)(2x) = 12x$ ซึ่งเป็นการแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง

2.2 การแจกแจงไม่สมบูรณ์ (Incomplete distribution) พบว่า การแจกแจงที่มีวงเล็บนักเรียนแจกแจงไม่ครบทุกพจน์ ตัวอย่างที่ 1 นิพจน์ $8(x+2)$ การใช้สมบัติการแจกแจงจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยนำ 8 คูณทุกพจน์ ได้ผลลัพธ์ $8x + 16$ แต่นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยนำ 8 คูณพจน์แรกจึงได้ผลลัพธ์ $8x + 2$ และนิพจน์ $-8(x+2)$ ใช้สมบัติการแจกแจงจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยนำ -8 คูณทุกพจน์ ได้ผลลัพธ์ $-8x - 16$ แต่นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยนำ -8 คูณพจน์แรก และนำ 8 คูณพจน์ถัดไป จึงได้ผลลัพธ์ $-8x + 16$ การแจกแจงที่เป็นเศษส่วน เนื่องจากเศษส่วนเป็นสัญลักษณ์ของการจัดกลุ่มคล้ายคลึงกับการใช้วงเล็บ การแจกแจงที่ไม่สมบูรณ์ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับเครื่องหมายลบ ตัวอย่างเช่น $\frac{7x+4}{3} - \frac{2x+1}{3}$ ใช้สมบัติการแจกแจงนำเครื่องหมายลบคูณทุกพจน์จะได้ $\frac{7x+4-2x-1}{3}$ แต่นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงนำเครื่องหมายลบคูณพจน์แรกเท่านั้นจึงได้ $\frac{7x+4-2x+1}{3}$ ซึ่งเป็นการแจกแจงที่ไม่สมบูรณ์

2.2 การตัดออกไม่ถูกต้อง (Invalid cancellation) พบว่า นักเรียนมีรูปแบบการตัดออกที่ไม่ถูกต้องซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคุณสมบัติการแจกแจง เช่น $\frac{8+6\sqrt{5}}{2}$ ประยุกต์ใช้สมบัติการแจกแจงในการตัดออกไม่ถูกต้องโดยนักเรียนนำ 2 ตัวหารไปตัดกับ 8 ในเศษ โดยไม่คำนึงถึง $6\sqrt{5}$ จึงได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องคือ $4 + 6\sqrt{5}$

เบน-เฮอร์ (Ben-Hur, 2006) ได้สรุปลักษณะโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ข้อผิดพลาดเชิงระบบ (Systematic Error) เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้เครื่องมือของนักเรียน อาจเป็นการอ่านค่าที่คลาดเคลื่อน ครูที่มีประสบการณ์ที่มากพอจะสามารถคาดการณ์ความคลาดเคลื่อนที่จะเกิดขึ้นได้ เช่น ความผิดพลาดจากการใช้เครื่องมือในการวัดของนักเรียนอาจเป็นการอ่านค่าผิดหรือการใช้หน่วยผิด

2. ข้อผิดพลาดที่เกิดจากมโนทัศน์พื้นฐาน (Preconceptions) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการยึดมโนทัศน์พื้นฐานในการคิดมากเกินไป ซึ่งประกอบไปด้วย

2.1 การใช้ความรู้เกินเงื่อนไข (Overgeneralization) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเข้าใจในมโนทัศน์อย่างไม่แท้จริง เมื่อเจอตัวอย่างความรู้ หรือสาระความรู้ที่ใกล้เคียงกันทำให้เกิดการเข้าใจผิดว่าเป็นความรู้ความเข้าใจเดียวกัน ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบท พิทาโกรัสไปใช้หาความยาวด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เป็นต้น

2.2 การใช้ความรู้แบบจำกัดเงื่อนไข (Undergeneralization) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการจำกัดความเข้าใจในความรู้ เมื่อเจอตัวอย่างความรู้ หรือสาระความรู้ ที่มีพื้นฐานเดียวกัน ทำให้เกิดการตั้งเงื่อนไขขึ้นมาทำให้จำกัดความเข้าใจในความรู้ใหม่ไปด้วยยกตัวอย่าง

3. ข้อผิดพลาดที่เกิดความเชื่อที่ผิดที่มีต่อมโนทัศน์ (Counterintuitive Concepts) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเข้าใจความรู้อย่างผิวเผิน ทำให้เกิดความเชื่อที่ผิด จนนำไปสู่การนำไปใช้ที่ผิด ยกตัวอย่างเช่นในการโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญจำนวน 10 ครั้งได้ผลออกหัว 10 ครั้งครั้งที่ 11 นักเรียนจึงเข้าใจว่าเหรียญจะออกหัวแน่นอน โดยลืมนึกว่า โอกาสจำนวนออกหัวและจำนวนออกก้อย มีความเป็นไปได้เท่ากัน

ลี (Li, 2006) ได้ระบุว่าข้อผิดพลาดเพื่อกำหนดเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยมีหลักเกณฑ์ว่าต้องเกิดในบริบทที่ต่างกัน (ปัญหาที่แตกต่างกัน) และในเวลาที่แตกต่างกัน (ทั้งก่อนและหลังการทดลอง) และพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตัวแปร สมการ และฟังก์ชันดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตัวแปร (misconceptions of variable) จากการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับตัวแปร 5 รายการสามารถพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 รายการ คือ

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตัวแปรเป็นค่าเฉพาะ (variable as a specific value) พบว่า เมื่อโจทย์กำหนดให้เขียนสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุของ Tachi กับอายุของ Bill พบว่า นักเรียนเข้าใจผิดว่าตัวแปรไม่มีความหมายถ้าไม่ได้ระบุหรือเกี่ยวข้องกับจำนวนที่ชัดเจน และไม่เข้าใจหรือยอมรับตัวอักษรที่ใช้เป็นตัวยึดตำแหน่ง (place holder) จึงมีการนำค่าเฉพาะมาแทนตัวแปร เช่น คำตอบที่ถูก $T = B + 1$ แต่ตอบผิดเป็น $B=13, T=14$ ดังนั้นจึงเขียนสมการเพื่อแทนโจทย์ปัญหาไม่ถูกต้อง และเมื่อโจทย์ให้ระบุสิ่งที่เป็นตัวแปรภายใต้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พบว่ามีการระบุค่าเฉพาะเป็นตัวแปร นอกจากนี้ยังพบว่าการจัดหมู่ไม่ถูกต้อง (Wrong combination) ของนิพจน์ทางพีชคณิตจึงดำเนินไม่ถูกต้อง เช่น $T+1$ เป็น $T1$ หรือ $3 + 4y$ เป็น $7y$

1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตัวแปรเป็นตัวย่อคำอธิบาย (variable as a specific value) พบว่า มีการระบุ “donuts” หรือ “Jack’s donuts” เป็นตัวแปร และพบว่าในโจทย์ปัญหาที่ให้สร้างสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างบัตรของ Mary กับ Julie เมื่อเข้าใจตัวแปรเป็นตัวย่อคำอธิบายจะไม่ใส่เครื่องหมายในการดำเนินการคือ เครื่องหมายบวก จึงทำให้สมการที่เป็นตัวแทนโจทย์ปัญหาผิด

2. ความเข้าใจคลาดเคลื่อนในสมการ (misunderstand equation) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเครื่องหมาย และภาวะเท่ากันในบริบทพีชคณิต คือ การใช้เครื่องหมายเท่ากับ เป็นภาษาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน “คือ” เช่น การเขียนสมการ $T=B =$ ผลต่าง หมายถึง $T=B$ คือ ผลต่าง หรือ $T = 1$ ปี มากกว่า B หมายถึง T คือ 1 ปี มากกว่า B และจากการแก้สมการ $19 = 3 + 4y$ พบว่า ความแตกต่างของโครงสร้างของ $3 + 4y$ ถูกเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า $(3 + 4)y$ หรือ $3 + 4 + y$ และการดำเนินการขั้นตอนที่เหลือการแก้สมการถูกต้องและสมบูรณ์ ซึ่งแสดงว่ามีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในโครงสร้าง

3. ความเข้าใจคลาดเคลื่อนฟังก์ชัน (misunderstand function) ความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันที่ไม่คำนึงถึงช่วงเวลา โดยคิดว่าความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างค่ารถกับ

อายุของรถในความเป็นจริงเป็นการเปรียบเทียบค่าของความแตกต่างของรถยนต์โดยไม่คำนึงถึงปัจจัยด้านเวลา นั่นคือพวกเขาไม่ได้กล่าวถึงว่าความเป็นเส้นตรงหมายถึงความแตกต่างค่าคงตัวตลอดเวลาที่เท่ากัน (ช่วงเวลาเท่ากัน) และมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนของความหมาย "รวดเร็ว" และ "มากขึ้น"

แอสล็อก (Ashlock, 2010) ได้สรุปองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. การดำเนินการที่ไม่ถูกต้อง (wrong operation) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนพยายามที่จะทำการตอบสนองการดำเนินการอื่น ๆ มากกว่าที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

2. ข้อบกพร่องการคำนวณ (computational error) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนใช้การดำเนินการที่ถูกต้อง แต่คำตอบที่ได้นั้นจะขึ้นอยู่กับข้อผิดพลาดที่เป็นความจริงพื้นฐานเกี่ยวกับตัวเลข

3. ด้านขั้นตอนวิธีที่มีข้อบกพร่อง (Defective algorithm) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนพยายามที่จะใช้การดำเนินการที่ถูกต้องแต่ทำข้อผิดพลาดอื่น ๆ กว่าข้อผิดพลาดเรื่องข้อเท็จจริงของตัวเลขในการดำเนินการผ่านขั้นตอนที่จำเป็น

4. การตอบสนองแบบสุ่ม (Random response) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนมีการตอบสนองที่ไม่แสดงถึงความสัมพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหา

เรค (Rakes, 2010) ได้ระบุรูปแบบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสรุปได้ดังนี้

1. ความหมายของจำนวนตรรกยะ (meaning of rational numbers) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การตีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ โดยสับสนเกี่ยวกับความหมายของปริมาณในจำนวนตรรกยะทำให้การประยุกต์ใช้การดำเนินการผิดพลาด หรือการดำเนินการที่ถูกต้องในปริมาณที่ไม่ถูกต้อง (แทนการคูณด้วยจำนวนที่ไม่ถูกต้อง) ผันกับบทบาทของตัวเลข ตัวหาร ละเว้นเศษ ตัวหาร และผันกับบทบาทของส่วนที่เหลือของจำนวนตรรกยะ และละเว้นจำนวนตรรกยะทั้งหมด

2. โครงสร้างการบวก การคูณ (additive/multiplicative structures) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ขั้นตอนการเขียนโค้ด วิธีการจัดโครงสร้างในสมการเกี่ยวกับพีชคณิตได้แก่ ไม่เข้าใจหลักการสมดุลของสมการเกี่ยวกับพีชคณิต เช่น มีการเพิ่ม 2 ด้านในอีกด้านหนึ่งเพราะต้องการให้เหมือนกัน การเปลี่ยนแปลงควรเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ เช่น เพราะ $4 + 2 = 6$ หรือ $4x + 2 = 6x$ และบทบาทของสัมประสิทธิ์ในการเปลี่ยนแปลง ตีความเกี่ยวกับโครงสร้างผิด เช่น ตีความว่าค่าใช้จ่ายครั้งเดียวเป็นค่าใช้จ่ายแต่ละรายการ หรือมีกลับปริมาณแต่ละรายการจึงทำให้สร้างนิพจน์ที่ต้องการผิด และไม่เข้าใจวิธีแปลค่าลงในนิพจน์

3. ความหมายและการตีความตัวแปร (meaning and interpretation of variables) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ไม่สามารถรับรู้บทบาทของตัวแปรในการแบ่งจำนวนทั้งหมดได้แก่ การแก้สมการโจทย์ปัญหาพีชคณิตที่ใช้ตัวแปรแต่นักเรียนละเว้นการใช้ตัวแปรทั้งหมด มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลักษณะของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน ความเข้าใจในความสัมพันธ์แบบย้อนกลับ คือ สลับระหว่างตัวแปรต้นกับตัวแปรตาม นำสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องมาเป็นตัวแปรสำคัญ ใช้ปริมาณตัวแปรบางส่วนสรุปเป็นเงื่อนไข

ไคฟาโรว์ (Ciofalo, 2010) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ด้านการใช้แผนภาพ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ โมเดลและการนำเสนอในรูปแบบอื่น ซึ่งแผนภาพโมเดลและการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นั้นถูกใช้ทางคณิตศาสตร์และบางครั้งอาจเกิด ความไม่แน่นอน ไม่สมบูรณ์หรือข้อจำกัดที่ไม่ชัดเจน ในขณะที่ครูอาจเข้าใจข้อจำกัด แต่นักเรียนยังคงพิจารณาแค่ ตามตัวอักษร เช่น นักเรียนชั้นเล็ก ๆ ไม่ค่อยได้พบเห็นรูปสามเหลี่ยมที่มีฐาน ที่ไม่ใช่ตามแนวพื้นราบและอาจอธิบายว่าเป็นสามเหลี่ยมที่คว่ำลง

2. ด้านการอ้างอิงในรูปทั่วไปหรือทำให้เป็นรูปอย่างง่าย มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ลักษณะรายละเอียดของวิธีการทางคณิตศาสตร์การแสดงออกหรือแนวคิด ที่อาจมีความเป็นนามธรรมลักษณะทั่วไปหรือง่ายจนเกินไป อย่างเช่น นักเรียนต้องเข้าใจบางอย่างเมื่อความจริงทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้ทั่ว ๆ ไป เช่น การบวกจะมีผลต่อการขยายจำนวนเสมอ (ซึ่งไม่ถูกต้องหากเป็นจำนวนลบ)

3. ด้านความสับสนในการใช้ภาษาและคำศัพท์ มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ คำศัพท์และวลีที่ถูกใช้ในการสื่อสารในทั่ว ๆ ไปสามารถสร้างความสับสนหรือมีความหมายที่แตกต่างกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. ด้านการยอมรับข้อความจริง มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ข้อความจริงที่มีพื้นฐานจากสัญชาตญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิดพลาดสามารถทำให้เกิดความเข้าใจผิดได้ อย่างเช่นบางครั้งนักเรียนมีความคิดที่ผิดว่าหลักแรกไปทางขวามือของทศนิยมเป็นตำแหน่งที่หนึ่ง (พยายามที่จะสมมาตรรอบจุดทศนิยม)

5. การยอมรับการเทียบเท่าที่เป็นเท็จ วิธีการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ หรือแนวคิดที่บางครั้งดูเทียบเท่าไม่ถูกต้องมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนอาจพยายามที่จะจัดการกับเศษส่วน โดยใช้การให้เหตุผลเรื่องของจำนวนจริง โดยคิดว่าการคำนวณ เป็นเช่นเดียวกับการทำงานร่วมกับทศนิยม หรือการสมมติว่าการลบและการหารมีสมบัติการสับเปลี่ยนเช่นเดียวกับการบวกและการคูณ

ติตัส (Titus, 2010) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการคำนวณเบื้องต้นและการใช้ลำดับของการดำเนินการสำหรับการจัดอยู่ในรูปสำเร็จของนิพจน์ และการประเมินนิพจน์ทางพีชคณิตได้ดังนี้

1. เครื่องหมายลบ (Negative Sign) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การขาดความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนลบเครื่องหมายลบในการดำเนินการขั้นพื้นฐาน ลำดับการดำเนินการหรือการหาค่านิพจน์

2. สมบัติการแจกแจง และวงเล็บ (Distributive Property and Parentheses) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีความเข้าใจผิดในการดำเนินการทางเลขคณิต และการดำเนินการทางพีชคณิตโดย การใช้สมบัติการแจกแจงเครื่องหมายผิด เข้าใจผิดเกี่ยวกับเครื่องหมายกับจำนวน การตีความคลาดเคลื่อน ตัวอย่างเช่น นักเรียนแจกแจงผิด $-(-7)(-10)$ เป็น 7×10 นักเรียนเข้าใจผิดว่า $-(-a)(-b)$ มีความหมายเดียวกับ $+a - b$

3. เศษส่วน (Fractions) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขั้นตอนวิธีไม่ถูกต้อง เข้าใจผิดเกี่ยวกับเศษ และเข้าใจผิดเกี่ยวกับส่วน

4. ฐานและเลขยกกำลัง (Base and Exponent) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนสับสนกฎที่ใช้ -5^2 กับ $(-5)^2$ และนักเรียนเข้าใจผิดว่าค่า $(-5)^2$ เป็นบวก

ริซาฮิน และโซยลู (Sahin & Soylu, 2011) ได้วิเคราะห์ข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านมองข้ามตัวแปร (Overlooking the Variables) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมองข้ามตัวแปรในการดำเนินการ เช่น $4x + 9x = ?$ นักเรียนตอบคำถามว่า $4x + 9x = 13$ แทน $4x + 9x = 13x$ ซึ่งแนวทางนี้ตัวแปร x ถูกมองข้าม

2. ด้านการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร (Processing the Different Units under the Same Unit) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การแก้ปัญหาของนักเรียน ตัวแปร x ถูกมองข้าม หรือตัวแปร x มีการดำเนินการกับจำนวนซึ่งความเป็นจริงไม่สามารถดำเนินการได้ เช่น $5x + 4 = ?$ นักเรียนตอบคำถามว่า $5x + 4 = 9$

3. ด้านการมุ่งเน้นตัวแปร x กับ y (Focusing on X, Y Variables) พบว่า การแก้ปัญหาของนักเรียน เมื่อคำถามกำหนดตัวแปร h แต่นักเรียนรับรู้ตัวอักษร x, y เป็นตัวแปรเท่านั้น จึงมีการดำเนินการด้วยตัวอักษร x และ y เช่น คำถามกำหนดตัวแปร h นักเรียนเปลี่ยนเป็น y

4. ด้านการเชื่อมต่อระหว่างนิพจน์ด้วยภาษากับตัวแปร (Being Able to Find the Connection between the Verbal Expressions and the Variables) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงระหว่างภาษากับตัวแปรได้ ดังนั้นจึงไม่สามารถสามารถแปลประโยคภาษาเป็นสมการได้จากการสังเกตการแก้ปัญหา นักเรียนประสบปัญหาในกระบวนการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตโดยใช้ข้อมูลที่กำหนด

5. ด้านการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ (Reducing the Variables to Constants) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับนิพจน์ทางพีชคณิต จึงใช้หลักการการคำนวณทางคณิตศาสตร์แทนที่การดำเนินการทางพีชคณิต โดยเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้

6. ด้านการระบุจำนวนแทนตัวแปรในการคูณ (Attributing Digits to the Variable in Multiplication) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนรับรู้ตัวแปรในการคูณและจำนวนคงที่เป็นตัวเลขสองหลัก นั่นคือนักเรียนเปลี่ยนตัวแปรเป็นตัวเลข เช่น $4x + 9x = ?$ นักเรียนเปลี่ยนเป็น $47 + 94 = 141$

7. ด้านสับสน x กับเครื่องหมายการคูณ (Confusing the X Unknown with the Multiplication Sign) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นิพจน์พีชคณิต $5x + 4$ นักเรียนรับรู้ x เป็นเครื่องหมายการคูณจึงแก้ปัญหา $5x + 4 = ?$ เป็น $5 \times 4 = 20$

8. ด้านการไม่ใช้วงเล็บ (Not Using Parenthesis) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนไม่ใช้สัญลักษณ์วงเล็บจึงทำให้ลำดับของการดำเนินการ และผลที่ได้บางครั้งมีการเปลี่ยนแปลงในขณะที่ทำการคำนวณทางคณิตศาสตร์การดำเนินการบางครั้งต้องใช้วงเล็บเพื่อแก้ไข

ปัญหา เมื่อมองไปที่การแก้ปัญหาเป็นที่สังเกตว่าถ้านักเรียนไม่ได้ใช้วงเล็บในขณะที่การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์ทางพีชคณิตจะทำให้การคำนวณทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ และไม่ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

อีโกดาวัตต์ (Egodawatte, 2011) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในพีชคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับตัวแปร (Variables) ในการศึกษาพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรของนักเรียน ส่วนใหญ่เกิดมาจากการขาดความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานของพีชคณิต ตัวแปรในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ดังนี้

1.1 ระบุตัวย่อคำอธิบาย (labels) ค่าที่กำหนดเอง (arbitrary values) หรือ คำกริยา (verbs) เป็นตัวแปรและค่าคงที่ ได้แก่ การตีความตัวแปรผิด การกำหนดตัวย่อคำอธิบาย ค่าคงที่ คำกริยา เช่น ชื้อ เป็นตัวแปรแทนที่จะเป็นจำนวนของสิ่ง การใช้ตัวอักษรแทนตัวย่อคำอธิบาย โดยตีความผิดความหมายของคำเกี่ยวกับพีชคณิต ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดราคาเสื้อเชิ้ตเป็น s ดอลลาร์ นักเรียนเข้าใจว่า s คือ เสื้อเชิ้ต และนักเรียนเข้าใจว่า B สำหรับรถสีน้ำเงินและ R สำหรับรถสีแดง แทนการแสดงจำนวนรถยนต์จากแต่ละสี และการใช้ตัวอักษรแทนตัวย่อคำอธิบาย พบในเนื้อหาที่แตกต่างกันในการแก้สมการ $4x + 25 = 73$ โดยการวางหมายเลข 8 เป็นตัวย่อคำอธิบายของ x แต่ไม่ใช่โดยการแทนค่า

1.2 การตีความผลคูณของสองตัวแปรผิด ได้แก่ เข้าใจผิดว่าผลคูณของสองตัวแปรเป็นตัวแปรเดียว และกำหนดค่าเดียวสำหรับผลคูณ เช่น เข้าใจว่า yz ไม่มีเครื่องหมายคูณโดยคิดว่า yz คล้ายกับตัวเลขเช่น 12 และเข้าใจผิดว่าผลคูณสองตัวแปรความสัมพันธ์เหมือนตัวเลข คือ ตัวแปรหนึ่งจะเปลี่ยนค่าของตัวแปรอื่น

1.3 การขาดความเข้าใจในการใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่กำหนดให้ ได้แก่ สมการ $y=2t + 3$ เข้าใจว่า y และ t เป็นตัวแปรแต่ไม่ทราบว่าตัวแปรเหล่านี้สามารถมีค่ามากกว่าหนึ่งค่าในสมการ นอกจากนี้ยังเน้นเฉพาะจำนวนที่เป็นบวกในการแทนค่าสำหรับ y และ t เพื่อเปรียบเทียบค่าของตัวแปรโดยไม่ใช้ศูนย์ และจำนวนลบ และขาดความเข้าใจการใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่กำหนดให้ โดยไม่รู้ที่รู้ว่า $y < t$, $y = t$, $y > t$ มีโอกาสเกิดขึ้น

1.4 การสร้างสมการไม่ถูกต้องเป็นคำตอบ ได้แก่ สร้างสมการเป็นคำตอบที่ไม่มีความหมายในบริบทของปัญหา และความสัมพันธ์ที่ไม่ถูกต้องระหว่างตัวแปรและค่าคงที่ในปัญหา การสร้างประโยคที่ไม่สัมพันธ์กับความหมายของคำถาม

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับนิพจน์พีชคณิต (Algebraic Expressions) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบในการศึกษาครั้งนี้อยู่ภายใต้ประเภทของนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตแน่นอนในการวิเคราะห์ครั้งแรกมีข้อผิดพลาดประเภทอื่น ๆ ในหมวดนี้ส่วนใหญ่เชื่อมต่อกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่คลาดเคลื่อนดังนี้

2.1 การทำให้อยู่ในรูปสำเร็จไม่สมบูรณ์ (Incomplete simplification) ได้แก่ การทำให้อยู่ในรูปสำเร็จไม่สมบูรณ์ของนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตเริ่มต้นปัญหาและดำเนินขั้นตอนหนึ่งหรือสองขั้นตอนเพื่อยุติกระบวนการโดยไม่ได้รับคำตอบสุดท้ายซึ่งส่วนใหญ่อาจไม่ทราบว่าจะ

ดำเนินการต่ออย่างไร หรือคิดว่าได้คำตอบสุดท้ายแล้วแต่ไม่สมบูรณ์เมื่อเปรียบเทียบกับคำตอบพีชคณิตมาตรฐานดังนั้นจึงเป็นคำตอบที่อยู่ในรูปสำเร็จไม่สมบูรณ์ เช่น $\frac{A}{A}$ ซึ่งสามารถดำเนินการจัดอยู่ในรูปสำเร็จ คือ 1 แต่พบว่าไม่มีการดำเนินการต่อ

2.2 การคูณไขว้ที่ไม่ถูกต้อง โครงสร้างของพีชคณิตเป็นเรื่องละเอียดอ่อนที่นักเรียนมักสับสนกับขั้นตอนที่แตกต่างกันเมื่อมีความคล้ายคลึงกันมากเมื่อเศษพีชคณิตต้องคูณด้วยตัวอักษรโดยใช้การคูณไขว้แม้ว่าจะไม่เหมาะสม เช่น การคูณไขว้บางอย่างที่ไม่ถูกต้องสำหรับนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต เมื่อนักเรียนเหล่านี้คูณเศษส่วนเกี่ยวกับพีชคณิตกับตัวอักษร $\left[x \left(\frac{a}{b} \right) \right]$ พวกเขา มักจะคูณทั้งตัวหารและเศษของเศษตามตัวอักษรนั้น $\left(\frac{ax}{bx} \right)$ บางครั้งอาจสันนิษฐานได้ว่าไม่มีตัวหารให้กับตัวอักษร หรือบ่อยครั้งเมื่อไม่มีส่วนที่มองเห็นได้จะมีปัญหาในการตระหนักว่าตัวอักษรหนึ่งสามารถแทนด้วยส่วนเกี่ยวกับพีชคณิตได้โดยทำให้ส่วนเป็น 1 เนื่องจากมีความเข้าใจผิดว่าทั้งตัวหารและเศษควรคูณด้วยตัวอักษร

2.3 แปลงนิพจน์พีชคณิตเป็นคำตอบในสมการ พบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายเท่ากับโดยเข้าใจผิดว่าการใช้เครื่องหมายเท่ากับเพื่อบ่งชี้ว่า "ขั้นตอนต่อไปคือ" หรือพูดอีกนัยหนึ่งเมื่อใช้เครื่องหมายเท่ากับเป็นเครื่องหมายขั้นตอน การใช้ผิดประเภทนี้ทำให้เข้าใจผิดว่านิพจน์เป็นสมการ เช่น จากข้อความ ลบ $2b$ จาก 7 เปลี่ยนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ถูกคือ $7 - 2b$ แต่ดำเนินการต่อเพราะคิดว่าเป็นสมการ $7 - 2b = 0$ และจัดอยู่ในรูปอย่างง่ายที่เกินเงื่อนไข $5b$ และแก้สมการได้ $b = 5$ และมีความเข้าใจผิดว่าสมการประกอบไปด้วยตัวอักษรและจำนวน โดยไม่จำเป็นต้องมีเครื่องหมายเท่ากับ

2.4 การทำให้อยู่ในรูปสำเร็จเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (oversimplification) การทำให้อยู่ในรูปสำเร็จเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข โดยดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คำนึงถึงหลักการดำเนินการในรูปการบวก การลบ การหาร และการคูณ สายอักขระ เช่น $7 - 2b$ มีค่าเท่ากับ 5 หรือ $5b$ หรือ $-5b$ และการทำให้อยู่ในรูปสำเร็จ โดยวิธีการตัดออกซึ่งเป็นวิธีการแก้ที่ถูกต้อง แต่ขั้นตอนวิธีไม่ถูกต้อง คือ การประยุกต์เลือกใช้กฎอย่างถูกต้อง $\frac{ax}{bx} = \frac{a}{b}$ แต่ใช้กระบวนการแยกพจน์ในนิพจน์

เกี่ยวกับพีชคณิตไม่ถูกต้องทำให้การตัดออก เป็นไปอย่างไม่ถูกต้อง เช่น $\frac{xa + xb}{x + xd}$ ใช้วิธีคิดแยก

ออกเป็นสองเศษส่วนเพื่อตัด x คือ $\frac{xa}{x} + \frac{xb}{xd}$ นอกจากนี้ยังมีการขาดความเข้าใจในคุณสมบัติพื้นฐาน

ของพีชคณิต เช่น $3 - 2n = 3$ ดำเนินการเป็น $1n = 3$ และไม่เข้าใจความแตกต่างระหว่างตัวแปรนิพจน์และสมการ

2.5 การแจกแจงไม่ถูกต้อง (invalid distribution) ภายใต้ "การแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง" มีรูปแบบการใช้งานคุณสมบัติการแจกแจงหลายรูปแบบไม่ถูกต้อง ที่พบมากที่สุดการยกกำลังของทวินาม และการทำให้คำตอบให้อยู่ในรูปสำเร็จหลังจากใช้คุณสมบัติ ตัวอย่างเช่น

$(A + B)^2 = A^2 + B^2$ แล้วดำเนินการเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มคำตอบด้วย $A^2 B^2$ และ $(A B)^2$ และอื่น ๆ อีกประเภทของการใช้คุณสมบัติการแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง มีการแจกแจงไม่ครบทุกพจน์เรียกว่า การแจกแจงที่ไม่สมบูรณ์ เช่น $(e + 2)3 = 3e + 2$ หรือ $e + 2(3) = e + 6$

2.6 ข้อผิดพลาดในการกลับรายการ (reversal error) ในการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์พีชคณิตมีลำดับดำเนินการกลับรายการ ระหว่างตัวตั้งที่เป็นจำนวนกับตัวลบที่เป็นตัวอักษร จาก $7 - 2b$ เป็น $2b - 7$ ซึ่งเป็นการสร้างตามอันดับย้อนกลับแทนที่จะเป็นการสร้างตามความสัมพันธ์

2.7 ตัวส่วนที่ไม่ถูกต้อง (incorrect common denominator) เข้าใจไม่ถูกต้องว่าตัวหารร่วมของจำนวน 2 จำนวน คือ จำนวนที่น้อยที่สุด เช่น $\frac{r}{4} - \frac{(6-s)}{2}$ ดำเนินการโดยใช้ 2 เป็นตัวหารร่วม จะได้ $\frac{r-(6-s)}{2}$ และเมื่อเศษส่วนเป็นพีชคณิตเข้าใจว่าผลรวมของตัวหารเป็น

ตัวหารร่วมแทนผลคูณซึ่งเป็นความคิดที่ไม่ถูกต้อง เช่น $\frac{A}{B} + \frac{A}{C}$ นักเรียนดำเนินการโดยใช้ $B + C$ เป็นตัวหารร่วม จะได้ $\frac{2A}{B+C}$ เป็นวิธีการหาตัวหารร่วมที่ไม่ถูกต้อง และมีการจัดการสัญลักษณ์ในลักษณะไม่ทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องในตัวเศษ

2.8 การเปรียบเทียบเชิงปริมาณที่ไม่ถูกต้อง (incorrect quantitative comparisons) การเปรียบเทียบเศษส่วนเกี่ยวกับพีชคณิตสองส่วนเข้าใจไม่ถูกต้องว่าเปรียบเทียบเฉพาะตัวส่วนแทนการเปรียบเทียบเศษส่วนทั้งหมด จึงสรุป $\frac{1}{n+1}$ มากกว่า $\frac{1}{n}$ และใช้วิธีการแยกเศษอย่างไม่ถูกต้องโดย $\frac{1}{n+1}$ เป็น $\frac{1}{n} + 1$ แล้วสรุป $\frac{1}{n+1}$ มากกว่า $\frac{1}{n}$

2.9 รูปแบบอื่น ๆ ของคำตอบที่ไม่ถูกต้อง (Miscellaneous forms of incorrect answers) ได้แก่ คำตอบแตกต่างไปจากคำถาม คำตอบไม่มีเหตุผลชัดเจนเพราะใช้กฎผิด ๆ และอาจสรุปได้ว่าคำตอบแต่ละคำตอบไม่เหมือนใครเพราะใช้วิธีการที่ดำเนินการคิดขึ้นเอง โดยไม่มีเข้าใจการดำเนินการตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ ไม่มีความเข้าใจเกี่ยวกับคุณลักษณะโครงสร้างของพีชคณิตเพื่อเลือกวิธีการที่ถูกต้อง การจัดการสัญลักษณ์ไม่สอดคล้องกับกฎที่ยอมรับ

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้สมการ (solving equations) มี 7 ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่อยู่ภายใต้การแก้สมการดังนี้

3.1 การใช้จำนวนเป็นตัวย่อคำอธิบาย (Numbers as labels) ได้แก่ การแก้สมการ $4x + 25 = 21$ เพื่อหาค่า x พบว่าใช้ตัวเลขเป็นตัวย่อคำอธิบายเพื่อแทนที่หรือแทนที่ตัวแปรคือ วางหมายเลข 8 ไว้ในตำแหน่งของ x เพื่อให้ได้สมมูล $48 + 25 = 21$ แล้วสรุป $x = 8$ ซึ่งการเข้าใจตัวเลขเป็นตัวย่อคำอธิบายของตัวอักษร

3.2 ตีความคลาดเคลื่อนวิธีการกำจัดในการแก้สมการ (Misinterpreting the elimination method in solving equations) ได้แก่ มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการกำจัด

เมื่อแก้ระบบสมการเชิงเส้นมีการพิจารณาผิดการดำเนินงานที่จะดำเนินการและเลือกการดำเนินการย้อนกลับ โดยมีการเข้าใจคลาดเคลื่อน 3 ประเภทเกิดขึ้นเมื่อถูกถามเกี่ยวกับผลเฉลย 1) พิจารณาสมการเพียงหนึ่งสมการในระบบ 2) เลือกการดำเนินการที่ไม่ถูกต้องหรือ 3) พิจารณาเฉพาะค่าคงที่ทางด้านขวามือของสมการ วิธีการที่ไม่ถูกต้องทั้งหมดนี้แสดงถึงความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์เกี่ยวกับวิธีการกำจัด นอกจากนี้ยังมีกรณีที่ใช้วิธีการกำจัดไม่ให้ง่ายตัวแปร แต่รวมสมการทั้งสองเพื่อสร้างสมการเดียวที่มีสองตัวแปร เป็นการขาดความเข้าใจในการเริ่มต้นด้วยขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา

3.3 การดำเนินการที่ไม่ถูกต้องในวิธีการทดแทน (wrong operations in the substitution method) วิธีการทดแทนที่ไม่ถูกต้อง คือใช้วิธีการคือการนำสมการที่ 1 มาเท่ากับสมการที่ 2 จะได้ $2m+n-2 = 3m-2n-3$ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านอกเหนือจากความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการทดแทนแล้วยังไม่มีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

3.4 การใช้กฎการเปลี่ยนด้านการเปลี่ยนเครื่องหมายผิดพลาด ได้แก่ การแก้สมการในพีชคณิตไม่เปลี่ยนเครื่องหมายเมื่อดำเนินการในแง่อื่น ๆ ของสมการหรือใช้การดำเนินการที่ไม่ถูกต้องกับข้อกำหนด ได้แก่ ผิดพลาดการใช้กฎด้านการเปลี่ยนแปลงด้านการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมาย และการขาดความเข้าใจคุณสมบัติพื้นฐานของโครงสร้างของพีชคณิต เช่น คุณสมบัติของพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต โดยเข้าใจว่า $-7n = -7 + n$

3.5 ความผิดพลาดจากวิธีการเรียนรู้เดิม (previously learned methods) ได้แก่ การประยุกต์ใช้กฎที่เคยเรียนมา หรือขั้นตอนสำหรับสถานการณ์ใหม่โดยไม่เข้าใจความเป็นมาทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการใช้ เช่น การใช้วิธีการแก้สมการกำลังสองเพื่อแก้สมการเชิงเส้น

3.6 ปัญหาจากการอ่านผิด (Misreading the problem) ได้แก่ การอ่านและตีความผิดพลาด การเกิดข้อผิดพลาดนี้เกิดกับด้านโจทย์ปัญหามากเนื่องจากต้องอ่าน ตีความ และการแปลจากภาษาธรรมชาติเป็นพีชคณิตหรือในทางกลับกัน เช่น ข้อผิดพลาดในการกลับรายการเนื่องจากการตีความผิดพลาดของสถานการณ์ปัญหา

3.7 การตีความผิดพลาดในเครื่องหมายเท่ากับ (Misinterpreting the equal sign) ได้แก่ การใช้เครื่องหมายเท่ากับเป็นเครื่องหมายขั้นตอนเพื่อทำในขั้นตอนต่อไปถึงแม้จะเป็นขั้นตอนที่ไม่จำเป็นและขัดต่อหลักการสมดุล และตีความเครื่องหมายเท่ากับเป็นเครื่องหมายที่จะทำอะไรบางอย่าง ได้แก่ การดำเนินการทางด้านขวามือของสมการเพื่อให้ได้คำตอบทางด้านซ้าย

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา (Solving Word Problems) พบว่าโจทย์ปัญหาเป็นปัญหาที่ยากลำบากที่สุดสำหรับนักเรียนพวกเขามีปัญหาในการจัดการรายละเอียดของปัญหาที่กำหนดในรูปแบบคำในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคำศัพท์นักเรียนต้องผ่านหลายขั้นตอน ขั้นตอนเหล่านี้แปลภาษาธรรมชาติเป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาและการตีความผลลัพธ์ หนึ่งในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหลักคือ ความพยายามของนักเรียนในการจับคู่อันดับในภาษาธรรมชาติด้วยตัวอักษร เห็นได้ชัดว่าเป็นเหตุผลที่ทำให้เกิด "ข้อผิดพลาดในการย้อนกลับ" การทำความเข้าใจปัญหาและการแปลเป็นสองปัญหาหลักเมื่อไม่สามารถเข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้องจึงเกิดข้อผิดพลาด

บูธ บาร์เปียร์รี ไอเรอร์ และบาร์เกาเว (Booth Barbieri, Eyer, & Blagoev 2014) ได้แบ่งองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาพีชคณิต และนำเสนอตัวอย่าง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านตัวแปร (Variable) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การรวมพจน์ที่แตกต่างกัน การย้าย ลบหรือเพิ่มตัวแปรการแก้ปัญหาหนึ่งตัวแปรเท่านั้น เช่น

ตัวอย่างที่ 1 $9z + 1$ มีค่าเท่ากับเท่าไร นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าสามารถรวมกันได้จึงตอบ $10z$

ตัวอย่างที่ 2 $6x^2 + 4x$ ค่าเท่ากับเท่าไร นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าสามารถรวมกันได้ทั้งพจน์และเลขชี้กำลังจึงตอบ $10x^3$

ตัวอย่างที่ 3 นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า $3v + 3$ เป็นแบบเดียวกันกับ $-3v + 3$

2. ด้านเครื่องหมายลบ (Negative Sign) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การย้ายการลบหรือการเพิ่มเครื่องหมายเท่ากับ ดำเนินการโดยไม่คำนึงการเท่ากันทั้งสองด้านของเครื่องหมายเท่ากับหรือไม่เท่ากัน และการย้ายโดยไม่มีเปลี่ยนเครื่องหมาย เช่น ในขั้นการแก้ปัญหา นักเรียนแทน $-2x$ ด้วย $2x$ นักเรียนย้ายข้าง $9z$ โดยไม่เปลี่ยนเครื่องหมาย

3. ด้านการเท่ากันและไม่เท่ากัน (Equality/Inequality) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การย้าย การลบหรือเพิ่มเครื่องหมายเท่ากับ ดำเนินการโดยไม่มีการตรวจสอบทั้งสองด้านของเครื่องหมายเท่ากับหรือไม่เท่ากันหรือเครื่องหมายความไม่เท่ากัน เช่น เครื่องหมายเท่ากับจะถูกนำออกจากสมการ ในการแก้สมการนักเรียนจะลบออกจากด้านเดียวของสมการ

4. ด้านการดำเนินการ (Operation) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การดำเนินการบวก การลบ การคูณ หรือการหารที่ถูกระบุจะแทนในทางกลับกัน เช่น การดำเนินการคลาดเคลื่อนการบวก $5 + x = 5x$ การดำเนินการคลาดเคลื่อนเพราะคิดว่าดำเนินการเหมือนกันได้จึงดำเนินการ $-19 / -9$ เหมือนกับการดำเนินการ $-19 - 9$ และ $6 - 4x$ เหมือนกับการดำเนินการ $6 \cdot 4x$

5. ด้านเศษส่วน (Fraction) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การย้ายจากตัวเศษไปยังตัวหาร หรือในทางกลับกัน การคูณเมื่อมีการระบุการลบโดยเศษส่วนใช้การเพิ่มหรือลบเพื่อกำจัดเศษหรือตัวหาร เช่น เปลี่ยน $-1/15$ เป็น -15

6. ด้านสมบัติทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Property) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การใช้คุณสมบัติการสลับหรือเชื่อมโยงอย่างไม่เหมาะสม และการใช้คุณสมบัติการแจกแจงอย่างไม่เหมาะสม

แฟล็กก์ (Flagg, 2014) ได้วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับภาษาคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยลักษณะความคลื่อนเกี่ยวกับค่าและวลีที่สำคัญ การใช้คำศัพท์ การใช้เครื่องหมาย และการใช้สัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง และพบว่าจะเป็นอุปสรรคต่อความผิดพลาดพลาตในขั้นตอนวิธีการการคำนวณ และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

นาเซอร์ (Naseer, 2015) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตไว้ดังนี้

1. ด้านตัวแปรหรือการใช้ตัวอักษร (letter usage or variables) มีลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ดำเนินการรวมพจน์ $7x + x = 7x^2$

2. ด้านภาวะการเท่ากัน (equality) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้กฎ เช่น $4k = 144$ นักเรียนแก้สมการเป็น $k = 144 - 4$ ซึ่งที่ถูกต้องเป็น $k = 144 \div 4$ กฎเกณฑ์ที่ไม่ถูกต้อง การประยุกต์โครงสร้าง

3. ด้านภาวะการไม่เท่ากัน (inequalities) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ แนวคิดกฎเกณฑ์ที่ไม่ถูกต้อง การประยุกต์โครงสร้าง

โดเฮอร์ตี (Dougherty, 2016) มหาวิทยาลัยมิสซูรี ประเทศโคลัมเบีย ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสรุปได้ดังนี้

1. เครื่องหมายเท่ากับ (Misunderstanding of equal sign) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ความเข้าใจผิดในสิ่งที่หมายถึงเท่ากับ และ ความเข้าใจผิดของสิ่งที่แก้ปัญหามการ เช่นนักเรียนเห็นเครื่องหมายเท่ากับเป็นสัญญาณอะไรบางอย่างที่ต้องทำกับจำนวนเพื่อให้ได้คำตอบ เห็นเครื่องหมายเท่ากับเกี่ยวกับมากกว่า น้อยกว่า และ ไม่เท่ากับ

2. พิจารณาตัวแปรตามค่าที่เจาะจง (Consider variables as specific values) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณได้โดยไม่ต้องใช้ค่าที่ระบุ และ มุ่งเน้นที่จำนวนทั้งหมดแทนที่จะเป็นจำนวนจริง ตัวอย่าง โจทย์ถาม $9h - h$ มีค่าเท่ากับ $8h$ หรือไม่ โดยนักเรียนตอบไม่สามารถระบุได้ว่าถูกต้องหรือไม่เพราะไม่รู้ค่าของ h และ หรือตอบว่าถูกต้องถ้า h เป็นจำนวนบวก

3. ทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับพีชคณิต (Algebra basic skill) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อหาค่า p ไม่ถูกต้อง ดังนี้ $16 - p = 7$ นักเรียนตอบ $p = -9$ ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ 9

4. นักเรียนมักจะเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นเพียงชุดของขั้นตอน มีทักษะถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ ที่มีกฎเฉพาะเจาะจง

มูร์นเกียร์ (Mulungye, 2016) ได้ทำการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด และองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตได้ดังนี้

1. ด้านโจทย์ปัญหา (Word problems) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ กำหนดโจทย์ปัญหาให้นักเรียนอ่านและแปลงเรื่องราวเป็นนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตซึ่งเกี่ยวข้องกับ การกำหนดตัวแปร ค่าคงที่ และเป็นตัวแทนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในรูปแบบสัญลักษณ์ที่สังเกตว่าเป็นเรื่องยากโดยเฉพาะ พบว่า นักเรียนระบุตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง โดยเข้าใจว่าตัวอักษร s หรือ t เป็นตัวย่อคำอธิบายแทนปริมาณที่แตกต่างกัน และเข้าใจว่าสัญลักษณ์ "=" ไม่ได้หมายถึงการแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์แต่เป็นการแยกออกเป็นสองกลุ่มจึงทำให้แปลงโจทย์ปัญหาเป็นนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตไม่ถูกต้อง และจากการวิเคราะห์คำตอบข้อผิดพลาดในการกลักรายการ พบว่านักเรียนใช้เครื่องหมายเท่ากับเพื่อแสดงการเท่ากันโดยไม่คำนึงถึงความสัมพันธ์ตามสัดส่วน ใช้ตัวอักษรเป็นตัวย่อคำอธิบาย แทนปริมาณที่แตกต่างกัน และสร้างสมการตามลำดับของค่าจึงทำให้แปลงโจทย์ปัญหาเป็นนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตไม่ถูกต้อง นอกจากนี้มีการคาดเดาโดยไม่มีเหตุผล พบว่า

นักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาเป็นนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตโดยไม่ได้ใช้วิธีการเกี่ยวกับพีชคณิตหรือกฎประเด็นหนึ่งที่ได้เห็นได้ชัดในคำตอบคือนักเรียนมีปัญหาในการทำความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อตัวแปรหนึ่งมีความแตกต่างกัน

2. ด้านนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต (Algebraic expressions) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การกระจายนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต พบว่า นักเรียนมีการแจกแจงที่ไม่ถูกต้องโดยเครื่องหมายลบก่อนวงเล็บถูกละเว้น การใช้สมบัติการแจกแจงเกินเงื่อนไขในการแก้ปัญหา การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายของนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต พบว่า นักเรียนเกิดความสับสนว่า $3x + 5$ เป็นกระบวนการ และรับรู้คำตอบไม่ควรมีสัญลักษณ์ของการดำเนินการ จึงดำเนินการทำ $3x + 5$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย คือ $8x$ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับนิพจน์พีชคณิต ไม่ทราบวิธีการดำเนินการกับตัวแปรเมื่ออยู่ในตัวหาร ไม่ทำตามขั้นตอนที่ถูกต้อง และตัวประกอบของนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต พบว่า ขาดความเข้าใจเรื่องการแยกตัวประกอบ

3. ด้านสมการเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Equations) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การดำเนินการกับจำนวนเต็มโดยนักเรียนไม่มีความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและลบจำนวนเต็มในกระบวนการแก้สมการสมบัติสมมาตร สมบัติการถ่ายทอด และการคิดคำนวณ การดำเนินการกับจำนวนเต็มและการคำนวณ

4. ด้านตัวแปร (Variables) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนสับสนกับการดูตัวแปรเป็นค่าคงที่หรือในทางกลับกัน เช่น ผลรวมของจำนวนเต็มติดต่อกันสองจำนวน การตอบของนักเรียนส่วนใหญ่เป็น $a + b$ หรือ $x + y$ หรือ $m + n$ แทน $a + a + 1 = 2a + 1$ หรือ $2x + 1$ หรือ $2m + 1$

อิดริซู อบูการ์ และโบร์กี (Iddrisu, Abukar & Boakye 2017) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางพีชคณิตพื้นฐานไว้ดังนี้

1. ด้านตัวแปร (Variables) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

1.1 การตีความตัวแปรผิด พบว่า เข้าใจว่าตัวแปรเป็นคำกริยาในโจทย์ เช่น การขาย แทนที่จะเป็นจำนวนสิ่งต่าง ๆ ไม่สามารถแยกระหว่างตัวแปร และไม่ใช้ตัวแปรในโจทย์ปัญหาได้ เข้าใจผิดว่าผลคูณตัวแปรสองตัวแปรเป็นตัวแปรเดียว

1.2 การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายไม่ถูกต้อง พบว่า การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายไม่ถูกต้อง เช่น ดำเนินการ $3 + 5y$ เป็น $8y$ และ ดำเนินการ $7 - 3a$ เป็น 4 หรือ $-4a$ การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่ไม่สมบูรณ์ เช่น เข้าใจว่า $5(a + 2)$ เป็นคำตอบที่สิ้นสุด เมื่อเทียบกับขั้นตอนทางพีชคณิตถือว่าเป็นคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ หรืออาจไม่ทราบวิธีดำเนินการต่อ

1.3 ความคลาดเคลื่อนในการกลับรายการ พบว่า สร้างนิพจน์ทางพีชคณิตโดยไม่เข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่ถูกต้องระหว่างตัวแปรที่กำหนด แต่สร้างนิพจน์ตามลำดับของโจทย์ เช่น จากโจทย์ ลบ $3a$ จาก 7 นักเรียนเขียน $3a - 7$ แทนคำตอบ $7 - 3a$

1.4 การเปรียบเทียบเชิงปริมาณที่ไม่ถูกต้อง พบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าตัวหารของส่วนที่เพิ่มขึ้นค่าของเศษจะเพิ่มขึ้น

2. นิพจน์พีชคณิต (Algebraic Expressions) มีลักษณะมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

2.1 การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายไม่ถูกต้อง พบว่าการเชื่อมต่อ หรือการรวมกันของพจน์โดยไม่ได้ปฏิบัติตามข้อกำหนดของการดำเนินการที่จะต้องดำเนินการ และมีปัญหาในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น $-m + m$ เมื่อ m จำนวนจริงใด ๆ การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่ไม่สมบูรณ์ พบว่า ไม่ดำเนินการต่อเพื่อให้ได้คำตอบที่ยอมรับในการจัดนิพจน์ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เช่น ดำเนินการกับขั้นตอนหนึ่งหรือสองขั้นตอนและยุติกระบวนการก่อนที่จะถึงคำตอบสุดท้าย ซึ่งมีความเป็นไปได้คือความรู้ไม่เพียงพอเกี่ยวกับวิธีการดำเนินการกับปัญหา หรือเข้าใจผิดว่าเป็นคำตอบสุดท้ายแล้ว

3.2 การคูณไม่ถูกต้อง พบว่า ความคลาดเคลื่อนในการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับรากที่สองและกำลังสองของนิพจน์ทางพีชคณิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อมีตัวแปรเชิงลบ

3.3 การสร้างสมการไม่ถูกต้อง พบว่า เมื่อได้คำตอบในรูปแบบของนิพจน์ทางพีชคณิต ดำเนินการต่อเพื่อแก้สมการให้อยู่ในรูปอย่างง่ายทางพีชคณิต โดยเชื่อมโยงตัวแปรในปัญหาในรูปแบบที่ไม่ตรงความหมายของสมการ

3.4 การแจกจ่ายไม่ถูกต้อง พบว่า ใช้สมบัติการแจกจ่ายไม่ถูกต้อง โดยนำสมบัติการแจกแจงไปใช้กับเลขยกกำลัง

3. สมการ (Equations) มีลักษณะมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

3.1 จำนวนเป็นตัวย่อคำอธิบาย (labels) พบว่า เข้าใจว่าตัวแปรเป็นตัวย่อคำอธิบาย จึงดำเนินการแก้ปัญหา สำหรับ y ใน $6y + 13 = 75$ นักเรียนเหล่านี้เขียน $y = 2$ โดยวางหมายเลข 2 ลงในตำแหน่งของ y จะได้ $62 + 13 = 75$ แล้วสรุป $y = 2$ เป็นคำตอบซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องเป็นการแก้ปัญหาที่ไม่ได้ทำตามขั้นตอนการแก้สมการ

3.2 ตีความวิธีการกำจัดการแก้สมการหลายชั้น พบว่า นักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับการดำเนินการที่จะดำเนินการ โดยมีการดำเนินการย้อนกลับ เช่น บวกเมื่อเป็นลบ หรือในทางกลับกัน ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนนี้เกิดจากความเข้าใจที่สับสนในการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายของจำนวนเต็มและการจัดการกับเครื่องหมาย และความยากลำบากนี้จะเพิ่มขึ้นเมื่อตัวแปรในสมการมีเครื่องหมายตรงกันข้าม ($-b, +b$)

3.3 ผลเฉลยไม่ถูกต้องสำหรับสมการหลายชั้น พบว่า ใช้วิธีการแทนค่าผิดพลาด การใช้กฎการเปลี่ยนแปลงด้าน และการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมายที่ผิดพลาดทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน ความคลาดเคลื่อนนี้เกิดขึ้นในขั้นตอนสุดท้ายของกระบวนการแก้สมการ นักเรียนบางคนเปลี่ยนพจน์ไปยังอีกด้านหนึ่งของสมการโดยไม่เปลี่ยนเครื่องหมายอย่างถูกต้องหรือไม่ใช้การดำเนินการที่เหมาะสม เช่น $a + a - 5 = 7$ แล้ว $2a = 7 - 5$ นอกจากนี้ตีความผิดวิธีการกำจัดการเมื่อแก้สมการพร้อม ๆ กัน

4. การแก้โจทย์ปัญหา (Solving Word Problems) มีลักษณะมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดความเข้าใจแนวคิดรวมเมื่อมีการคูณกับตัวแปรที่มีค่าคงที่ ได้แก่ แปลความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้แทนโจทย์ไม่ถูกต้องเมื่อมีการระบุตัวแปร การตีความตัวแปรผิด และขาดความเข้าใจในปัญหา

นอกจากนี้อิทธิงู อบูการ์ และโบร์กี้ ได้สรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางพีชคณิต ดังนี้ สัญลักษณ์ในพีชคณิต มีการตีความแตกต่างกันในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน นักเรียนมีการรับรู้อย่างไม่ถูกต้องและไม่สมบูรณ์เกี่ยวกับตัวอักษร ตัวเลขและเครื่องหมายภาพรวมที่เกิดขึ้นจากผลการวิจัยคือ ความเข้าใจผิดของแนวคิดเรื่องตัวแปร นิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต มันถูกค้นพบจากการศึกษาว่าปัญหาหลัก นักเรียนที่พบคือขาดความเข้าใจของคุณสมบัติโครงสร้างในพื้นที่แนวคิดนี้ซึ่งทำให้นักเรียนใช้วิธีการที่ไม่ถูกต้องมากมายนอกจากนี้นักเรียนยังแก้ไขหรือใช้กฎที่ไม่เหมาะสมอีกด้วยซึ่งไม่เหมาะสมในบางสถานการณ์ การแก้สมการ การใช้ผิดประเภทของเครื่องหมายที่เท่าเทียมกันออกไปจากความหมายที่ยอมรับได้ชัดเจน ในกรณีส่วนใหญ่นักเรียนใช้ 'เครื่องหมายเท่ากับ' ในแง่หนึ่งนั่นคือเพื่อดำเนินการไปทางซ้ายและรับคำตอบทางด้านขวาหรือในทางกลับกันในที่สุด นักเรียนใช้วิธีการกำจัดและแทนที่อย่างไม่เหมาะสม

ชนิเพอร์ แม็คคอย (Schnepper & McCoy, 2017) ได้ทำการวิเคราะห์ห้วงค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 5 ลักษณะดังนี้

1. คำตอบที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Answer) โดยเป็นการตอบคำถามเพียงบางส่วนโดยไม่ครอบคลุมการแก้ปัญหาหรือข้อสรุปที่คำถามต้องการทั้งหมด
2. การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) โดยเป็นการให้ข้อสรุปจากข้อมูลที่รวบรวมอยู่ในทางที่ไม่เหมาะสมแต่มีขั้นตอนการดำเนินการที่ถูกต้อง
3. ข้อผิดพลาดทางเทคนิค (Technical Error) โดยเป็นการผิดพลาดในด้านการคำนวณ ผิดพลาดในการจัดการกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตพื้นฐาน สะเพร่า หรือผิดพลาดในการใช้กระบวนการและทักษะที่มักจะเข้าใจในหลักสูตรเบื้องต้น
4. ข้อผิดพลาดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้เรียนมาก่อนหน้า (Error Originating from Misconceptions of Previously Learned Material) โดยเป็นการผิดพลาดในขั้นตอนตามมาหรือผิดพลาดจากการใช้ทักษะที่มักจะต้นแบบก่อนหน้านี้ในเนื้อหาเดียวกัน
5. การบิดเบือนบทนิยาม (Distorted Definition) โดยเป็นการเปลี่ยนแปลงคำนิยามที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของข้อคำถาม

ซีไลน์สกี (Zielinski, 2017) ได้สังเคราะห์ห้วงค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนพีชคณิตที่เกิดขึ้นบ่อย และมีความคงทนสามารถสรุปได้ดังนี้ การใช้สัญลักษณ์, (use of notation) การใช้เครื่องหมายลบ (use of the negative sign) กฎสำหรับการบวก และลบเลขชี้กำลัง(rules of positive and negative exponents) การแจกแจงผิดพลาด (distribution errors) และ เศษส่วนทางพีชคณิตอยู่ในรูปสำเร็จ (simplifying algebraic fractions)

ทีคิน ชิระวะ (Tekin-Sirava, 2017) ได้วิเคราะห์ภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่มีผลการเรียนระดับกลาง การวิเคราะห์ภาพลักษณ์มโนทัศน์เกี่ยวกับบทนิยาม (concept definition) พบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประกอบไปด้วย

1. ภาพลักษณ์มโนทัศน์ของพจน์ (Concept Images of the Term) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนไม่เข้าใจในบทนิยามของพจน์ โดยเข้าใจว่าค่าคงที่ไม่ใช่พจน์จึงตอบว่า $4t^2 + 6z + 5$ มี 2 พจน์ คือ $4t^2$ และ $6z$ เข้าใจว่าค่าสัมประสิทธิ์ไม่ได้เป็นส่วนหนึ่งของพจน์จึงตอบว่า

$8xy + 10$ มีพจน์คือ xy และ 10 และไม่ทราบเงื่อนไขของนิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิตจึงตอบ $5rs^2$ มี 5 , r และ s^2 เป็นพจน์จึงสรุปได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจในบทนิยามของพจน์ไม่ถูกต้อง

2. ภาพลักษณ์มโนทัศน์ของค่าสัมประสิทธิ์ (Concept Images of the Coefficient) มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนเข้าใจในบทนิยามของค่าสัมประสิทธิ์ไม่ครบ โดยเข้าใจว่าค่าคงที่เป็นสัมประสิทธิ์ของนิพจน์ (สัมประสิทธิ์ของนิพจน์ที่ถูกต้อง คือ ค่าคงที่ของพจน์ที่มีดีกรีสูงสุด) ดังนั้นจึงตอบคำถาม นิพจน์ $2x+3$ มีสัมประสิทธิ์คือ 2 และ 3 นิพจน์ $8xy+10$ มีสัมประสิทธิ์คือ 8 และ 10 นิพจน์ $4t^2 + 6z + 5$ มีสัมประสิทธิ์คือ $4t^2$ จึงสรุปได้ว่านักเรียนกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ตามบทนิยามไม่ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์นำเสนอมาทั้งหมดส่วนใหญ่เมื่อจัดหมวดหมู่ จะมีความคล้ายคลึงกัน ซึ่งสรุปได้ว่า

1. ด้านภาษา และสัญลักษณ์
2. ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์
3. ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล

ซึ่งจะนำมาวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แล้วนำไปเป็นข้อมูลในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ต่อไป

2.4 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.4.1 ความหมายของการวินิจฉัย และความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องความหมายของการวินิจฉัย และแบบทดสอบวินิจฉัย พบว่า นักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ต่าง กันดังนี้

ทิพย์ ขำอยู่ (2556) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัย หมายถึง การดำเนินการพัฒนาวิธีการวินิจฉัย หรือกระบวนการของการวินิจฉัย เพื่อค้นหาข้อบกพร่อง หรือ จุดเด่น จุดด้อยในการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน เกี่ยวกับการคิด ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจผิดในแนวคิดและเนื้อหาที่เรียน โดยใช้วิธีการตรวจพิจารณาหรือวิธีการทดสอบโดยมีเป้าหมายเพื่อการปรับปรุงแก้ไข

กุลพร พูลสวัสดิ์ (2559) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัย หมายถึง กระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อให้ได้ข้อมูลสารสนเทศในด้าน จุดเด่น จุดด้อย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ปัญหาอุปสรรคสถานะความรู้ในปัจจุบันของผู้เรียน และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้มีส่วนเกี่ยวข้อง ทั้งผู้เรียน ครูผู้สอน โรงเรียน และผู้ปกครอง เพื่อการปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนการสอนของครู และให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาและเรียนรู้ในขั้นต่อไป

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2557) ได้กล่าวไว้ว่าการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางการศึกษา หมายถึง กระบวนการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม เพื่อระบุว่า ผู้เรียนได้รู้มโนทัศน์ใดมาแล้วบ้าง มีความเข้าใจที่ถูกต้องหรือไม่ ยังเข้าใจคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ใดบ้าง และเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเนื่องจากสาเหตุใด

สุมาลี มีสกุล (2558) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัย หมายถึง การวิเคราะห์เพื่อระบุปัญหา อุปสรรค ข้อบกพร่อง จุดเด่น หรือจุดด้อยของนักเรียน เพื่อนำผลไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน

สุพักตร์ พิบูลย์ (2559) ได้ให้ความหมายของการสอบวินิจฉัย หมายถึง การสอบที่มุ่งเพื่อค้นหาหรือวิเคราะห์จุดด้อยหรือข้อบกพร่องในการเรียน เพื่อตรวจสอบความบกพร่องทางการเรียนเป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่ม ผลการสอบสามารถบอกได้ว่านักเรียนบกพร่องในทักษะใด จุดใดพร้อมสาเหตุของความบกพร่อง แต่ในขณะเดียวกันอาจเจอจุดเด่น หรือความสามารถพิเศษของผู้เรียนก็ได้ผลการวินิจฉัย จะนำมาซึ่งการแก้ไข และส่งเสริมการเรียนของนักเรียนได้ถูกต้องและตรงจุด รวมทั้งสามารถนำผลการวินิจฉัยในเรื่องหนึ่ง ๆ ไปใช้เพื่อป้องกันปัญหาที่อาจเกิดขึ้นในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ที่มีความต่อเนื่องกัน ตลอดจนใช้เพื่อปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ศิริวรรณ วณิชวัฒนวรชัย (2560) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัย หมายถึง ค้นหาจุดเด่น จุดด้อยของผู้เรียนว่ามีปัญหาในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง มากน้อยแค่ไหนเพื่อนำไปสู่การตัดสินใจการวางแผนการจัดการเรียนรู้ และปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สมนึก ภัททิยธนี (2562) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัย หมายถึง การวัดผลเพื่อค้นหาจุดบกพร่องของนักเรียนที่มีปัญหาว่ายังไม่เกิดการเรียนรู้ตรงจุดใด และอะไร เรื่องใดเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียน มีความบกพร่องจะได้หาทางแก้ไข ได้ตรงจุดที่เป็นปัญหาหรือทำการสอนซ่อมเสริมได้ถูกต้อง

มูร์นเกียร์ (Mulungye, 2016) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัย หมายถึง การระบุข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนขณะที่พวกเขามีส่วนร่วมในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ศิริเดช สุชีวะ (2550) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ค้นหาข้อบกพร่อง จุดอ่อน หรือ จุดด้อยของผู้เรียนทั้งในทางวิชาการและทางด้านจิตใจเพื่อแยกผู้เรียนที่มีความสามารถดีหรือด้อยในเรื่องใด และหาสาเหตุว่าผู้เรียนมีผลการเรียนด้อยเนื่องมาจากสาเหตุใด แบบทดสอบวินิจฉัยนี้นอกจากจะเป็นประโยชน์ทางวิชาการแล้ว ยังใช้เป็นประโยชน์ในการตรวจสอบความผิดปกติทางด้านร่างกายและจิตใจด้วย

ปิยะธิดา ปัญญา (2558) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดหาจุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน โดยทั่วไปจะใช้เพื่อหาข้อบกพร่องในด้านทักษะหรือความสามารถ อย่างเช่น แบบทดสอบที่ใช้สำหรับระบุปัญหาในการเรียน ส่วนใหญ่แล้วแบบทดสอบวินิจฉัยจะออกแบบมาเพื่อให้สามารถวัดคุณลักษณะนั้น ๆ ได้อย่างลึกซึ้งจนสามารถระบุต้นตอของปัญหาได้ ถ้านำแบบทดสอบวินิจฉัยมาใช้สำรวจความบกพร่องของนักเรียนก่อนที่จะจัดการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบความพร้อมของผู้เรียนก่อนเรียนแบบทดสอบนี้ก็จะกลายเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนเรียน

สุพักตร์ พิบูลย์ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวิเคราะห์จุดบกพร่องทางการเรียนเป็นรายบุคคล ให้ความสำคัญความตรงตามเนื้อหา แบ่งข้อสอบเป็นฉบับหรือกลุ่มย่อย ๆ ที่วัดข้อบกพร่องในเรื่องเดียวกัน เพื่อตรวจสอบความ

บกพร่องเป็นรายประเด็น แต่ละฉบับจะประกอบด้วยข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย ข้อสอบแต่ละข้อในแบบทดสอบวินิจฉัย สามารถสืบค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดได้หรือสาเหตุของข้อบกพร่องของการตอบผิดได้ ให้ความสำคัญในการสอบที่เพียงพอ การตรวจให้คะแนนเน้นการตรวจสอบเป็นรายฉบับย่อย ๆ

เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดบกพร่อง สาเหตุของความบกพร่องและปัญหาต่าง ๆ ในการเรียนรู้นั้น ๆ ของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อจะได้หาแนวทางแก้ไขให้ตรงจุด

นัฐพงษ์ ทองเชื้อ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ครูผู้สอนสร้างขึ้นมาโดยการวิเคราะห์ เนื้อหาในเรื่องนั้น ๆ อย่างละเอียดและมีความตรงเชิงเนื้อหาสูง เพื่อใช้ในการค้นหา จุดบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนในการเรียนรู้นั้น ๆ ทั้งนี้เพื่อจะได้จัดกิจกรรมทางการเรียนการสอนและสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุดตามที่นักเรียนมีความบกพร่อง และเป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอนของครูอีกด้วย

ภัทรพร เกษสังข์ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง เครื่องมือที่ใช้สำหรับค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียน เพื่อวัดจุดอ่อนหรือข้อบกพร่อง และสาเหตุของข้อบกพร่องนั้น ๆ ของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้โดยประเมินเนื้อหาเป็นรายย่อย ๆ ซึ่งละเอียดกว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

โชติกา ภาษีผล (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัด จุดด้อยของการเรียนรู้ที่เป็นปัญหาของผู้เรียน มุ่งตรวจสอบกลไก องค์ประกอบย่อยของกระบวนการสำคัญที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้ เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงและซ่อมเสริม

ธัญญาริษฎ์ จิรกุลธนศิริโชติ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้น เพื่อค้นหาจุดบกพร่องหรืออุปสรรคทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคนในแต่ละเนื้อหา เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นสารสนเทศในการปรับปรุงการเรียนการสอน นำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นได้อย่างตรงตามสาเหตุหรือข้อบกพร่องที่ค้นพบและมีประสิทธิภาพด้วยวิธีการที่เป็นที่ยอมรับ

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2560) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งหาข้อบกพร่องในการเรียนเพื่อนำผลไปปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียนและการสอนของครู

เมษา นวลศรี (2561) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของนักเรียนที่เกิดขึ้นในการเรียนเนื้อหาวิชานั้น ๆ

บราวน์ (Brown, 1970) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมุ่งที่จะทำการสอนซ่อมเสริมและให้การแนะแนว ซึ่งสามารถชี้ให้เห็นถึงจุดอ่อน หรือจุดบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคลในแต่ละส่วนย่อย ๆ ของแบบทดสอบนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นกระบวนการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม เพื่อระบุว่า ผู้เรียนได้รู้มโนทัศน์ใดมาแล้วบ้าง มีความเข้าใจที่ถูกต้องหรือไม่ ยังเข้าใจคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ใดบ้าง และเกิดความเข้าใจที่

คลาดเคลื่อนเนื่องจากสาเหตุใดจึงทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จโดยศึกษาจากการทำแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย

2.4.2 ความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัย มีความสำคัญและมีคุณค่าต่อการเรียนการสอนเป็นอย่างยิ่ง ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อนักเรียน ครูผู้สอน และผู้บริหาร เพราะถือว่าเป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญเป็นสื่อที่จะให้ครูผู้สอนเข้าใจและวิเคราะห์ถึงสาเหตุของความคลาดเคลื่อนของนักเรียน พร้อมทั้งครูผู้สอนสามารถปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนการสอนได้อย่างตรงจุดได้มีนักการศึกษากล่าวถึงข้อดีของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนดังนี้

พร้อมพรรณ อุตมสิน (2544) ได้กล่าวถึงความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญและมีคุณค่ามาก สำหรับการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา ในปัจจุบันมีประโยชน์ทั้งครูและนักเรียน ดังนี้

ประโยชน์สำหรับครู ประกอบไปด้วย

1. ช่วยปรับปรุงการสอนของครู เพื่อจะได้รู้ว่าครูสอนเรื่องอะไร และหัวข้อใดที่นักเรียนยังมีข้อบกพร่องอยู่ เพราะเนื้อหาบางเรื่องต้องใช้ความรู้พื้นฐานเก่า หากว่าครูยังไม่แก้ไขข้อบกพร่องเก่า ๆ จะทำให้การเรียนเนื้อหาต่อไปไม่ประสบความสำเร็จได้

2. ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตรงตามความต้องการของนักเรียนโดยใช้เทคนิคได้อย่างเหมาะสมกับนักเรียนในเนื้อหาแต่ละตอน เพราะเนื้อหาแต่ละตอนมีความยากไม่เหมือนกัน หากว่าครูได้ทราบว่าเป็นปัญหาต่อนักเรียน ครูก็ควรจะต้องแบ่งเป็นพิเศษในเนื้อหาตอนนั้น ๆ และหาวิธีสอนที่จะทำให้ นักเรียนประสบความสำเร็จ

3. ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัย ทำให้มีเวลาสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลมากขึ้น

ประโยชน์สำหรับนักเรียน ประกอบไปด้วย

1. ผลการสอบจากแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนจะทำให้นักเรียนได้ประเมินตนเองได้ว่าตนเองมีจุดประสงค์ที่ยังบกพร่องอยู่ สมควรจะได้รับ การแก้ไข ทำให้นักเรียนรู้ความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร

2. จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน ผลที่ได้จะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจว่านักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาหรือมีทักษะในเรื่องนั้นหรือไม่ ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปได้หรือไม่

3. จะเป็นแรงจูงใจในการเรียน ทำให้นักเรียนเตรียมพร้อมในการเรียนอยู่เสมอ เพราะถ้าผู้เรียนทราบว่าจบบทเรียนแล้วจะมีการทดสอบเพื่อวินิจฉัยการเรียน ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลวจะทำให้สนใจในการเรียน

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2557) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการประเมินวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนทราบจุดที่ควรปรับปรุงของตนเอง
2. ทราบว่าตนเองมีความรอบรู้ในเนื้อหานั้น ๆ ลึกซึ้งเพียงใด

3. ช่วยให้ผู้เรียนปรับพื้นฐานการเรียนรู้ของตนเองอย่างสม่ำเสมอ
4. ผู้สอนทราบว่าควรปรับปรุงการเรียนการสอนอย่างไร
5. ผู้สอนรู้จักผู้เรียนและทราบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน
6. การเรียนการสอนมีความหมายและคุ้มค่าตามเทคนิคการวัดและประเมินผล
7. สามารถแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนได้อย่างถูกต้อง

วิรัช วรรณรัตน์ (2557) ได้สรุปความสำคัญของการวินิจฉัยว่าเพื่อค้นหาความเด่น-ความด้อย ความเก่ง-ความอ่อน ในเนื้อหา ในเรื่องราว เพื่อค้นหาสาเหตุอันจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุง พัฒนาและการซ่อมเสริม เสมือนกับแพทย์ที่พยายามตรวจสอบมาตรฐานโรคของคนไข้ เพื่อค้นหาสาเหตุ โดยการบำบัดรักษา

นัฐพงษ์ ทองเชื้อ (2559) ได้สรุปความสำคัญของการวินิจฉัยว่าช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะว่าการค้นหาข้อบกพร่อง และสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนเป็นไปตามมาตรฐานและตัวชี้วัดที่ว่าไว้หรือไม่ ซึ่งจะเป็นพื้นฐานหรือแนวทางในการวางแผนการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป

ศิริวรรณ วณิชวัฒน์วรชัย (2560) ได้สรุปความสำคัญของการวินิจฉัยว่าไว้ 2 ประการ ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน เนื่องจากผลการวัดผู้เรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนจะได้ทราบว่าผู้เรียนมีจุดบกพร่องจุดใด มากน้อยเพียงใด ซึ่งครูผู้สอนสามารถแก้ไขปรับปรุงโดยการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุดเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่คาดหวังไว้

2. เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ ผลการวัดด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน นอกจากจะช่วยให้เห็นว่าผู้เรียนมีจุดบกพร่องเรื่องใดแล้ว ยังช่วยให้จุดบกพร่องของกระบวนการจัดการเรียนรู้อีกด้วย

วรนุช แหยมแสง (2560) ได้กล่าวถึงเป้าหมายของการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่คลาดเคลื่อนเพื่อการปรับปรุงการสอนของครูและเพื่อแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

เมษา นวลศรี (2561) ได้กล่าวถึงความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยช่วยให้ทราบสาเหตุของความบกพร่อง อันจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนในแง่ของการเป็นแนวทางนำไปสู่การสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

ลินคิช (Lindquist, 1963) ได้กล่าวถึงความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนไว้ดังนี้

1. สามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ละเอียดกว่าวิธีการอื่น ๆ
2. ช่วยให้ผู้ครูได้ทราบถึงองค์ประกอบที่สำคัญ ลำดับขั้นที่จำเป็นตลอดจนอุปสรรคในการเรียนการสอน
3. ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัย ทำให้มีเวลาจัดซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลได้มากขึ้น

4. ช่วยให้นักเรียนทราบว่าตนเองต้องเรียนอะไรเพิ่มเติมจากการปรับปรุงข้อบกพร่องที่สำคัญของตนเอง

5. ประหยัดเวลาของครูในการจัดหรือเตรียมการซ่อมเสริมและช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอน

บลูม (Bloom, 1971) ได้กล่าวถึงหน้าที่และความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนสรุปไว้ดังนี้

1. ใช้วัดพื้นฐานความรู้ก่อนเข้าเรียน
2. ใช้วัดระดับความรอบรู้
3. ใช้แยกนักเรียนเป็นกลุ่มเป็นพวกเพื่อหาทางใช้วิธีการสอนที่เหมาะสม
4. ใช้ค้นหาสาเหตุของความผิดที่เกิดขึ้นซ้ำซาก

กรอนลันด์ (Gronlund, 1976) ได้กล่าวถึงความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนแต่ละฉบับสะท้อนถึงมโนคติเกี่ยวกับเรื่องที่จะวัดของผู้สร้างและข้อคิดของผู้เรียนในการวินิจฉัย

2. แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำจึงเหมาะสำหรับพิจารณาข้อบกพร่องทางการเรียน แต่จะไม่เหมาะสำหรับการพิจารณาระดับความชำนาญ

3. แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน จะเป็นตัวบอกประเภทของข้อบกพร่องของนักเรียนแต่จะไม่บอกสาเหตุของข้อบกพร่องนั้น แม้ว่าบางครั้งจะสามารถบอกสาเหตุจากประเภทของข้อบกพร่องหรือจากการอธิบายคำตอบของนักเรียน แต่ข้อบกพร่องบางชนิดอาจเกิดขึ้นจากหลายสาเหตุหรือเกี่ยวข้องกันในลักษณะที่ซับซ้อน

4. แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนที่ทำการวินิจฉัยอุปสรรคทางการเรียนของนักเรียนเพียงส่วนเดียว ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ที่มีต่อส่วนประกอบนั้นด้วย

5. ผลที่ได้จากแบบทดสอบย่อยหรือกลุ่มของข้อสอบ ในการวินิจฉัยการเรียนอาจเชื่อถือได้น้อยเพราะอาจมีบางหัวข้อเท่านั้นที่วัดทักษะเฉพาะ ดังนั้นการหาข้อเด่นข้อด้อยทางการเรียนควรสังเกตจากห้องเรียนประกอบด้วย

วิลเลียมส์ (Williams, 2011) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการวินิจฉัยทักษะทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวินิจฉัยทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำเพื่อพิจารณาว่านักเรียนคนใดมีความพร้อมในการเรียนพีชคณิต และที่สำคัญกว่าการวิเคราะห์เป็นรายบุคคลจะช่วยเหลือนักเรียนที่ยังไม่ได้เข้าใจทักษะที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์

จากการที่นักการศึกษา ได้กล่าวถึงความสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยข้างต้นสรุปได้ว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ครูใช้ในการค้นหาความคลาดเคลื่อนเมื่อทราบก็สามารถที่จะนำมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข จัดการสอนซ่อมเสริมทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

2.4.3 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยนั้น มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศได้อธิบายไว้หลายท่าน ดังนี้

ภัทรพร เกษสังข์ (2559) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดีมีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นหาข้อบกพร่อง และหาสาเหตุของข้อบกพร่องเป็นเรื่องย่อย ๆ

2. การสร้างต้องครอบคลุมเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการทดสอบ

3. คำถามแต่ละข้อต้องสามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัด

4. ข้อสอบค่อนข้างง่าย โดยผ่านการวิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียดตามลำดับชั้นของจุดประสงค์การเรียนรู้ และต้องเป็นการทดสอบหาอุปสรรคหรือความเข้าใจ หรือความไม่เข้าใจในการจัดการเรียนรู้เป็นหลัก

5. เป็นข้อสอบที่ไม่ต้องกำหนดเวลาให้ทำ และไม่จำเป็นต้องสร้างเกณฑ์ปกติ แต่ต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำที่เหมาะสมเพื่อจะได้้นำคะแนนจากการทดสอบมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำ และตัดสินว่าผู้เรียนมีข้อบกพร่องด้านใด

6. เป็นข้อสอบที่มุ่งวิเคราะห์คำตอบของผู้เรียนเป็นรายข้อ หรือรายกลุ่มข้อสอบในแต่ละเนื้อหาเรื่องย่อย ๆ พร้อมทั้งต้องสามารถค้นหาข้อบกพร่องของผู้เรียนได้

7. การสร้างต้องสร้างให้ครอบคลุมลำดับชั้นของการเรียนรู้

เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้

1. แบบทดสอบจะต้องเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

2. ข้อสอบง่ายกว่าแบบทดสอบทั่วไป

3. ไม่จำกัดเวลาในการสอน

4. สร้างจากข้อบกพร่องหรือข้อผิดพลาดของนักเรียน

5. มีจำนวนข้อมาก

6. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ

7. การประเมินแบบทดสอบอาจใช้ทั้งอิงกลุ่มและอิงเกณฑ์

สุพักตร์ พิบูลย์ (2559) ได้กล่าวถึงสรุปลักษณะการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อการวินิจฉัยไว้ ดังนี้

1. วัดความรู้ หรือทักษะที่จำเป็นของผู้เรียน หรือวัดความรอบรู้ในเรื่องใด ๆ การวินิจฉัยลักษณะนี้ อาจจำแนกเป็น 2 ลักษณะย่อยดังนี้

1.1 การวินิจฉัยความรู้พื้นฐานที่จำเป็นเพื่อการเรียนเรื่องหนึ่งเรื่องใด เป็นการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานในเรื่องที่เกี่ยวข้องที่จะเป็นฐานความรู้สำคัญในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ให้ประสบความสำเร็จ

1.2 การสอบเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในเรื่องนั้น ๆ

2. วิเคราะห์สาเหตุของความบกพร่องในการเรียนที่เกิดขึ้นเพื่อได้กำหนดวิธีสอนที่เหมาะสมหรือแก้ปัญหาได้ตรงจุด การวินิจฉัยในกรณีนี้ เป็นการวินิจฉัยหลังจากเกิดปัญหาในการเรียนแล้ว

3. วิเคราะห์โครงสร้างหรือลำดับชั้นการเรียนรู้ สำหรับการออกการเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ

เมษา นวลศรี (2561) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยจะแยกออกเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ (Subsets) เพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่างของเรียนวิชาต่าง ๆ

2. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับจะต้องมีความยาวเพียงพอ (จำนวนข้อ) ที่จะวัดความสามารถแต่ละบุคคลได้อย่างมีความเชื่อมั่น (ความเที่ยง)

3. ปกติแบบทดสอบวินิจฉัยจะใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ ดังนั้น ข้อสอบมักมีจำนวนข้อมาก ๆ และเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

4. เกณฑ์ปกติ (Norm) ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจฉัยเพราะว่าจุดประสงค์ที่สำคัญที่สุดของแบบทดสอบวินิจฉัยคือ เพื่อที่จะค้นหาว่าสิ่งใดที่นักเรียนสามารถที่จะทำได้ และมีสาเหตุใดมากกว่าที่จะใช้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

5. ใช้ประเมินผลได้กับพฤติกรรมทั้งสามด้าน คือ ด้านพุทธิพิสัย ด้านจิตพิสัย และด้านทักษะพิสัย

6. แบบทดสอบมีทั้งวินิจฉัยมาตรฐาน และแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น

7. มักเป็นแบบทดสอบประดมพลัง (Power Test) ให้เวลาเต็มๆ ในการทำข้อสอบ

8. เน้นความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) เป็นสำคัญ

9. คะแนนรวมของนักเรียนแต่ละคน จะมีความสำคัญน้อยกว่าการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนรายข้อ

อดัมส์ และทอร์เจอร์สัน (Adams & Torgerson, 1964) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยจะแยกออกเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ (Subtests) เพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่างของการเรียนวิชาต่าง ๆ และจะต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำในการวินิจฉัยที่เหมาะสมกับความบกพร่องแต่ละชนิด

2. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับจะต้องมีความยาวพอที่จะวัดความสามารถของแต่ละบุคคลได้อย่างมีความเชื่อมั่น

3. ปกติแบบทดสอบวินิจฉัยจะใช้กับนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ต่ำ ดังนั้นข้อสอบมักมีจำนวนข้อมาก ๆ และเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

4. เกณฑ์ปกติ (Norm) ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจฉัยเพราะว่าจุดประสงค์ที่สำคัญที่สุดของแบบทดสอบวินิจฉัยคือ เพื่อที่จะค้นหาว่าสิ่งใดที่นักเรียนไม่สามารถที่จะทำได้ และมีสาเหตุใดมากกว่าที่จะใช้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

บลูม (Bloom, 1971) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

1. เป็นแบบทดสอบที่หาจุดบกพร่องของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะพื้นฐาน และระดับการเรียนรู้เพื่อคัดแยกนักเรียน การปรับปรุงวิธีสอน และค้นหาผู้ที่ต้องสอนซ่อมเสริม

2. ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอนเมื่อนักเรียนได้รับการฝึกจากวิธีสอนแบบปกติพอสมควรแล้ว

- ปฏิบัติ
3. ประเมินผลได้ทั้งพฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด ด้านความรู้สึก และด้านการปฏิบัติ
 4. การประเมินผลของคะแนนการสอบ อาจใช้ได้ทั้งแบบอิงกลุ่ม หรืออิงเกณฑ์
 5. มีจำนวนมากข้อ และแต่ละข้อมีค่าความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป
 6. วิธีรายงานคะแนนผลการสอนทำได้โดยการเขียนเส้นภาพของแต่ละคนในแต่ละทักษะย่อย

ทักษะย่อย

กรอนลันด์ (Gronlund, 1976) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

1. ยึดความบกพร่องในการเรียนเป็นกรอบในการวัด
2. ความบกพร่องที่จะวัดเป็นความบกพร่องเฉพาะเรื่อง
3. ข้อสอบมีลักษณะง่าย
4. ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน
5. สร้างขึ้นเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียน
6. นำผลไปใช้ในการพิจารณาจัดการสอนซ่อมเสริม

ซิงห์ (Singha, 1974) ได้อธิบายถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. มีจำนวนคำถามมากข้อและครอบคลุมจุดประสงค์ของการเรียน (Learning Point)
2. ต้องมีวิเคราะห์และสรุปเนื้อหาอย่างระมัดระวัง
3. คำถามมักเป็นคำถามที่ค่อนข้างง่าย
4. ไม่จำกัดเวลาสอบ
5. จัดแยกคำถามไว้เป็นพวก ๆ ในแบบทดสอบย่อย ซึ่งประกอบไปด้วยกลุ่มข้อสอบ

ที่วัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้โดยจะมีการวิเคราะห์คะแนนในแต่ละส่วนของแบบทดสอบย่อย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปลักษณะแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนเป็นการศึกษาจุดบกพร่องหรือจุดที่มีความคลาดเคลื่อนเรื่องหนึ่ง ๆ ของนักเรียนแต่ละคน โดยนำผลจากการสอบที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแนวทางในการช่วยเหลือหรือแก้ไขจุดที่มีความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ แบบทดสอบวินิจฉัยจึงมีลักษณะเฉพาะ

2.4.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยให้มีคุณภาพนั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศ ได้กล่าวไว้ดังนี้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2557) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาหรือทักษะอย่างละเอียดแล้วแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ
2. ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาย่อยเหล่านั้นเพื่อนำมาสร้างเป็นตัวลงในแบบทดสอบ
3. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และข้อบกพร่องที่ต้องการวัดในแต่ละด้าน

4. เรียบเรียงข้อสอบไว้เป็นด้าน ๆ เพื่อสะดวกในการวินิจฉัย โดยในแต่ละด้านควรมีข้อสอบค่อนข้างง่ายไม่น้อยกว่า 3 ข้อ

5. ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบ

ภัทรพร เกษสังข์ (2559) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
2. ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาจุดมุ่งหมายของเนื้อหาที่เขียนเป็นจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในแต่ละเนื้อหาย่อย ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหาย่อย

3. สร้างเป็นแบบทดสอบสำรวจขึ้นมาก่อนให้สอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด เพื่อนำผลที่ได้มาเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยเฉพาะเนื้อหาย่อย ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตนัยโดยเรียงลำดับตามเนื้อหาเดียวกันไว้ด้วยกัน ไม่คำนึงถึงความยากง่าย

4. นำแบบทดสอบสำรวจให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความแม่นยำของเนื้อหาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ

5. นำแบบทดสอบสำรวจไปทดสอบกับผู้เรียน

6. ตรวจสอบผลการตอบแบบทดสอบสำรวจของผู้สอบ เพื่อค้นหาวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเนื้อหาย่อย พร้อมทั้งรวบรวมคำตอบที่นักเรียนตอบผิด และพิจารณาความบกพร่องของคำตอบ

7. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยให้สอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด โดยยึดหลักที่ได้จากการค้นพบข้อบกพร่องเป็นแนวทางในการสร้าง ซึ่งลักษณะเป็นแบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ โดยตัวลวงได้จากการตอบผิดที่มีความถี่มากที่สุด และตรวจสอบลักษณะของการตอบผิดว่าเป็นมาจากสาเหตุใดในแต่ละตัวลวง

8. นำแบบทดสอบวินิจฉัยไปทำการทดสอบกับผู้สอบ เพื่อหาคุณภาพของข้อสอบ

9. นำแบบทดสอบที่มีคุณภาพจัดเป็นฉบับสมบูรณ์

เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนการสร้าง

2. ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียดแล้วแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ

3. เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมด

4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

5. วิเคราะห์สาเหตุความบกพร่องในการเรียนเรื่องนั้น ๆ

6. ตรวจสอบความถูกต้องแล้วนำไปทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไขให้มีคุณภาพ

7. จัดพิมพ์แบบทดสอบและเขียนคู่มือการใช้

สุพักตร์ พิบูลย์ (2559) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. กำหนดและวิเคราะห์เนื้อหาเป้าหมายที่ต้องการวินิจฉัย พร้อมทั้งกำหนดวัตถุประสงค์ของการสอบวินิจฉัย

2. วิเคราะห์และระบุทักษะที่ต้องการวัดในเนื้อหาของแต่ละตอน ในแต่ละตอนควรเน้นการวัดทักษะหรือองค์ประกอบย่อยเพียงอย่างเดียว

3. จัดทำแผนผังการสร้างแบบทดสอบ จำแนกตามโครงสร้างและทักษะย่อย
4. ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาและทักษะย่อย
5. เขียนข้อสอบให้ความสามารถวัดทักษะย่อย
6. ตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของข้อคำถาม ข้อสอบ และแบบทดสอบ
7. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้เพื่อวิเคราะห์ดัชนีคุณภาพของข้อสอบทั้งรายข้อและรายฉบับ แล้วปรับปรุงแก้ไขให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

8. กำหนดแนวปฏิบัติในการใช้แบบทดสอบ

เมษา นวลศรี (2561) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวินิจัย
2. วิเคราะห์จุดมุ่งหมายของเนื้อหาวิชา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของหลักสูตร โดยทำเป็นตารางวิเคราะห์หลักสูตร

3. กำหนดจุดประสงค์ย่อย ลักษณะของแบบทดสอบและจำนวนข้อ

4. สร้างตารางเพื่อสำรวจตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5. ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจัย โดยใช้คำตอบที่รวบรวมจากการตอบของนักเรียนที่ตอบผิดในการทดสอบเพื่อสำรวจมาสร้างเป็นตัวलगแล้วนำไปทดสอบกับนักเรียน

6. วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบและวิเคราะห์หาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเพื่อใช้ในการปรับปรุงแบบทดสอบต่อไป

7. จัดทำคู่มือการใช้แบบทดสอบ

นัฐพงษ์ ทองเชื้อ (2559) ได้กล่าวถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการวินิจัยไว้ว่าเริ่มจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน และประเมินสถานการณ์ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ว่านักเรียนมีข้อสงสัย หรือปัญหาทางการเรียนหรือไม่ ถ้ามีต้องศึกษาและสรุปประเด็นว่ามีข้อสงสัยหรือปัญหาในเรื่องใดและอะไรเป็นสาเหตุของข้อสงสัยหรือปัญหานั้น แล้วจึงศึกษาหาวิธีเพื่อแก้ข้อสงสัยหรือปัญหาของนักเรียน ด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับข้อสงสัยดังกล่าวของนักเรียนแต่ละคน

วรนุช แหยมแสง (2560) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจัยด้วยวิธีการแบบเลือกตอบ ครูผู้สอนจะไม่มีทางรู้เลยว่าคนที่ผู้เรียนเลือกผิดเพราะเหตุใด ผู้เรียนคิดอย่างไรจึงเลือกตัวเลือกนี้ ดังนั้นถ้าให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบแบบเลือกตอบแล้ว ควรมีต่อท้ายทุกข้อด้วยคำถามที่ว่าทำไมจึงเลือกตัวเลือกนี้ การสร้างแบบทดสอบวินิจัยเป็นข้อสอบประเภทเลือกตอบ ครูผู้สอนต้องมีตัวเลือกเป็นข้อวินิจัย ซึ่งครูผู้สอนก็ต้องมีความรู้ ความเชี่ยวชาญในการสอนจนรู้จักผู้เรียนดีว่ามักจะผิดในเรื่องใดยกตัวอย่าง การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนต้องการวินิจัยว่าผู้เรียนมีความสามารถในการคิดวิธีแก้ปัญหาโจทย์อย่างไร ผู้เรียนมักจะเข้าใจผิดในการดำเนินการกับตัวเลข จึงให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งมีหลักการสร้างแบบทดสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ครูต้องสังเกตหรือสำรวจก่อนว่านักเรียนมักจะเข้าใจผิดเรื่องอะไร และเรื่องที่ครูจะต้องสอนต่อไปจะต้องอาศัยมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่อย่างถูกต้องก่อนที่ครูจะสอนต่อไป ข้อสอบแต่ละข้อ

มีคูขนานในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องเดียวกัน และไม่จำเป็นต้องทำตารางวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อสร้างข้อสอบ เพราะข้อสอบวินิจฉัยวัดระดับความเข้าใจเท่านั้น คือ เข้าใจมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

2. การสร้างตัวเลือกไม่ควรเป็นคำตอบที่เบ็ดเสร็จ (เป็นผลลัพธ์ในขั้นสุดท้าย) เพราะถ้านักเรียนตอบถูกหรือผิดก็ไม่ว่านักเรียนคิดอย่างไร

3. แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ตีนั้นต้องเน้น มโนทัศน์มากกว่าเน้นวิธีทำ

บราวน์ (Brown, 1970) กล่าวถึง หลักการสร้างไว้ดังนี้

1. แบ่งทักษะที่ต้องการวัดเป็นองค์ประกอบย่อย
2. แบ่งแบบทดสอบออกเป็นแบบทดสอบย่อย โดยแต่ละฉบับจะจัดเป็นองค์ประกอบเดียว

3. แบบทดสอบแต่ละฉบับจะต้องสามารถ วัดทักษะย่อยที่ต้องการวัดได้จริง

4. สามารถนำผลจากแบบทดสอบไปใช้ในการวางแผนการสอนซ่อมเสริมได้

ซิงห์ (Singha, 1974) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีลักษณะที่สำคัญดังนี้

1. ในกรณีการสร้างเป็นปรนัยชนิดเลือกตอบหรือแบบตอบสั้น ๆ ควรมีจำนวนข้อไม่น้อยกว่าจำนวนข้อในแต่ละเนื้อหาย่อย

2. ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร (Blue-print) ทั้งนี้เพราะไม่ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาวิชาและวิธีการ

3. ไม่ต้องสร้างเกณฑ์ปกติในการวินิจฉัย เพราะจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบเพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุมากกว่าจะเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์

4. แบบทดสอบวินิจฉัยจะสร้างข้อสอบตามเนื้อหา คือ นำข้อความที่อยู่ในเนื้อหาเดียวกันเข้าไว้ด้วยกันโดยไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงความยาก

5. แบบทดสอบวินิจฉัยอาจสร้างเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) หรือเป็นแบบทดสอบที่ครูสร้าง (Teacher-made Test) แต่แบบที่ครูสร้างขึ้นมักจะคุ้มค่ามากกว่า เพราะประหยัดเวลาและกำลังงานมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับมาตรฐาน

กรอนลันด์ (Gronlund, 1976) ได้เสนอขั้นตอนการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. การระบุตัวนักเรียนที่มีความบกพร่อง การระบุตัวนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสามารถทำได้หลายวิธี เช่น ใช้แบบทดสอบ ใช้การสังเกต ฯลฯ ครูไม่ควรมองแต่ปัญหาด้านเนื้อหาวิชาเท่านั้น ควรมองปัญหาอื่นด้วย

2. การระบุข้อบกพร่อง ปัญหาของนักเรียนมีหลายระดับในบางครั้งการวินิจฉัยเพียงระดับทั่วไป อาจให้ข้อมูลเพียงสำหรับการแก้ไข บางกรณีต้องวินิจฉัยถึงระดับวิเคราะห์ และบางกรณีต้องวินิจฉัยถึงระดับคลินิกจึงจะสามารถหาข้อแก้ไขได้ วิธีการที่ควรใช้ควบคู่ไปกับการใช้แบบสอบ คือ ให้นักเรียนคิดออกเสียง ซึ่งช่วยให้ครูทราบถึงกระบวนการคิดของนักเรียน

3. การระบุงค์ประกอบที่เป็นสาเหตุของการมีข้อบกพร่อง องค์ประกอบที่ควรพัฒนาพิจารณา เช่น สติปัญญา ทักษะการเรียนรู้ สุขภาพการปรับตัว และสิ่งแวดล้อม เพราะสิ่งเหล่านี้เป็นสาเหตุของปัญหาในการเรียน

4. การแก้ไขข้อบกพร่อง การแก้ไขข้อบกพร่องไม่มีรูปแบบตายตัวขึ้นอยู่กับธรรมชาติของข้อบกพร่องแต่ละอย่างบางกรณีอาจแก้ไขด้วยการสอนใหม่หรือทบทวน บางกรณีต้องใช้การสร้างแรงจูงใจแก้ไขทักษะการทำงาน

2.5 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นสมรรถภาพทางสมองในด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับจากประสบการณ์ทั้งทางตรง และทางอ้อมจากครู โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังต่อไปนี้

ชวาล แพร์ตกุล (2552) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของสมอง

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2556) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คุณลักษณะและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากการฝึกอบรมหรือจากการสอน จึงต้องการตรวจสอบความสามารถ หรือความสัมฤทธิ์ผลของบุคคลว่าเรียนรู้แล้วเท่าไร มีความสามารถชนิดใด

เมษา นวลศรี (2560) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถอันเป็นผลมาจากประสบการณ์การเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอนในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่งที่ผ่านมา การวัดความรู้ความสามารถทางสมองหรือสติปัญญาของบุคคลนั้น

วิลสัน (Wilson, 1971) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

สโตค-เลวิน (Stokes-Levine, 2017) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนการประเมินของนักเรียนในการสอบปลายภาคเรียนสำหรับวิชาคณิตศาสตร์

จากแนวคิดของนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ความสามารถที่เกิดจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ของบุคคล และสามารถวัดได้โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.5.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ (2556) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้วัดความรู้ ความสามารถของผู้เรียนว่าเขาเหล่านั้นบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้มากน้อยเพียงใด

มาเรียม นิลพันธุ์ (2558) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความเข้าใจ

จิตเจริญ ศรชวัญ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ชุดของข้อคำถามหลายข้อที่รวมกันเพื่อทำหน้าที่วัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง คำถามแต่

ละข้อเมื่อกลุ่มตัวอย่างตอบแล้วผู้สร้างแบบทดสอบย่อมวินิจฉัยได้ว่าตอบผิดหรือถูกโดยมีคะแนนให้อย่างเป็นเหตุเป็นผล มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน

ชวนิดา สุวานิช (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่ผู้เรียนผ่านการเรียนรู้อย่างมีอยู่เท่าใด

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียนและแต่ละคนทั้งในด้านความรู้และทักษะหลังจากที่ได้เสร็จสิ้นกระบวนการสอนซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ใช้กันมากในโรงเรียนและสถาบันการศึกษาทั่วไป แสดงให้เห็นว่าผลของการเรียนการสอนนั้นสามารถทำให้ผู้เรียนมีทักษะ และสมรรถภาพต่าง ๆ เป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ผู้สอนตั้งไว้หรือไม่เพียงใด

พัชรินทร์ ชมภูวิเศษ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และความสามารถทางวิชาการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด โดยมีหน้าที่หลักสำหรับการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนรู้อของผู้เรียน

ภัทรพร เกษสังข์ (2559) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่เป็นตัวแทนของสิ่งเร้าที่ต้องการวัดความรู้ความสามารถจากสิ่งที่ได้เรียนรู้ตามจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ที่เป็นตัวแทนของสิ่งที่ต้องการวัด

บุษวรรษ แสนปลื้ม (2560) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อวัดสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้หลังจากการจัดการเรียนการสอนหรือเพื่อใช้เก็บรวบรวมข้อมูลตัวแปรตามที่เป็นผลมาจากการเรียนการสอนหรือนวัตกรรมทางการศึกษา

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2560) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และความสามารถทางวิชาการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

เมษา นวลศรี (2560) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบเป็นชุดคำถามหรือกลุ่มงานใด ๆ ที่สร้างขึ้นเพื่อจะชักนำให้ผู้ถูกทดสอบแสดงพฤติกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งออกมาให้ผู้สอบสังเกตได้ หรือวัดได้

พงษ์เทพ สันติกุล (2560) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดสมรรถภาพทางสมอง หรือความสามารถด้านต่าง ๆ ซึ่งเป็นทักษะและประสบการณ์ที่ได้เรียนมา

ศิริวรรณ วณิชวัฒนวรชัย (2560) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และความสามารถด้านต่าง ๆ ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้อาจเป็นประเภทที่ครูผู้สอนสร้างขึ้นเอง หรือเป็นแบบข้อสอบมาตรฐานที่มีผู้สร้างไว้แล้ว

สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็น แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้รับจากประสบการณ์ทั้งปวง

2.5.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังต่อไปนี้

มาเรียม นิลพันธุ์ (2558) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้าง เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หรือผลการเรียนรู้ของนักเรียนในรายวิชาต่าง ๆ เป็นกรณีเฉพาะ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่หน่วยงานสถาบันต่าง ๆ สร้างขึ้นมา โดยผ่านการวิเคราะห์ ทดลองใช้มาหลายครั้ง จนมีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยากง่าย อำนาจจำแนก ความเป็นปรนัย และมีเกณฑ์ปกติไว้เปรียบเทียบกับซึ่งมีมาตรฐานด้านการสอบและแปลผลคะแนนที่ได้

ชวนิดา สุวานิช (2559) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ใช้กันทั่ว ๆ ไปในโรงเรียนและสถาบันการศึกษา

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่ว ๆ ไปซึ่งจะต้องผ่านการวิเคราะห์แล้วว่ามีคุณภาพดี มีมาตรฐาน คือ มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ และมาตรฐานวิธีการแปลความหมายคะแนน

พิชิต ฤทธิ์จรรยา (2560) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้กันโดยทั่วไปในสถานศึกษามีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียนโดยแสวงความรู้ ความคิด เจตคติ ได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบทดสอบให้ตอบสั้น ๆ เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคำตอบให้เลือกตอบแบบจำกัดคำตอบ ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบชนิดนี้ออกเป็น 4 แบบ คือ แบบถูก-ผิด แบบเติมคำ แบบจับคู่ และแบบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์ และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐานกล่าวคือ มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ วิธีการให้คะแนน และแปลความหมายของคะแนน

เมษา นวลศรี (2560) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น (teacher made test) เป็นทดสอบที่มุ่งผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ใช้กันทั่วไปในโรงเรียนซึ่งทำให้ครูสามารถวัดได้ตรงจุดมุ่งหมายเพราะครูผู้สอนเป็นผู้ออกเอง

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (standardized test) เป็นแบบทดสอบที่มุ่งผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ที่ได้มีการหาคุณภาพมาแล้ว มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบอะมาตรฐานในการแปลความหมายของคะแนนซึ่งมีข้อดีคือคุณภาพของแบบทดสอบเป็นที่เชื่อถือได้ทำให้สามารถนำผลไปเปรียบเทียบได้กว้างขวางกว่า

สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น ประกอบไปด้วย แบบทดสอบอัตนัย หรือแบบทดสอบความเรียง และแบบทดสอบปรนัย

2. แบบทดสอบมาตรฐาน สำหรับขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้มีนักการศึกษา กล่าวไว้ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2560) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ 8 ขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้
3. กำหนดชนิดข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง
4. เขียนข้อสอบ
5. ตรวจสอบข้อสอบ
6. การจัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง
7. การทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ
8. การจัดแบบทดสอบฉบับจริง

เมษา นวลศรี (2560) ได้สรุปขั้นตอนการสร้าง และพัฒนาแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะแบ่งออกเป็น 6 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของการสอบ
2. วิเคราะห์หลักสูตร
3. ออกแบบการสร้างข้อสอบ
4. เขียนข้อสอบ
5. ทดลองใช้ข้อสอบ และวิเคราะห์ข้อสอบ
6. นำแบบทดสอบไปใช้
7. วิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบ

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะแบ่งออกเป็น 6 ขั้นตอน คือ

1. การวางแผนสร้างข้อสอบ
2. การเขียนข้อสอบ
3. การตรวจทานข้อสอบ
4. การจัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง
5. การทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ
6. การจัดแบบทดสอบฉบับจริง

สรุปแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบความเรียง แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบซึ่งข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบที่ผู้วิจัยจะนำมาเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพราะสามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหา ตรวจให้คะแนนง่าย มีความเป็นปรนัยสูง และสามารถนำผลการสอบมาวิเคราะห์ และปรับปรุงให้ข้อสอบมีคุณภาพดีขึ้นได้ง่ายกว่าแบบทดสอบชนิดอื่น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง มวลประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ของบุคคล และสามารถวัดได้โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะประกอบไปด้วย แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน สำหรับในการวิจัยครั้งนี้จะใช้แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ ปรับปรุงแก้ไข และทดลองใช้จนเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน

2.6 แนวคิด ทฤษฎี และหลักการสอนที่นำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของมนุษย์และความสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู นักจิตวิทยาได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้และพัฒนาการของมนุษย์เพื่อคิดค้นทฤษฎีและหลักการที่จะนำมาช่วยแก้ปัญหาทางการศึกษาและส่งเสริมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ ทำให้มีทฤษฎีการเรียนรู้แตกต่างอย่างหลากหลาย ครูจำเป็นจะต้องทำความเข้าใจและเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ โดยเฉพาะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์เอกสารที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555; อัมพร ม้าคะนอง, 2557; นพพร แหยมแสง, 2556) ได้แนวคิดหลักการ ทฤษฎีการเรียนรู้ของนักจิตวิทยามาใช้ ดังมีรายละเอียดดังนี้

2.6.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget, 1972)

เพียเจต์ ชาวสวิสเป็นนักจิตวิทยา นักคณิตศาสตร์และนักชีววิทยา ได้ศึกษาการพัฒนาของมโนทัศน์ของเด็กเป็นเวลาหลายสิบปี มีความเห็นว่าเด็กคือผู้ที่พยายามศึกษาสำรวจด้วยตนเอง ทั้งที่เป็นสิ่งของ และบุคคล จากการที่เด็กมีปะทะสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ทำให้เกิดความคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมและพัฒนาต่อไป จนในที่สุดสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ จากการศึกษา

บ่งชี้ว่า เด็กผ่านพัฒนาการซึ่งนิยามวุฒิภาวะของมโนทัศน์ขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และหลักการ (นพพร แหยมแสง, 2556)

เพียเจต์ ได้แบ่งองค์ประกอบที่มีส่วนเสริมสร้างพัฒนาการสติปัญญาไว้ 4 ด้าน คือ (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2559)

1. วุฒิภาวะ (Maturation) การเจริญเติบโตทางด้านสรีรวิทยามีส่วนสำคัญต่อการพัฒนา สติปัญญา จึงจำเป็นต้องจัดประสบการณ์หรือสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมกับความพร้อมหรือวัย ของนักเรียน

2. ประสบการณ์ (Experience) จะเกิดขึ้นเมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยจะ แบ่งออกเป็นสองชนิด คือ ประสบการณ์ที่เนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ และ ประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

3. การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม (Social Transmission) หมายถึง การที่ผู้ใหญ่จะ ถ่ายทอด ความรู้ให้นักเรียน และนักเรียนก็พร้อมจะรับการถ่ายทอดด้วยกระบวนการซึมซาบ ประสบการณ์หรือ การปรับโครงสร้างทางสติปัญญา

4. กระบวนการพัฒนาสมดุล (Equilibration) หมายถึง การปรับความสมดุลของ พัฒนาการด้านสติปัญญาขั้นต่อไปอีกขั้นหนึ่งซึ่งสูงกว่า โดยใช้กระบวนการซึมซาบประสบการณ์ และ การปรับ โครงสร้างทางสติปัญญา

นอกจากนี้ เพียเจต์ ได้แบ่งพัฒนาการสติปัญญาออกเป็น 4 ขั้น คือ ขั้นประสาท สัมผัสและการเคลื่อนไหว ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการ ที่เป็นแบบแผน เพียเจต์ เชื่อว่าพัฒนาการสติปัญญาของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นจะเปลี่ยนแปลง หรือข้ามขั้นไม่ได้ รายละเอียดของพัฒนาการสติปัญญาในแต่ละขั้นมีดังต่อไปนี้

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor) แรกเกิด-2 ปี เป็นขั้น ของการพัฒนาการทางสติปัญญาความคิดก่อนระยะเวลาที่เด็กก่อนจะพูดและใช้ภาษาได้ สติปัญญา ความคิด ของเด็กในวัยนี้แสดงออกทางการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้ แม้ว่าจะไม่สามารถที่จะ อธิบายได้

2. ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational) อายุ 2-7 ปี เป็นขั้นที่สติปัญญาและ ความคิดของเด็กขึ้นอยู่กับความรู้เป็นส่วนใหญ่ ไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง แต่เป็นขั้นที่เด็ก เริ่มใช้ภาษา สามารถที่จะบอกชื่อสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเขา สามารถที่จะเรียนรู้ถึงสัญลักษณ์ และการใช้สัญลักษณ์ได้ เด็กวัยนี้มีความตั้งใจที่ละเอียด และยังไม่ สามารถที่จะเข้าใจว่าสิ่งที่เท่ากันแม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่างหรือแปรสภาพหรือเปลี่ยนที่วางควรจะยังคง เท่ากัน และยังไม่สามารถที่จะเปรียบเทียบสิ่งของมากและน้อย ยาวและสั้น ได้อย่างแท้จริง มีการยึด ตนเองเป็นศูนย์กลาง ไม่สามารถที่จะเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น

3. ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operations) อายุ 7-11 ปี พัฒนาการ ทางสติปัญญาของเด็กในช่วงนี้เป็นไปอย่างรวดเร็วมาก สามารถที่จะอ้างอิงด้วยเหตุผล และไม่ขึ้นกับ การรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กวัยนี้สามารถสร้างภาพในใจ สามารถคิดเปรียบเทียบ สามารถแบ่งกลุ่ม

หรือจัดหมู่โดยใช้เกณฑ์หลาย ๆ อย่าง สามารถเรียงลำดับและคิดย้อนกลับได้ ความเข้าใจ เกี่ยวกับกิจกรรมและความสัมพันธ์ของตัวเลขก็เพิ่มขึ้น

4. ชั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal Operation) อายุ 12 ปี-วัยรุ่นผู้ใหญ่ ในวัยนี้จะเริ่ม คิดเป็นผู้ใหญ่ สามารถที่จะคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดอย่างนักวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมติฐานและทฤษฎี และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงสิ่งที่อาจเป็นไปได้ โดยสรุปแล้วในวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบันสนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีความตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม

2.6.2 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner, 1963)

บรูเนอร์ มีความเห็นว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมซึ่งนำไปสู่การค้นพบและการแก้ปัญหา เรียกว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบ ผู้เรียนจะประมวลผลข้อมูลข่าวสารจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และจะรับรู้สิ่งที่ตนเองเลือก หรือสิ่งที่ใส่ใจ การเรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้เกิดการค้นพบเนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ลงมือกระทำ ซึ่งจะเป็แรงผลักดันที่ทำให้สำรวจสิ่งแวดล้อม ทำให้เกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบและให้ความสำคัญกับโมโนทัศน์หลัก 4 อย่างคือ โครงสร้าง ความพร้อม สหัชญาณ และแรงจูงใจ

บรูเนอร์ เชื่อว่าการเรียนเป็นกระบวนการที่ต้องลงมือกระทำ โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อพัฒนาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ทฤษฎีทางสติปัญญาของบรูเนอร์แบ่งเป็น 3 ระดับ ซึ่งมีปฏิสัมพันธ์กับชีวิตของคนโดยตลาดดังนี้ (นพพร แหยมแสง, 2556)

1. ของจริง กิจกรรมรูปธรรมที่เป็นจริง โดยไม่ต้องคิดสร้างภาพสมมุติวินิจฉัยหรือใช้คำพูดต่าง ๆ ระดับของจริง
2. รูปภาพ ใช้รูปภาพเป็นตัวแทนของจริง หรือสร้างภาพสมมุติขึ้นแทนโมโนทัศน์
3. สัญลักษณ์ เป็นขั้นนามธรรมในระบบของการคิด ทฤษฎีทางสติปัญญาของบรูเนอร์ที่ประยุกต์กับการสอนคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ บรูเนอร์ได้เสนอหลักการสำคัญเกี่ยวกับการสอนและการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ (สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2559)

1. การสอนที่มีประสิทธิภาพจะเกิดได้ก็ต่อเมื่อครุมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับนักเรียน ครูจะต้องเป็น ต้นแบบที่ดี และเชื่อว่านักเรียนมีแรงจูงใจภายใน (Self-Motivation) และมีความอยากรู้อยากเห็น อยากค้นพบสิ่งที่อยู่รอบ ๆ ตัวด้วยตนเอง ดังนั้นครุมีหน้าที่สำคัญในการจัดสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจ ค้นพบ และควรสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในตนเอง

2. โครงสร้างของบทเรียน (Structure) ต้องมีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียนและธรรมชาติของบทเรียนแต่ละหน่วย ครูควรแนะนำให้นักเรียนเห็นหรือค้นคว้าสิ่งที่ต้องการจะเรียนรู้ นอกจากนี้ควรสำรวจความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องมีเพื่อค้นพบความรู้ใหม่ ถ้านักเรียนยังไม่มีพื้นฐานควรที่จะมีการสร้างเสริมก่อนที่จะเริ่มเรียนรู้บทเรียนใหม่

3. การลำดับความยากง่าย (Sequence) ของบทเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ โดยครูควรคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน ซึ่งมีลำดับขั้นขึ้นกับสิ่งแวดล้อม วัฒนธรรมของนักเรียนแต่ละคนทั้งนี้อาจจะทำให้ช้าหรือเร็วได้ รวมถึงวิธีการที่นักเรียนใช้เป็นเครื่องมือในการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมว่าอยู่ในขั้นใด ไม่ว่าจะเป็ขั้นที่เป็นตัวแทนในเชิงกระทำ ขั้นที่เป็นตัวแทนเชิงรูปภาพ หรือขั้นที่เป็นตัวแทนเชิงสัญลักษณ์

4. แรงเสริมด้วยตนเอง (Self-reinforcement) มีความหมายว่าแรงเสริมภายนอก (Extrinsic Reinforcement) ครูควรให้ผลย้อนกลับแก่นักเรียนว่าทำถูกหรือผิด ไม่ควรเน้นแต่การทำถูกเพราะการทำผิดก็เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถตั้งความคาดหวังที่เป็นจริงและเหมาะสมกับความสามารถของตน

จากการศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ แนวคิดที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ควรเน้นแต่เพียงความถูกต้องของคำตอบ ควรเน้นกระบวนการจัดการกิจกรรมการฝึกปฏิบัติแก้ปัญหาของผู้เรียนให้ผู้เรียนได้พยายามใช้ความคิด เปิดโอกาสให้เสนอแนวความคิดอภิปรายและหาเหตุผลสนับสนุนแนวคิดนั้น นำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดด้วยตนเอง การจัดการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบด้วยตนเองและการสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

2.6.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagné, 1974)

กาเย่ ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้ เขาพยายามศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างจิตวิทยาการเรียนการสอน เพื่อให้การเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพในเรื่องต่อไปนี้ (นพพร แหยมแสง, 2556)

1. ทักษะด้านสติปัญญา
2. กลยุทธ์การรับรู้
3. สาธารณะทางวาจา
4. ทักษะการเคลื่อนไหว
5. เจตคติ

โดยกาเย่ มีความเชื่อว่าการเรียนรู้สามารถปรับปรุงได้ด้วยการแยกย่อยงาน และจัดลำดับให้ชัดเจน เนื่องจากระบบย่อย ๆ เพื่อเป้าประสงค์หนึ่งจะช่วยให้ครูสามารถวางแผนการสอนโดยพิจารณาจากงานย่อยทั้งหมด กาเย่เห็นว่า ความรู้ในระดับที่สูงกว่าจะต้องอาศัยความรู้ในระดับต่ำกว่า ในการจัดการเรียนการสอนจึงต้องให้เป็นไปตามลำดับทั้งเนื้อหา และมโนทัศน์ต่าง ๆ จากง่ายเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนสิ่งที่ยาก

กาเย่ ได้เสนอลำดับขั้นของการเรียนรู้ทางด้านสติปัญญาออกเป็น 8 ขั้น ดังนี้

1. การเรียนรู้สัญญาณ (Signal Learning) เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนไม่สามารถควบคุมได้ เป็นการเรียนรู้โดยกระบวนการที่เกิดเนื่องจากความใกล้ชิดของสิ่งเร้าและการกระทำซ้ำ ๆ เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับอารมณ์และความรู้สึก

2. การเรียนรู้จากความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนอง (Stimulus Response Learning) เป็นการเรียนรู้เนื่องจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง สามารถควบคุมได้ เป็นการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นเนื่องจากได้รับแรงเสริมประกอบกับการมีโอกาสกระทำซ้ำ ๆ

3. การเรียนรู้แบบปฏิบัติการตอบสนองต่อเนื่องแบบลูกโซ่ (Chaining) เป็นการเรียนรู้สืบเนื่อง จากสิ่งเร้าและการตอบสนองเป็นลูกโซ่ เป็นพฤติกรรมที่เกี่ยวข้องกับการกระทำ การเคลื่อนไหว

4. การเรียนรู้จากความสัมพันธ์ด้วยภาษา (Verbal Association) มีลักษณะการเรียนรู้คล้าย การเรียนรู้แบบปฏิบัติการตอบสนองต่อเนื่องแบบลูกโซ่ แต่ในขั้นนี้จะเน้นการใช้ภาษาที่เป็นสิ่ง ที่สำคัญในชีวิตประจำวัน

5. การเรียนรู้ข้อเท็จจริงโดยการจำแนกแยกแยะ (Discrimination Learning) เป็นการเรียนรู้ จากการรวบรวมข้อมูลและเตรียมความรู้พื้นฐานของสิ่งที่จะเรียน ได้แก่ การระบุชื่อ วัน สิ่งของ สถานที่ และเหตุการณ์ต่าง ๆ

6. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Conceptual Learning) เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครูจัด สภาพการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการตอบสนอง เกิดแนวคิด สรุปลงจากข้อมูลที่ปรากฏ ความสามารถบอก ความแตกต่างของสิ่งของและเหตุการณ์ของสิ่งต่าง ๆ ได้โดยการจำแนกประเภท หรือการจัดกลุ่ม สิ่งที่มีคุณลักษณะคล้ายคลึงกันและกำหนดเรื่องใหม่

7. การเรียนรู้กฎหรือหลักการ (Principle Learning) เป็นการเรียนรู้ที่มีการกำหนด ลำดับ ต่อเนื่องกันอย่างชัดเจน ทำให้นักเรียนสามารถนำความคิดรวบยอดต่าง ๆ มาสรุปร่วมสัมพันธ์กัน และสามารถแยกแยะ สรุปลงเป็นหลักเกณฑ์หรือหลักการใหม่ ๆ จากสิ่งที่เรียนรู้ให้ปรากฏออกมา

8. การเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นการเรียนรู้ที่ต้องอาศัยหลักการ เบื้องต้นเป็นพื้นฐานของความเข้าใจ ที่จะเป็นแนวทางนำไปสู่กระบวนการคิดใหม่ ๆ โดยมุ่งที่จะแก้ปัญหา การสร้างสรรค์ อธิบายเหตุการณ์และอ้างอิงเหตุและผล หรือการทำนายผลที่ได้ กระบวนการเรียนรู้และวิธีสอนของกาเยที่จะทำให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ขั้นการสร้างแรงจูงใจ ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ต้องมีการสร้างแรงจูงใจ ภายในเพื่อให้นักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามเป้าหมาย

2. ขั้นความเข้าใจ ในการเรียนรู้ นักเรียนจะต้องให้ความสนใจที่จะรับรู้สิ่งที่เรียน ความสนใจจะนำไปสู่ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนซึ่งส่งผลให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

3. ขั้นการนำข้อมูลที่เรียนรู้มาแปลงเป็นรหัส เป็นการนำข้อมูลที่เรียนรู้มาแปลงรหัส หรือความเข้าใจ เฉพาะตน โดยอาจเกิดจากผสมผสานกับความรู้เดิมกลายเป็นความรู้ใหม่ที่มีความหมาย

4. ขั้นการกักเก็บ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่ถูกต้องแปลงเข้ามาเก็บในรูปแบบความจำชั่วคราวหรือ ความจำถาวร

5. ขั้นการระลึกได้ เป็นขั้นที่นักเรียนดึงข้อมูลหรือสิ่งเร้าออกมาใช้ ถ้านักเรียนลืม อาจ ใช้การชี้แนะของครู

6. ชั้นนัยทั่วไป เป็นการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยความเข้าใจ หรือ ถ้อยแถลงการเรียนรู้

7. ชั้นปฏิบัติ เป็นการกระทำที่สังเกตได้จากพฤติกรรมของนักเรียนซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงหลังจากผ่านกระบวนการเรียนรู้มาแล้ว

8. ชั้นข้อมูลย้อนกลับ เป็นชั้นของ การประเมินผลการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนทราบ และนำข้อมูลที่ได้ไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดกระบวนการเรียนรู้

วิธีสอนมี 7 ขั้นตอนคือ

1. กระตุ้นให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในด้วย การบอกจุดประสงค์ ของบทเรียน
2. ชี้ให้นักเรียนใส่ใจในประเด็นที่สำคัญในบทเรียน
3. สอนข้อมูลหรือเนื้อหาใหม่ โดยสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่ให้นักเรียนสามารถ ระลึกถึงความรู้เดิมได้

4. ใช้รูปแบบการสอนที่ หลากหลายให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของ บทเรียน

5. จัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้พบ วิธีการระลึกถึงสิ่งที่เรียนในหลาย ๆ ลักษณะ เช่น การชี้แนะการใช้คำถามนำเป็นต้น

6. สนับสนุน การถ้อยแถลงการเรียนรู้ คือการส่งเสริมให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ไป ประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างเหมาะสม

7. ตรวจสอบความก้าวหน้าของนักเรียนด้วยวิธีการที่ หลากหลาย เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ สอดคล้องกับสภาพจริง

กาเย่ จำแนกสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น 4 ประเภท คือ

1. ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ข้อตกลงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น 2 เป็น สัญลักษณ์แทนจำนวนสอง + เป็นสัญลักษณ์แทนการบวก sine เป็นสัญลักษณ์แทนฟังก์ชันตรีโกณมิติ อันหนึ่ง การเรียนรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงจะใช้วิธีเรียนรู้แบบท่องจำฝึกซ้ำ ๆ ทดสอบ เล่นเกมและจัด แข่งขัน

2. ทักษะทางคณิตศาสตร์ เป็นการกระทำตามขั้นตอนการทำงานที่ผู้เรียนทำด้วยความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะเฉพาะใด ๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่ เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะ วัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์ เกี่ยวกับลักษณะของรูปสามเหลี่ยม

4. กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ

นอกจากนี้กาเย ได้ประยุกต์ทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อสร้างลำดับชั้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับการเรียนรู้การแก้ปัญหาและการเรียนรู้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ดังกล่าวจะประกอบด้วยลำดับความสามารถย่อยและความสามารถที่มีมาก่อน ซึ่งนักเรียนจะต้องรอบรู้เนื้อหาหรือกิจกรรมเบื้องต้นมาก่อนที่จะเรียนรู้เนื้อหาหรือกิจกรรมที่สูงขึ้น กาเย อธิบายว่าคนที่เกิดการเรียนรู้จะสามารถทำกิจกรรมที่เขาไม่เคยทำมาก่อน เนื่องจากกิจกรรมในคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่มีมาก่อน แต่ละเรื่องเป็นจุดเริ่มต้นที่ดีควรควรทำ

ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย จะมีส่วนช่วยนำไปใช้ในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำเป็นต้องสร้างแรงจูงใจเพื่อให้นักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ทั้งนี้เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามเป้าหมาย จากนั้นจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้พบวิธีการคิดหาคาตอบได้หลากหลายลักษณะ โดยนักเรียนจะต้องรอบรู้เนื้อหาหรือกิจกรรมเบื้องต้นก่อนที่จะเรียนรู้เนื้อหาหรือกิจกรรมที่สูงขึ้นและส่งเสริมให้นักเรียนนำวิธีการคิดหาคาตอบไป ประยุกต์ใช้กับประโยคจำนวนที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างเหมาะสม และต้องตรวจสอบ ความก้าวหน้าของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย

2.6.4 ทฤษฎีการเรียนรู้ของดีนส์ (Dienes, 1971)

หลักการการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดีนส์ (นพพร แหยมแสง, 2556) แบ่งออกเป็น 4 หลัก ดังนี้

1. หลักการพลวัต เป็นความเข้าใจโมทัศน์ใหม่ เป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนตามลำดับ 3 ชั้น คือ

ชั้นที่ 1 ชั้นเบื้องต้นหรือชั้นเล่น เป็นประสบการณ์ของผู้เรียนที่ไม่เกี่ยวกับโครงสร้างยกตัวอย่างเด็กแสดงลักษณะในการเล่นของเล่นชิ้นใหม่ ดีนส์แนะนำว่ากิจกรรมอย่างไม่เป็นทางการเป็นธรรมชาติของกระบวนการเรียนรู้ที่ครูควรจัดใหม่มีในชั้นเรียน

ชั้นที่ 2 เด็กมีประสบการณ์ที่เป็นโครงสร้างคล้ายโมทัศน์ที่ได้เรียน

ชั้นที่ 3 เน้นการบรรยายของโมทัศน์คณิตศาสตร์ด้วยการส่งเสริมให้ทำการประยุกต์อีกครั้งกับชีวิตจริง ความสมบูรณ์ของวัฏจักรนี้เป็นสิ่งจำเป็นก่อนที่จะเสนอโมทัศน์ใหม่กับผู้เรียน

2. หลักการรับรู้ความหลากหลายของสถานการณ์ต่าง ๆ เป็นหลักการรับรู้ที่แนะนำว่าการเรียนโมทัศน์จะเห็นผลสูงสุดเมื่อเด็กได้รับโมทัศน์จากการใช้วัตถุกายภาพต่าง ๆ ประสบการณ์ต่าง ๆ จากสื่อกายภาพที่แตกต่างหลากหลายสำหรับโครงสร้างโมทัศน์พื้นฐานเดียวกัน (ไม่ควรใช้ประสบการณ์เหมือน ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง) การใช้สื่อที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมโมทัศน์นามธรรมของคณิตศาสตร์ยกตัวอย่าง กระบวนการจัดกลุ่มใหม่ สิบกลุ่มของหนึ่ง (ten ones) เปลี่ยนเป็นหนึ่งกลุ่มของสิบ (one tens) สิบของสิบ (ten tens) เปลี่ยนเป็นกลุ่มของร้อย และอื่น ๆ เพื่อใช้ในกระบวนการบวกจำนวนสองจำนวนนั้น สามารถเลือกใช้สื่อต่าง ๆ ได้โดยอิสระ

3. หลักการแปรเปลี่ยนทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเพิ่มมากขึ้นถ้าแปรเปลี่ยนตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกันกับโมทัศน์นั้นไปอย่างมีระบบ ในขณะที่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องคงตัว ยกตัวอย่าง ถ้าสนใจที่จะส่งเสริมความเข้าใจคำว่า “รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน” หลักการ

ข้อนี้แนะนำว่า ควรแปรเปลี่ยนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้อง เช่น ขนาดของมูม ความยาวของด้าน ในขณะที่คงคุณลักษณะสำคัญ คือ “รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน”

4. หลักการสร้างความคิดของดินส์ แยกแยะขั้นการคิดเป็น 2 ชนิด คือ ขั้นการคิดจากโครงสร้าง และขั้นการคิดวิเคราะห์ ซึ่งการคิดจากโครงสร้าง ตรงกับขั้นตอนการคิดเป็นรูปธรรมของเพียเจต์ และขั้นการคิดวิเคราะห์ตรงกับขั้นการคิดเป็นแบบแผนของเพียเจต์ หลักการของการสร้างความคิดกำหนดง่าย ๆ ว่า “โครงสร้างจะมาก่อนการวิเคราะห์” ดินส์ชี้ว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะวิเคราะห์อะไร ในขณะที่เด็กยังอยู่ในขั้นรูปธรรม

2.6.5 ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ เนอร์ (Skinner, 1974)

สกินเนอร์ ได้คิดค้นทฤษฎีการเรียนรู้ที่เรียกว่า “Operant Conditioning” สกินเนอร์ เชื่อว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้กระทำเอง โดยไม่ต้องรอสิ่งเร้าจากภายนอกมากระตุ้น แต่เกิดจากสิ่งภายในตัวผู้เรียนเอง พฤติกรรมส่วนใหญ่จะมีลักษณะเกิดขึ้นเอง และสกินเนอร์เชื่อว่าถ้าต้องการให้พฤติกรรมคงที่อยู่ตลอดเวลาไปจำเป็นต้องเสริมแรงซึ่งมี 2 ประเภทดังนี้ (อุบลรัตน์ เฟิงสถิตย์, 2556)

1. การเสริมแรงทางบวก คือ ตัวเสริมที่ทำให้เกิดความรู้สึกพอใจ และจะมีส่วนช่วยให้การตอบสนองเพิ่มมากขึ้น

2. การเสริมแรงทางลบ คือ การที่ทำให้พฤติกรรมของบุคคลมีการกระทำที่เพิ่มมากขึ้น ซึ่งตัวเสริมแรงทางลบนั้นเป็นสิ่งเร้าที่ทำให้บุคคลไม่พึงพอใจ ลักษณะของการเสริมแรงทางลบเกิดมาจากความรู้สึกพอใจของตนที่ได้ประสบผลสำเร็จจากการหลีกเลี่ยงในสิ่งเร้าหรือสถานการณ์ที่ตนไม่พอใจ

ในสภาพห้องเรียนปกติ พฤติกรรมบางประการของครูหรือของเพื่อน หรือสภาพแวดล้อมจะเป็นตัวเสริมแรง พฤติกรรมที่ดีจะเป็นตัวเสริมแรงทางบวก เช่น ถ้านักเรียนตอบถูก ครูชมเชย เพื่อยอมรับ จะมีผลให้นักเรียนตอบอีก แต่ถ้าครูมีปฏิริยาไม่ดี ดู หัวเราะเยาะ พุดถากถาง เมื่อนักเรียนตอบผิด จะมีผลให้ไม่ตอบคำถามจะเกิดพฤติกรรมนิ่งเงียบ สิ่งเร้าบางอย่างถ้าเราขจัดมันออกไปจะมีแนวโน้มที่จะเสริมพฤติกรรมที่ต้องการได้ถือเป็นตัวเสริมแรงทางลบ เช่น ความตั้งใจเรียนของนักเรียนสามารถเพิ่มพูนได้โดยเพียงขจัดสิ่งเร้าที่ทำให้นักเรียนวอกแวกเสียสมาธิออกไปได้แก่ เสียงดัง หรือการขบพุดทะเลาะกลางปล้องของนักเรียน ทำทางที่ไม่ดีบางอย่างของ ครู เช่น เกาหัว ขยับแว่นตา เดินไปเดินมา ทำท่าแปลก ๆ เป็นต้น

ในการเรียนการสอนครวมักจะพบว่า นักเรียนลืมความรู้ไปมากจำเป็นต้องเรียนใหม่ การลืมเป็นผลมาจาก ผลของการวางเงื่อนไขสูญหายไปตามกาลเวลา เช่น ทักษะบางอย่างทางพีชคณิตที่นักเรียนเคยเรียนมาในตอนต้น นอกจากนี้ยังมีพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนรับรู้มาอย่างผิด ๆ สกินเนอร์ อธิบายว่า ที่นักเรียนลืมความรู้ เพราะไม่ได้รับการเสริมแรง ส่วนการขจัดพฤติกรรม การเรียนรู้ที่ผิดจะต้องถูกทำให้น้อยลงโดยไม่มีมีการเสริมแรง จากผลการวิจัย การขจัดพฤติกรรมการเรียนรู้ไม่พึงประสงค์จะต้องใช้ความพยายามอย่างมาก และมักจะเห็นผลช้า และสิ่งที่กำจัดยากมาก และมักจะเห็นผลช้า และสิ่งที่กำจัดยากมากที่สุดก็คือ การเรียนรู้มาอย่างผิด ๆ หรือกระทำซ้ำ ๆ จนเป็นนิสัยและอัตโนมัติ

ธรรมชาติของมนุษย์จะเผชิญกับสิ่งเร้าที่ไม่ชอบ ด้วยการหลีกเลี่ยง การลงโทษเป็นวิธีการที่ใช้ในการควบคุมพฤติกรรม สกินเนอร์ ไม่สนับสนุนการลงโทษ และได้จำแนกผลที่เกิดจากการลงโทษ จะทำให้เด็กมีพฤติกรรมเก้บกดชั่วคราว เด็กมีความเครียดทางกายและจิตใจ และอาจแสดงกิริยาที่น่ารังเกียจ เช่น ทำลายข้าวของ ก่อกวน

2.6.6 ทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์น (Browm & Vanlehn, 1980)

ทฤษฎีซ่อมแซมเป็นทฤษฎีที่อธิบายว่ามนุษย์เรียนรู้ทักษะกระบวนการหรือมโนทัศน์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร โดยมีความพยายามที่จะแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น ทฤษฎีนี้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนแต่ละคนว่า มโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นมาในเรื่องเดียวกันหรือสิ่งเดียวกันมีความแตกต่างกัน ในความแตกต่างกันของมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นจึงมีทั้งมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นมานั้นมีลักษณะที่เป็นระบบ เรียกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบนี้ว่า Bugs โดยในการเรียนการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียง 1 เรื่อง อาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ หรือ Bugs ได้หลายรูปแบบ

การดำเนินการซ่อมแซมมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนตั้งอยู่บนพื้นฐานการดำเนินการที่ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางประการของนักเรียนอาจนำไปใช้แก้ปัญหาในระดับง่ายได้ แต่เมื่อปัญหาที่ถูกกำหนดขึ้นมีความยากขึ้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนมีอยู่จะไม่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ เมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการดำเนินการเพื่อแก้ปัญหาที่กำหนดให้แล้ว จะเกิดความพยายามปรับกระบวนการหาคำตอบหรือพยายามปรับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิม เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาใหม่นั้นได้ เรียกกระบวนการที่มีการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนมีอยู่เดิมไปสู่มโนทัศน์ที่ถูกต้องที่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องว่า Bug Migration

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์น

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอโมโนทัศน์ในขั้นต้น ในขั้นนี้ผู้สอนจะทำกิจกรรมการสอนในมโนทัศน์ในกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นเรียนปกติ สำหรับการเรียนการสอนนี้นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์สำหรับการแก้โจทย์นั้น ๆ ได้ แต่มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้อาจจะเป็นมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องทั้งหมดซึ่งจะเป็นปัญหาสำหรับการแก้ปัญหาในขั้นที่สูงขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นการหาความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น ในขั้นนี้ผู้สอนต้องใช้ปัญหาในขั้นที่สูงขึ้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหา โดยโจทย์นั้นจะต้องครอบคลุมทุก ๆ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมโนทัศน์นั้นของนักเรียน และมีจำนวนมากพอที่จะทำให้ครูสามารถพิจารณาได้ว่านักเรียนตอบปัญหานั้นไม่ถูกต้อง เกิดจากความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ใด สามารถนำความคลาดเคลื่อนของนักเรียนมาพิจารณาได้ว่าความคลาดเคลื่อนของนักเรียนอยู่ในส่วนใดของมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 ขั้นการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เป็นผลมาจากความคลาดเคลื่อนที่ครูพบในขั้นที่ 2 ในขั้นของการแก้ไขนี้จะต้องมีการชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้น เกิดจากสาเหตุใด (กระบวนการหาคำตอบที่นักเรียนใช้เป็นอย่างไร จึงทำให้ได้คำตอบเช่นนั้น) และที่ถูกต้องจะคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบ โดยปัญหาที่ใช้สำหรับการแก้ไขจะต้องมีจำนวนมากพอที่จะทำให้นักเรียน

เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ โดยหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและการแก้ไขมโนทัศน์นั้นจะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สำหรับนักเรียนที่ได้รับการสอนมโนทัศน์แล้วจะต้องได้รับการทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่งเพื่อตรวจสอบว่าการแก้ไขมโนทัศน์นั้นเสร็จสมบูรณ์แล้ว และจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

จากแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ต่าง ๆ ดังที่กล่าวมาแล้วสามารถนำมาใช้ประยุกต์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้ทฤษฎีพัฒนาสติปัญญา และทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ในการวางเงื่อนไขภายใต้พฤติกรรมมนุษย์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของรูเนอร์เป็นประโยชน์ในด้านวิธีการสอนโดยตรงส่วนดินส์ได้พัฒนาทฤษฎีการสอนซึ่งประกอบด้วยลำดับยุทธวิธีการสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ กาเยได้พัฒนายุทธวิธีการสอนในชั้นเรียนโดยเสนอว่าในการสอนเนื้อหาควรเรียงลำดับขั้นของการเรียนรู้โดยเริ่มจากความคิดรวบยอดที่เป็นทักษะความรู้พื้นฐานง่าย ๆ ไปสู่ความคิดรวบยอด และทักษะที่ซับซ้อน และทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลทน์เน้นแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยผ่านกระบวนการคิดที่เป็นระบบ

ซึ่งกล่าวโดยสรุป การเรียนรู้ของบุคคลเกิดจากการที่บุคคลศึกษา ฝึกจากทำกิจกรรมต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับบุคคลนั้นจนก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความคิดหรือพฤติกรรมไปในทางที่ดีและเหมาะสม

2.6.7 หลักการสอนคณิตศาสตร์

หลักการสอนคณิตศาสตร์ หมายถึง แนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ ยูพิน พิพิธกุล (2530) และอัมพร ม้าคนอง (2546) ได้ให้หลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ด้านบรรยากาศการสอน สร้างบรรยากาศให้นักเรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์รู้สึกว่ายากและไม่ยากและมีความสุขสนุกสนานในการทำกิจกรรม โดยคำนึงถึงธรรมชาติและศักยภาพนักเรียน

2. ด้านการจัดกระบวนการเรียนการสอน คำนึงถึงประสบการณ์เดิมและความรู้พื้นฐานของนักเรียน กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องจากกิจกรรมเดิม ใช้ความคิดและคำถามของนักเรียนในการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเป็นประเด็นในการอภิปราย สอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก ให้เห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนและในชีวิตประจำวัน ฝึกให้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เกิดความคิดรวบยอด โดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งการดู การฟัง การเขียนการพูดและการปฏิบัติ

3. ด้านการประเมินผลใช้วิธีการประเมินผลที่หลากหลาย อาจใช้การสังเกต ประเมินการเรียนรู้และความเข้าใจของนักเรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยกติ

นอกจากนี้สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) (2000) ได้กำหนดหลักการในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน เพื่อให้ครูผู้สอนได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ดังนี้

1. หลักการความเสมอภาค (Equity) ส่งเสริมให้ทุกคนมีโอกาสได้เรียนคณิตศาสตร์
 2. หลักการทางหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Mathematics Curriculum) เน้นให้นักเรียนได้เห็นถึงความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ตลอดหลักสูตร
 3. หลักการทางการสอน (Teaching) ความสามารถและการเอาใจใส่ดูแลของครูผู้สอนในการที่จะสอนให้นักเรียนทุกคนได้รู้ เข้าใจและสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้
 4. หลักการทางการเรียนรู้ (Student Learning) เสริมสร้างการเรียนรู้ของนักเรียนทุกคนให้สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้
 5. หลักการทางการวัดและประเมินผล (Assessment) การวัดและประเมินผลที่สามารถบอกถึงการเรียนรู้ของนักเรียนและสภาพการสอนของครูผู้สอน เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ
 6. หลักการทางเทคโนโลยี (Technology) นำเทคโนโลยีมาใช้เพื่อช่วยให้นักเรียนทุกคนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในโลกที่เจริญไปด้วยเทคโนโลยีที่ก้าวล้ำได้อย่างมีประสิทธิภาพ
- นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2546) ยังได้กล่าวเพิ่มเติมถึงแนวทางในการปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสรุปได้ดังนี้
1. สอนบนพื้นฐานความรู้เดิม โดยพิจารณาความรู้พื้นฐานที่นักเรียนมี ให้โอกาสนักเรียนในการใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหาและเตรียมการสอนเนื้อหาใหม่
 2. เน้นการคิด ในการสอนเนื้อหาและการนำไปใช้เน้นกระบวนการคิดและฝึกการคิดแก้ปัญหาโดยให้นักเรียนคิดค้นกลวิธีที่หลากหลาย
 3. ให้เวลานักเรียนในการคิดไตร่ตรอง ทดลองและสรุปในสิ่งที่คิด รวมทั้งเวลาในการสื่อสารและอภิปรายร่วมกับผู้อื่น
 4. ให้โอกาสนักเรียนอธิบาย แสดงเหตุผลเกี่ยวกับความคิดของตนเองและผู้อื่น
 5. พยายามใช้คำถาม เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ เหตุผล และคำตอบที่คิด การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและฝึกให้นักเรียนคิดและตั้งคำถามเพื่อน ๆ รวมทั้งการสร้างคำถามที่แสดงให้เห็นว่าครูผู้สอนเห็นความสำคัญในการคิดหรือผลงานของนักเรียน
 6. คาดหวังการโต้แย้งที่จะนำมาซึ่งการคิดวิเคราะห์ในระดับที่ลึกซึ้งมากขึ้น
 7. นำเสนอแนวการเรียน โดยครูผู้สอนนำเสนอวิธีการทำความเข้าใจเนื้อหาตลอดจนแนวการเรียนที่เป็นประโยชน์ รวมทั้งการแนะนำให้นักเรียนได้นำความรู้ไปใช้อย่างสม่ำเสมอเพื่อจะก่อให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งเป็นพื้นฐานที่ดีในการเรียนเนื้อหาในระดับที่สูงขึ้น
- จากที่กล่าวมาสรุปว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์ให้ความสำคัญกับบทบาทนักเรียนที่ต้องเป็นผู้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม คิดสรุปด้วยตนเอง และบทบาทครูผู้สอน ที่ต้องคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและความรู้พื้นฐานของนักเรียน สอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดด้วยตนเองเน้นกระบวนการเรียนรู้ควบคู่กับเนื้อหา เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ แก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยความเข้าใจ

2.6.8 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544) ได้ให้แนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในลักษณะให้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแนวหนึ่งที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรัชญาหรืออภิปราย และแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ทักษะ/กระบวนการคิดและมีประสบการณ์มากขึ้น ในการจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา อาจจัดเป็นกลุ่มเล็ก ๆ 2 คน หรือกลุ่มย่อย 4-5 คน หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญที่ครูผู้สอนควรคำนึงถึงคือความรู้พื้นฐานของนักเรียนในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ในขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรมครูผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่หรือใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในขั้นปฏิบัติการครูผู้สอนอาจใช้ปัญหาซึ่งมีความเชื่อมโยงกับเรื่องราวในขั้นเตรียมความพร้อม และใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้นักเรียนสามารถสรุปหรือเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ หรือบทนิยามด้วยตนเอง ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติการกลุ่มครูผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับนักเรียน ครูผู้สอนควรหมุนเวียนไปตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อคอยสังเกต ตรวจสอบความเข้าใจและให้คำแนะนำตามความจำเป็น

3. การจัดให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดรายบุคคลหรือแนวคิดของกลุ่ม เป็นสิ่งสำคัญที่ครูผู้สอนควรปฏิบัติบ่อย ๆ เพราะในการนำเสนอแต่ละครั้งนักเรียนมีโอกาสร่วมแสดงแนวคิดเพิ่มเติมร่วมกันหรือซักถามหาข้ออภิปรายขัดแย้งด้วยเหตุและผล ครูผู้สอนมีโอกาเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น ทำให้การเรียนรู้ขยายในวงกว้างและลึกมากขึ้น นักเรียนสามารถนำความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการนำเสนอ นั้นไปประยุกต์หรือเป็นแบบอย่างในการปฏิบัติได้ ผลดีอีกประการหนึ่งของการที่นักเรียนได้ออกมานำเสนอผลงานคือ นักเรียนเกิดเจตคติที่ดี มีความภูมิใจในผลงาน เกิดความรู้สึกรักอยากคิด อยากทำ กล้าแสดงออก และจดจำสาระที่ตนเองได้ออกมานำเสนอได้นาน

นอกจากนี้ คาร์เพนเทอร์ และคนอื่นๆ (Carpenter et al, 1989) ได้นำเสนอ แนวทางการจัดการเรียนรู้บนพื้นฐานการจัดการเรียนรู้เพื่อชี้แนะให้รู้คิดเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยมีขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อชี้แนะให้รู้คิด ดังนี้

1. ครูผู้สอนนำเสนอปัญหา โดยนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหาครูผู้สอนควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันอีกครั้งหนึ่งในการเลือกปัญหาควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียน

2. ครูผู้สอนช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูผู้สอนควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้และช่วยแนะนำจนครูผู้สอนมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหา นั้น ๆ ได้แล้ว ครูผู้สอนเปิด

โอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา ในระหว่างที่นักเรียนแก้ปัญหาครูผู้สอนต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูผู้สอนนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูผู้สอนจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียนและในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูผู้สอนอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมถึงเริ่มต้นด้วยแก้ปัญหานั้นอย่างไรบอกได้ไหมว่าได้คำตอบอย่างไร หรือบอกได้ไหมที่กำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

4. ครูผู้สอนและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการและเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างกัน โดยครูผู้สอนจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

จากแนวทางแนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถสรุปเพื่อนำมาพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้ดังนี้

1. จัดกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น
2. สอนให้นักเรียนคิดและค้นพบด้วยตนเอง ครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวก
3. จัดกระบวนการเรียนรู้โดยคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียนรู้
4. จัดกระบวนการเรียนรู้โดยเน้นให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

2.7 รูปแบบการจัดการเรียนรู้

2.7.1 ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

จากวิเคราะห์ของ ทิศนา แจมมณี (2562) พบว่า ระบบและรูปแบบการจัดการเรียนการสอนต่าง ๆ พบว่า นักการศึกษานิยมใช้คำว่า “ระบบ” ในความหมายที่เป็นระบบใหญ่ ๆ เช่น ระบบการศึกษา หรือถ้าเป็นระบบการเรียนการสอน ก็จะครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญ ๆ ของการเรียนการสอนในภาพรวม และนิยมใช้คำว่า “รูปแบบ” กับระบบที่ย่อยกว่า โดยเฉพาะกับ “วิธีสอน” ซึ่งเป็นองค์ประกอบย่อยที่สำคัญของระบบการเรียนการสอน ดังนั้นการนำวิธีสอนใด ๆ มาจัดทำอย่างเป็นระบบตามหลักและวิธีการจัดระบบแล้ว วิธีสอนนั้นก็จะกลายเป็น “ระบบวิธีสอน” หรือที่นิยมเรียกว่า รูปแบบการเรียนการสอน และรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

ปราโมทย์ จันทร์เรือง (2551) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง โครงสร้างที่แสดงความสัมพันธ์และส่งเสริมซึ่งกันและกันระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

พิทักษ์ นิลนพคุณ (2556) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง สภาพลักษณะของการเรียนการสอนที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญซึ่งได้รับการจัดไว้อย่างเป็นระเบียบ ตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดหรือความเชื่อต่าง ๆ โดยประกอบด้วย

กระบวนการหรือขั้นตอนสำคัญในการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งวิธีการจัดการเรียนรู้ และเทคนิคการการจัดการเรียนรู้ ต่าง ๆ ที่สามารถช่วยให้สภาพการจัดการเรียนรู้เป็นไปตามทฤษฎี หลักการหรือแนวคิดที่ยึดถือ ซึ่งได้รับการพิสูจน์ทดสอบ หรือยอมรับว่ามีประสิทธิภาพ สามารถใช้แบบแผนในการจัดการเรียนรู้ให้บรรลุวัตถุประสงค์เฉพาะรูปแบบนั้น ๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ (2557) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แผนงานหรือรูปแบบที่ออกมาเพื่อใช้จัดการเรียนรู้ในลักษณะที่ผู้เรียนและผู้สอนเผชิญหน้ากัน (Face-to-face teaching) ในห้องเรียนหรือในการจัดการเรียนรู้เสริมความรู้ และเป็นรูปแบบที่ใช้ในการจัดทำสื่อการจัดการเรียนรู้ ซึ่งรวมถึงหนังสือ ฟิล์ม วิดีทัศน์ และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ต่าง ๆ ตลอดจนการจัดการเรียนรู้ระยะยาวแต่ละรูปแบบการจัดการเรียนรู้ จะให้แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จตามจุดประสงค์ด้านต่าง ๆ ที่กำหนดไว้

เรวณี ชัยเชาวรัตน์ (2559) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง ระบบของวิธีการสอน ซึ่งประกอบด้วยวิธีการสอนหลากหลายวิธี มีทฤษฎี หลักการ แนวคิดที่รองรับมีการจัดเรียงลำดับการสอนเป็นขั้นตอน สมเหตุสมผลและสามารถอธิบายได้ และเมื่อจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบ หรือตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้ก็จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่รูปแบบกำหนดไว้

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2559) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนเชิงปฏิบัติการเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนที่จัดทำขึ้นอย่างเป็นระบบและมีจุดมุ่งหมายที่เฉพาะโดยผ่านขั้นตอนการดำเนินการออกแบบและพัฒนาอย่างเป็นระบบโดยใช้หลักปรัชญา หลักการ แนวคิดทางทฤษฎีหรือความเชื่อพื้นฐาน ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เชื่อมโยงความสัมพันธ์ (Syntax) และแสดงให้เห็นถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

วัชรรา เล่าเรียนดี ประณัฐ กิจรุ่งเรือง และอรพิน ศิริสัมพันธ์ (2560) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนของกระบวนการจัดการเรียนการสอนและองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องที่จัดไว้อย่างเป็นระบบ มีความสัมพันธ์สอดคล้องกัน มีทฤษฎีแนวคิดหลักการที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบ และได้รับการพิสูจน์แล้วว่ามีประสิทธิภาพ สามารถนำไปใช้จัดการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่รูปแบบแต่ละรูปแบบระบุไว้ ทั้งนี้การนำรูปแบบไปใช้ผู้ใช้จำเป็นต้องใช้ตามกระบวนการที่รูปแบบกำหนดให้โดยไม่ต้องกำหนดขั้นตอนการสอนขึ้นใหม่เพื่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์หรือผลการเรียนรู้เช่นเดียวกันและตรวจสอบจากข้อมูลย้อนกลับได้ว่าควรมีการปรับปรุงแก้ไขขั้นตอนใดบ้างและอย่างไร เนื่องจากว่าขั้นตอนต้นจะมีผลการเรียนรู้ในขั้นตอนต่อไปเสมอ

ศิริวรรณ วณิชพัฒน์วรชัย (2560) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง สภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนรู้ที่จัดขึ้นอย่างเป็นระบบ โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ เทคนิคการจัดการเรียนรู้ เข้ามาช่วยให้การจัดการเรียนรู้ นั้นเป็นไปตามทฤษฎี หลักการ หรือแนวคิดที่ยึดถือซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ต้องกำหนดรายละเอียดในการเตรียมการสอน การดำเนินการสอน และประเมินผลเพื่อให้ทราบถึงวิธีการที่ผู้เรียนจะบรรลุจุดหมายกำหนดไว้

ชนาธิป พรกุล (2561) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนการดำเนินการสอนที่จัดเป็นระบบสอดคล้องกับทฤษฎีหรือหลักการเรียนรู้ที่รูปแบบนั้น ยึดถือ โดยมีการพิสูจน์หรือทดสอบว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตาม จุดมุ่งหมายเฉพาะ

ทิตนา แคมมณี (2562) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง สภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญซึ่งได้รับการจัดขึ้น อย่างเป็นระเบียบ ตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อต่าง ๆ โดยประกอบด้วย กระบวนการหรือขั้นตอนสำคัญในการเรียนการสอน รวมทั้งวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่สามารถช่วยให้สภาพการเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามทฤษฎี

เซลเลอร์ และคนอื่น ๆ (Saylor et al, 1981) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการ จัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบ (Pattern) ของการสอนที่มีการจัดกระทำพฤติกรรมขึ้นจำนวนหนึ่งที่มี ความแตกต่างกัน เพื่อจุดหมายหรือจุดเน้นที่เฉพาะเจาะจงอย่างใดอย่างหนึ่ง

ดิก และแคร์รี่ (Dick & Carey, 2005) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง การจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนโดยคำนึงถึงธรรมชาติ ความต้องการ พฤติกรรมและปัญหาของผู้เรียน โดยพิจารณาถึงแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ วิธีการสอนต่าง ๆ รวมทั้ง การประเมินในทุกด้าน ตั้งความรู้เดิมของผู้เรียน การประเมินในขณะที่เรียน และการประเมินหลังการ เรียนการสอนรวมทั้งการประเมินความรู้แบบการเรียนรู้

จอยซ์ และเวล (Joyce & Well, 2011) ได้ให้ความหมายของรูปแบบการจัดการ เรียนรู้ หมายถึง แผน (Plan) หรือแบบ (Pattern) ที่เราสามารถใช้ในการสอนโดยตรงในห้องเรียน หรือการสอนเป็นกลุ่มย่อย หรือเพื่อจัดสื่อการเรียนการสอนซึ่งรวมถึงหนังสือ ภาพยนตร์ เทป บันทึกลำโพง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและหลักสูตรรายวิชา ซึ่งแต่ละรูปแบบจะให้แนวทางใน การออกแบบการเรียนการสอนที่จะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่าง ๆ กัน รูปแบบการสอน คือ การบรรยายสิ่งแวดล้อมทางการเรียน รูปแบบการสอนก็คือ รูปแบบของการเรียนที่ช่วยผู้เรียนให้ได้รับ สารสนเทศ ความคิด ทักษะ คุณค่า แนวทางของการคิด และแนวทางในการแสดงออกของผู้เรียน

นอกจากนี้ ปราโมทย์ จันทรเรือง (2551) ได้สรุปลักษณะร่วมของรูปแบบการจัดการ เรียนรู้ไว้ได้ดังนี้

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้เป็นแผนของการทำงาน
2. แผนนั้นมีการจัดทำหรือเรียบเรียงสิ่งเกี่ยวข้องอย่างรอบคอบ ความเป็นเลิศตาม ความคิดหวัง มีลักษณะเป็นอุดมคติ

3. แผนนั้นมีจุดหมายที่เฉพาะเจาะจง เกี่ยวข้องกับการสอน

4. แผนนั้นประกอบด้วยพฤติกรรมหรือองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับงานการสอน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการจัดเป็นระบบโดยอาศัยแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง หรือหลักการเรียนรู้ที่ ยึดถือ และได้รับการพิสูจน์ทดสอบว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตาม จุดมุ่งหมายเฉพาะ

2.7.2 องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้จำเป็นต้องมีองค์ประกอบเพื่อที่จะได้สามารถร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้ครบถ้วน ซึ่งนักการศึกษาได้รวบรวมองค์ประกอบสำคัญไว้ดังนี้

ปราโมทย์ จันทร์เรือง (2551) ได้กล่าวว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้จำเป็นต้องมีองค์ประกอบสำคัญดังนี้

1. มีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานหรือเป็นหลักของรูปแบบการสอนนั้น ๆ

2. มีการบรรยาย และอธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ

3. มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น ๆ

4. มีการอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ อันจะช่วยกระบวนการเรียนการสอนนั้น เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

พิทักษ์ นิลนพคุณ (2556) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ว่ามีองค์ประกอบสำคัญดังนี้

1. มีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานหรือเป็นหลักของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้น ๆ

2. มีการบรรยายและอธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักที่ยึดถือ

3. มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น ๆ

4. มีอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนรู้และเทคนิคการจัดการเรียนรู้ต่าง ๆ อันจะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุดได้

มกราพันธ์ จุฑะรสก (2556) ได้สรุปรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบไปด้วย

1. โครงสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้

2. ระบบปฏิสัมพันธ์ทางสังคม คือ เป็นบทบาทของครูผู้สอน และบทบาทของผู้เรียนที่พึงปรารถนาตามรูปแบบการเรียนการสอน

3. การนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปใช้

เรวณี ชัยเขาวรัตน์ (2559) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จำเป็นต้องมีองค์ประกอบสำคัญ ๆ ดังนี้

1. ขั้นตอนการสอน เป็นส่วนสำคัญที่จะแสดงให้เห็นทราบโครงสร้างที่ระบุขั้นตอนการสอนเอาไว้อย่างมีระเบียบและเป็นระบบ ทุกขั้นตอนจะประสานสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่องและเป็นไปโดยครบวงจรตั้งแต่เริ่มต้นการสอนจนกระทั่งการประเมินผล

2. บทบาทของครูและนักเรียน เป็นวิธีการที่แสดงถึงพฤติกรรมการสอนและพฤติกรรมนักเรียนที่ชี้แนะเอาไว้อย่างชัดเจนว่า ขั้นตอนไหนใครควรแสดงบทบาทอย่างไร โดยเน้นกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยการกระทำของผู้เรียนเป็นสำคัญ

3. หลักปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน เป็นการติดต่อสื่อสารอย่างใกล้ชิดแบบกระบวนการคู่ (two – way process) ระหว่างครูและนักเรียน โดยเน้นการมีส่วนร่วมของนักเรียนทุก ๆ คน ภายใต้บรรยากาศและความสัมพันธ์อันดีตามวิธีทางแบบประชาธิปไตย

4. สิ่งสนับสนุนการเรียนการสอน ได้แก่ สื่อการเรียนการสอนและสิ่งอำนวยความสะดวกต่าง ๆ ซึ่งนำมาใช้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยเอื้อให้การสอนและการเรียนทุกขั้นตอนดำเนินไปอย่างถูกต้องเหมาะสม เพื่อส่งเสริมให้การสอนมีประสิทธิภาพสูงและการเรียนมีประสิทธิภาพเต็มตามศักยภาพที่ควรจะเป็น

สาวิตรี จุ้ยทอง (2559) ได้สรุปองค์ประกอบร่วมที่สำคัญซึ่งผู้ที่จะพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ควรคำนึงถึงดังต่อไปนี้

1. หลักการของรูปแบบ คือ แนวคิดและพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ คือ เป้าหมายเฉพาะเจาะจงว่าต้องการพัฒนาให้นักเรียนมีลักษณะอย่างไร

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบอธิบายถึงการดำเนินการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบที่เป็นขั้นตอนและรายละเอียดของกิจกรรมในการจัดการเรียนรู้

4. การวัดและประเมินผลรูปแบบเป็นแนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนที่บ่งบอกถึงประสิทธิภาพของรูปแบบ บอกลถึงการบรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ทิศนา แคมมณี (2562) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ จำเป็นต้องมีองค์ประกอบสำคัญ ๆ ดังนี้

1. มีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานหรือเป็นหลักการของรูปแบบนั้น ๆ

2. มีบรรยากาศและอธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึด

3. มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น ๆ

4. มีการอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ อันจะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

ลาสเลย์ มัทซินสกี และลองเลย์ (Lasley, Matczynski & Rowley, 2003) ได้สรุปรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อสร้างมโนทัศน์ประกอบไปด้วย ดังนี้

1. ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ
3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ
4. ผลที่ผู้เรียนจะได้รับจากการเรียนรู้ตามรูปแบบ

จอยซ์ และเวล (Joyce Weil, 2011) ได้กล่าวว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้เป็นการบรรยายเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ รวมถึงพฤติกรรมของผู้สอนขณะที่ใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นั้น ๆ โดยรูปแบบการจัดการเรียนรู้จะมีหลากหลายรูปแบบซึ่งแต่ละรูปแบบก็จะมีเป้าหมายต่าง ๆ ไป เช่น เป้าหมายเกี่ยวกับการวางหลักสูตร ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีองค์ประกอบที่สำคัญสี่ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 กล่าวถึงที่มาของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (Orientation to the Model) ประกอบด้วย เป้าหมายของรูปแบบ ข้อตกลงเบื้องต้น หลักการ มโนทัศน์ที่สำคัญที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ส่วนที่ 2 รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (The Model of Learning) มี 4 ขั้นตอนประกอบด้วย

1. ขั้นตอนของรูปแบบ (Syntax หรือ Phases) เป็นการจัดเรียงตามลำดับกิจกรรมที่จะสอนเป็นขั้น ๆ ซึ่งแต่ละรูปแบบมีจำนวนขั้นตอนการสอนแตกต่างกัน
2. รูปแบบของสังคม (Social System) เป็นการอธิบายบทบาทผู้สอน ผู้เรียน และความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันในแต่ละรูปแบบ บทบาทของผู้สอนจะแตกต่างกันไปในแต่ละรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
3. หลักการตอบสนอง (Principle of Reaction) เป็นการบอกวิธีการที่ผู้สอนจะตอบสนองต่อสิ่งที่ผู้เรียนกระทำ อาจเป็นการให้รางวัล พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ การสร้างบรรยากาศอิสระและไม่มีการประเมินว่าถูกหรือผิด
4. ระบบการสนับสนุน (Support System) เป็นการบอกเงื่อนไขหรือสิ่งจำเป็นในการที่จะใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้เกิดผล เช่น การสอนฝึกทักษะ ผู้เรียนจะต้องได้ฝึกการทำงานในสถานที่ด้วยอุปกรณ์ที่ใกล้เคียงกับสภาพการทำงานจริง ๆ

ส่วนที่ 3 การนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปใช้ (Application) เป็นการแนะนำ และให้ข้อสังเกตการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ นั้น เช่น จะใช้กับเนื้อหาประเภทใดใช้กับผู้เรียนระดับใดจึงจะเหมาะสม

ส่วนที่ 4 ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนทั้งทางตรงและทางอ้อม (Instructional and Nurturant Effects) เป็นการบอกให้รู้ว่าแต่ละรูปแบบจะเกิดอะไรบ้างกับผู้เรียน โดยผลทางตรงมาจากการสอนของผู้สอนที่จัดขึ้นตามขั้นตอน หรือผลทางอ้อมมาจากสภาพแวดล้อม ซึ่งถือเป็นผลกระทบที่เกิดขึ้นแฝงไปกับผลการสอน ซึ่งสามารถใช้เป็นข้อพิจารณาในการเลือกรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปใช้ในห้องเรียน

จากการศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยได้สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 การสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	ปราโมทย์ จันทร์เรือง (2551)	พิทักษ์ นิลนพคุณ (2556)	มกราพันธุ์ จุฑารส (2556)	เรณีย์ ชัยเขวาร์ตัน (2559)	สาวตรี จุ้ยทอง (2559)	ทิตินา แซมเมณี (2562)	ลาสเลย์ และลอสเลย์ (Lasley & Rowley, 2003)	จอยซ์ แลเวล (Joyce Weil, 2011)	ผู้วิจัยเลือก
หลักการของรูปแบบ	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓
วัตถุประสงค์ของรูปแบบ	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓
กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓

จากตารางที่ 2.1 ตารางการสังเคราะห์องค์ประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของนักการศึกษามาสังเคราะห์เป็นแนวทางในขั้นตอนของการกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบไปด้วย

1. หลักการของรูปแบบเป็นแนวคิดและพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้น ๆ
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ เป็นเป้าหมายเฉพาะของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้นว่ามุ่งพัฒนาให้นักเรียนมีลักษณะเป็นอย่างไร
3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ เป็นอธิบายถึงวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของแบบที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน ตลอดละเอียดของกิจกรรมหรือกระบวนการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ เป็นแนวทางการวัดและประเมินผล กิจกรรมการเรียนรู้ที่บ่งบอกถึงประสิทธิผลของรูปแบบ หรือบ่งบอกถึงการบรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบ การจัดการเรียนรู้นั้น ๆ

2.7.3 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสำคัญในการช่วยพัฒนาประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้ของครูจึงมีนักการศึกษาจำนวนมากสนใจพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน โดยต้องอาศัยแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังที่ ทิศนา ขัมมณี (2562) ได้ใช้แนวคิดของการจัดระบบซึ่งพอสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้ชัดเจน
2. ศึกษาหลักการ/ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดองค์ประกอบและเห็นแนวทางในการจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
3. ศึกษาสภาพการณ์และปัญหาที่เกี่ยวข้องเพื่อช่วยในการค้นหาองค์ประกอบที่สำคัญที่จะช่วยให้รูปแบบมีประสิทธิภาพเมื่อนำไปใช้จริง ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ เป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาในการจัดองค์ประกอบต่าง ๆ และจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้งหลาย การนำข้อมูลจากความเป็นจริงมาใช้ในการสร้างรูปแบบจะช่วยขจัด หรือป้องกันปัญหาซึ่งจะทำให้รูปแบบนั้นขาดประสิทธิภาพ
4. กำหนดองค์ประกอบของรูปแบบ ได้แก่ การพิจารณาว่ามีอะไรบ้างที่สามารถช่วยให้เป้าหมายหรือจุดมุ่งหมายบรรลุผลสำเร็จ ในขั้นตอนนี้ต้องอาศัยประสบการณ์ ความคิดสร้างสรรค์ และความละเอียดรอบคอบจึงจะสามารถกำหนดองค์ประกอบที่จะเอื้อให้รูปแบบนั้นประสบความสำเร็จได้
5. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนั้นจะต้องนำองค์ประกอบต่าง ๆ มาจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อความสะดวกในการคิดและดำเนินการในขั้นต่อไป โดยทุกกระบวนการมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน
6. จัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ โดยพิจารณาว่าองค์ประกอบใดเป็นเหตุและเป็นผลขึ้นต่อกันในลักษณะใด สิ่งใดควรมาก่อนมาหลัง สิ่งใดสามารถดำเนินการคู่ขนานไปได้ขั้นนี้เป็นขั้นที่อาจใช้เวลาในการพิจารณามาก
7. สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบโดยแสดงให้เห็นถึงผังจำลององค์ประกอบ
8. ทดลองใช้รูปแบบเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้น
9. ประเมินผล โดยการศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการทดลองใช้รูปแบบว่าได้ผลตามเป้าหมายหรือใกล้เคียงกับเป้าหมายมากน้อยเพียงใด
10. ปรับปรุงรูปแบบ โดยนำผลการทดลองมาปรับปรุงรูปแบบให้ดียิ่งขึ้นจะเห็นได้ว่าการพัฒนารูปแบบโดยใช้แนวคิดของการจัดระบบนี้เป็นแนวคิดที่ชัดเจนเข้าใจง่าย ทำให้สะดวกต่อการที่จะนำไปสู่การปฏิบัติจริง

จอยซ์ และเวล (Joyce & Well, 2011) ซึ่งเป็นผู้เขียนหนังสือ Models of Teaching ที่ได้รับการยอมรับอย่างมากในวงการศึกษาก็ได้สรุปสาระสำคัญหลักการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้
2. เมื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้แล้ว ก่อนนำไปใช้อย่างแพร่หลายจะต้องมีการวิจัย เพื่อทดสอบทฤษฎี และตรวจสอบคุณภาพในเชิงการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง และนำข้อค้นพบมา ปรับปรุงแก้ไขอยู่เรื่อย ๆ การเสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้แต่ละรูปแบบของ จอยซ์ และเวลได้มีการนำไปทดลองใช้ในห้องเรียน รวมทั้งมีงานวิจัยรองรับมากมายจนเป็นหลักประกันได้ว่าสามารถใช้ได้สะดวก และได้ผลดี

3. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้อาจออกแบบให้ใช้ได้กว้างขวางหรือเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

4. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จะมีจุดมุ่งหมายหลักที่ถือเป็นหลักในการพิจารณา เลือกรูปแบบไปใช้ กล่าวคือ ถ้าผู้ใช้นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักก็จะทำให้เกิดผลสูงสุด แต่ก็สามารถนำรูปแบบนั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ถ้าพิจารณาเห็นว่าเหมาะสมแต่ก็ อาจทำให้ได้ผลสำเร็จลดน้อยลงไป

นอกจาก จอยซ์ และเวล จะเสนอทัศนะด้านการสอนแล้ว ยังให้ข้อสังเกตและแนวคิดในการพัฒนาผู้เรียนโดยเสนอรูปแบบการเรียนรู้ที่เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้รับสารสนเทศ ความคิด ทักษะ ค่านิยม และวิถีทางในการคิด นอกจากนี้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เลือกมาเสนอส่วนใหญ่ยังได้สอนวิธีเรียน (How to Learn) ให้แก่ผู้เรียนอีกด้วย ซึ่งจะก่อให้เกิดผลสำเร็จในระยะยาวและที่สำคัญที่สุด คือ เป็นการเพิ่มพูนความสามารถที่จะเรียนรู้ของผู้เรียนทำให้เกิดการเรียนรู้ง่ายและได้ผลดีในอนาคต กล่าวคือ การสอนควรจะส่งผลกระทบต่อผู้เรียนให้เขาได้สามารถศึกษาด้วยตนเองได้จากกล่าวได้ว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ของ จอยซ์ และเวล เน้นความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียนและพัฒนาพฤติกรรมการเรียนรู้ (Learning Strategies) ของผู้เรียน ซึ่งถือเป็นเป้าหมายของการจัดการศึกษาตามแนวใหม่

จากที่กล่าวสรุปแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คือ กำหนดจุดมุ่งหมาย ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง กำหนดองค์ประกอบของรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กัน พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ทดลองใช้ ประเมิน และปรับปรุง

2.7.4 ประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เป็นสากล ได้มีนักการศึกษาได้รวบรวมรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพไว้ ดังนี้

ทิตินา แชมมณี (2562) ได้สรุปแนวคิดของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เป็นสากลสามารถจัดกลุ่ม ได้ 5 หมวด ดังนี้

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระต่าง ๆ ซึ่งเนื้อหาสาระนั้นอาจอยู่ในรูปของข้อมูล ข้อเท็จจริง มโนทัศน์ หรือความคิดรวบยอด

2. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาด้านจิตพิสัย (Affective Domain) เป็นรูปแบบที่มุ่งช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้สึก เจตคติ ค่านิยม คุณธรรม และจริยธรรมที่พึงประสงค์

3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาด้านทักษะพิสัย (Psycho-Motor-Domain) เป็นรูปแบบที่มุ่งช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในด้านการปฏิบัติ การกระทำ หรือ การแสดงออกต่าง ๆ ซึ่งจำเป็นต้องใช้หลักการ วิธีการ ที่แตกต่างไปจากการพัฒนาทางด้านจิตพิสัย หรือพุทธิพิสัย

4. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาทักษะกระบวนการ (Process Skills) เป็นทักษะที่เกี่ยวข้องกับวิธีดำเนินการต่าง ๆ ซึ่งอาจเป็นกระบวนการทางสติปัญญา เช่น กระบวนการสืบสอบแสวงหาความรู้หรือกระบวนการคิดต่าง ๆ การคิดวิเคราะห์ การอุปนัย การนิรนัย การใช้เหตุผล การสืบสอบการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น หรืออาจเป็นกระบวนการทางสังคม และกระบวนการทำงานร่วมกัน เป็นต้น

5. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการบูรณาการ (Integration) เป็นรูปแบบที่พยายาม พัฒนา การเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนไปพร้อม ๆ กัน โดยใช้การบูรณาการทั้งทางด้านเนื้อหาสาระ และวิธีการรูปแบบในลักษณะมุ่งเน้นการพัฒนาเป็นองค์รวม

เซย์เลอร์ และคนอื่น ๆ (Saylor, et al, 1981) ได้จัดกลุ่มของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามประเภทของหลักสูตร 5 แบบ โดยพิจารณาความเกี่ยวข้องสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้กับหลักสูตรแต่ละประเภทรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดนี้จัดแบ่งเป็น 5 ประเภท คือ

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับหลักสูตรที่เน้นเนื้อหาวิชา (Subject Matter/Discipline) เช่น การบรรยาย การอภิปราย การถามคำถาม เป็นต้น

2. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับหลักสูตรที่เน้นสมรรถภาพ (Specific Competencies/Technology) เช่น การทำแบบฝึกหัด การทบทวน และบทเรียนโปรแกรม เป็นต้น

3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับหลักสูตรที่เน้นคุณลักษณะ (Human Traits/Processes) เช่น การค้นคว้าเป็นกลุ่ม การเรียนแบบสืบสอบ เป็นต้น

4. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับหลักสูตรที่เน้นกิจกรรมและปัญหาสังคม (Social Functions / Activities) เช่น การร่วมกิจกรรมกับชุมชน

5. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับหลักสูตรที่เน้นความต้องการและความสนใจของผู้เรียน (Interests and Needs / Activities) เช่น การเรียนแบบเอกเทศ หรือ การเรียนด้วยตนเอง เป็นต้น

จอยซ์ และเวล (Joyce & Well, 2011) ได้จัดกลุ่มรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ตามจุดเน้นหรือผลที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน รูปแบบการสอนตามแนวคิดนี้จัดแบ่งเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาตน (The Personal Family) เน้นการพัฒนาที่ตัวบุคคล กระบวนการพัฒนาผู้เรียนแต่ละบุคคล กระบวนการสร้างและพัฒนาเอกลักษณ์ อารมณ์ ของตนเอง มุ่งสอนให้รู้จักการแสดงพฤติกรรมที่เหมาะสม เสริมสร้างความสัมพันธ์กับ

สิ่งแวดล้อม มี ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และรับผิดชอบเพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ ได้แก่ การสอนแบบไม่สั่งการ (Nondirective Teaching) การสอนเพื่อเพิ่ม มโนทัศน์ในตนเอง (Enhancing Self-Concept) เป็นต้น

2. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (The Social Family) เน้น ความสัมพันธ์กับบุคคลอื่นโดยใช้การประนีประนอมในการแก้ปัญหา การมีส่วนร่วมกับผู้อื่นตาม หลักการ ประชาธิปไตย การทำงานร่วมกัน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันอย่างมีประสิทธิภาพ รูปแบบการสอนในกลุ่มนี้ได้แก่ การสอนแบบค้นคว้าทำงานเป็นกลุ่ม (Group Investigation) การ แสดงบทบาทสมมติ (Role Play) การศึกษาสังคมด้วยกระบวนการสืบสอบ (Jurisprudential Inquiry) เป็นต้น

3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระบวนการสารสนเทศหรือกระบวนการ คิด (The Information-Processing Family) มุ่งส่งเสริมความสามารถในการรวบรวมและจัด ระเบียบ ข้อมูลการเข้าใจปัญหาต่าง ๆ และการคิดหาวิธีแก้ปัญหา ตลอดจนการสร้างความคิดรวบ ยอดและใช้ ภาษาที่เหมาะสมในการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดวิธีการแก้ปัญหานั้น โดยมุ่งเน้นความสำคัญ ไปที่ สมรรถภาพการคิดของผู้เรียนและวิธีการต่าง ๆ ในการพัฒนากระบวนการเก็บรวบรวม วิเคราะห์ ข้อมูล รูปแบบการสอนในกลุ่มนี้ได้แก่ การสอนการคิดเชิงอนุมาน (Inductive Thinking) การสอน การสร้าง มโนทัศน์ (Concept Attainment) การฝึกกระบวนการสืบสอบ (Inquiry Training) การ สอนการจำ (Memorization) การสอนการให้โครงสร้างทางความคิด (Advance Organizers) การพัฒนา ความคิดสร้างสรรค์ (Synoptic) การพัฒนาทางปัญญา (The Developing Intellect) และการฝึก กระบวนการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Inquiry) เป็นต้น

4. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นด้านพฤติกรรม (The Behavioral System Family) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ได้รับแนวคิดมาจากทฤษฎีการเรียนรู้เชิงพฤติกรรมเน้น การปรับพฤติกรรม การตอบสนองหรือการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมผู้เรียน รูปแบบการจัดการเรียนรู้ใน กลุ่มนี้ ได้แก่ การสอนเพื่อให้ควบคุมตนเอง (Learning Self-Control) การเรียนแบบรอบรู้ (Mastery Learning) การฝึกฝน ตนเอง (Training and Self-Control) การเรียนรู้แบบมีเงื่อนไข (The Condition of Learning) การสอนตรง (Direct Instruction) สถานการณ์จำลอง (Simulation) การ เรียนรู้สังคม (Social Learning) เป็นต้น

การแบ่งประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จะแบ่งโดยใช้เกณฑ์ที่แตกต่างกัน มีจุดเน้นที่แตกต่างกัน การสอนแต่ละครั้งประกอบไปด้วยองค์ประกอบทั้งด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และ ทักษะพิสัยองค์ประกอบทั้งหมดมีความเกี่ยวพันกัน การแบ่งประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นเพียงแสดงให้เห็นว่ารูปแบบนั้นมีวัตถุประสงค์หลักมุ่งเน้นไปทางใดเท่านั้นแต่ส่วนประกอบด้าน อื่น ๆ ก็ยังคงมีอยู่เพียงแต่จะมีน้อยกว่าจุดเน้นเท่านั้น

2.7.5 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์

นักการศึกษาได้เสนอวิธีการในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการสร้างมโนทัศน์ไว้หลายท่านซึ่งรูปแบบที่นำเสนอเป็นรูปแบบที่จัดการเรียนรู้ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ที่ต้องการให้นักเรียนได้เกิดมโนทัศน์ และปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระที่ต้องใช้การสร้างมโนทัศน์ในการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นกับนักเรียน โดยรูปแบบที่จะส่งเสริมให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ และปรับเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ดังนี้

2.7.5.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อสร้างมโนทัศน์ของลาสเลย์ มัทซินสกี และลองเลย์ (Lasley, Matczynski & Rowley, 2003)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

รูปแบบการพัฒนา มโนทัศน์ของลาสเลย์ มัทซินสกี และลองเลย์มีแนวคิดว่าการสร้างมโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญเพราะทำให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะการประมวลผลข้อมูลในการสังเกตและการตีความข้อมูลที่ผู้สอนยกตัวอย่าง แล้วผู้เรียนจะต้องคิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเอง จากข้อมูลที่ได้มามากกว่าข้อมูลที่ผู้สอนจัดระบบขึ้นมาทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของข้อมูลหรือกลุ่มของความคิดที่นำเสนอโดยครู นักเรียนจะเรียนรู้จากตัวอย่างนำไปสู่ข้อสรุปในภาพรวม

3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะสร้าง ข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ครู หรือจากทั้งครูและนักเรียนโดยครูต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่ มโนทัศน์หรือไม่และเพียงพอหรือยังมีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่ม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data grouping) ในขั้นนี้นักเรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ครูต้องเตือนนักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่าใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่มซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่แยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อ (labeling) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องตัดสินใจกำหนดกลุ่มที่แน่นอนของข้อมูลและกำหนดชื่อของกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การขยายความประเภข้อมูล (Expanding the category) จากกลุ่มของข้อมูลที่นักเรียนได้จัดกลุ่มและกำหนดชื่อไว้ในขั้นตอนที่ 3 ครูจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้นักเรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ครูและนักเรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องการอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ครูควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

4) ผลที่ผู้เรียนจะได้รับจากการเรียนรู้ตามรูปแบบ

นักเรียนมีความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของข้อมูลหรือกลุ่มของความคิดที่นำเสนอโดยครู นักเรียนจะเรียนรู้จากตัวอย่างนำไปสู่ข้อสรุปในภาพรวม

2.7.5.2 รูปแบบการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ (Concept Attainment Model)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

รูปแบบการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ พัฒนาขึ้นโดย จอยซ์ และเวล (Joyce & Well, 2011) โดยมีแนวคิดว่าการที่จะเข้าใจหรือรู้จักมโนทัศน์ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง สามารถกระทำได้โดยค้นหา และจัดทำรายการคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งนั้น เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งที่เป็นตัวอย่างใช่ (exemplars) และสิ่งที่เป็นตัวอย่างไม่ใช่ (nonexemplars) ออกจากกัน

2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ของเนื้อหาสาระต่าง ๆ โดยการสังเกต เปรียบเทียบ จัดหมู่ สรุปและให้คำนิยามของมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง

3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ผู้สอนเตรียมข้อมูลสำหรับให้ผู้เรียนฝึกหัดจำแนก

1) ผู้สอนเตรียมชื่อมโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้

2) ผู้สอนเตรียมตัวอย่างที่ใช่มโนทัศน์ และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ที่จะ

จัดการเรียนรู้ให้มีจำนวนมากพอที่ครอบคลุมคุณสมบัติหรือคุณลักษณะของมโนทัศน์นั้น

3) ผู้สอนเตรียมตัวอย่างคุณสมบัติเฉพาะของมโนทัศน์เพื่อช่วยให้ผู้เรียน

เข้าใจมโนทัศน์ได้ง่ายขึ้นในกรณีที่มีมโนทัศน์นั้นมีความซับซ้อน

4) ผู้สอนเตรียมสื่ออุปกรณ์ในการนำเสนอตัวอย่าง

ขั้นที่ 2 ผู้สอนอธิบายวิธีการเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์เพื่อให้เข้าใจตรงกัน ขั้นนี้อาจมีการสาธิต และทดลองปฏิบัติให้เห็นเป็นตัวอย่าง

ขั้นที่ 3 ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างที่ใช่มโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้ และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้ การนำเสนอข้อมูลตัวอย่างอาจนำเสนอได้หลายวิธี ดังนี้

1) นำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ข้างละชุด โดยเสนอชุดที่ใช่มโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้ก่อน และตามด้วยชุดไม่ใช่มโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนคิดหาคุณลักษณะที่ร่วมกันและที่แตกต่างกัน

2) นำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ที่ใช่และไม่ใช่สลับกันไปจนครบชุด

3) นำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์อย่างละ 1 ข้อมูล แล้วนำเสนอตัวอย่างที่เหลือทั้งหมดทีละข้อมูลให้นักเรียนช่วยกันตอบ ผู้สอนเฉลยคำตอบ

4) นำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ที่ใช่ และไม่ใช่อะไรอย่างละ 1 ข้อมูล แล้วให้นักเรียนช่วยคิดตัวอย่างมโนทัศน์ของสิ่งที่จะจัดการเรียนรู้เอง โดยผู้สอนจะตอบว่าใช่หรือไม่ใช่

ขั้นที่ 4 ผู้เรียนบอกคุณสมบัติของมโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้ เมื่อผู้เรียนได้เห็นตัวอย่างมโนทัศน์มากพอสมควรแล้ว ผู้เรียนต้องพยายามหาคุณสมบัติเฉพาะจากตัวอย่างเหล่านั้นให้ได้ครบถ้วน

ขั้นที่ 5 ผู้เรียนให้คำนิยามของมโนทัศน์ที่ต้องการจัดการเรียนรู้ จากการรวบรวมคุณสมบัติเฉพาะของมโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้อย่างพอเพียงแล้ว ผู้เรียนก็ต้องช่วยกันเรียบเรียงให้เป็นคำนิยามของมโนทัศน์นั้น

ขั้นที่ 6 ผู้สอนและผู้เรียนอภิปรายร่วมกันถึงวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเองสร้างมโนทัศน์ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการทำความเข้าใจมโนทัศน์อื่น ๆ ต่อไปได้ รวมทั้งช่วยพัฒนาทักษะการใช้เหตุผลโดยการอุปนัย (inductive reasoning) อีกด้วย

5) ผลที่ผู้เรียนจะได้รับจากการเรียนรู้ตามรูปแบบ

ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์จากการคิด วิเคราะห์และตัวอย่างที่หลากหลาย ดังนั้นผลที่ผู้เรียนจะได้รับโดยตรงคือ จะเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น และได้เรียนรู้ทักษะการใช้เหตุผล

2.7.5.3 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของกานเย (Gagne's Instructional Model) (พิทักษ์ นิลนพคุณ, 2556; ทิศนา แคมมณี, 2562)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

กานเย ได้พัฒนาทฤษฎีเงื่อนไขการเรียนรู้ (Condition of Learning) ซึ่งมี 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือ ทฤษฎีการเรียนรู้ และทฤษฎีการจัดการเรียนการสอน ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย อธิบายว่าปรากฏการณ์การเรียนรู้มีองค์ประกอบ ดังนี้ (พิทักษ์ นิลนพคุณ, 2556; ทิศนา แคมมณี, 2562)

ส่วนที่ 1 ผลการเรียนรู้หรือความสามารถด้านต่าง ๆ ของมนุษย์ ซึ่งมีอยู่ 5 ประเภทคือทักษะทางปัญญา (intellectual skill) ซึ่งประกอบด้วยการจำแนกแยกแยะ การสร้างความคิดรวบยอด การสร้างกฎ การสร้างกระบวนการหรือกฎขั้นสูง ความสามารถด้านต่อไปคือ กลวิธีในการเรียนรู้ (cognitive Strategy) ภาษาหรือคำพูด (verbal information) ทักษะการเคลื่อนไหว (motor skill) และเจตคติ (attitude)

ส่วนที่ 2 กระบวนการเรียนรู้และจดจำของมนุษย์ มนุษย์มีกระบวนการจัดกระทำข้อมูลในสมอง ซึ่งมนุษย์จะอาศัยข้อมูลที่สะสมไว้มาพิจารณาเลือกจัดกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และขณะที่กระบวนการจัดกระทำข้อมูลภายในสมองกำลังเกิดขึ้นเหตุการณ์ภายนอกในร่างกายมนุษย์มีอิทธิพลต่อการส่งเสริมหรือการยับยั้งการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นภายในได้ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน กานเยจึงได้เสนอแนะว่า ควรมีการจัดสภาพการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับการเรียนรู้แต่ละประเภท ซึ่งมีลักษณะเฉพาะที่แตกต่างกัน และส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้ภายในสมอง โดยจัดสภาพการณ์ภายนอกให้เอื้อต่อกระบวนการเรียนรู้ภายในของผู้เรียน

2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหาสาระต่าง ๆ ได้อย่างดี รวดเร็ว และสามารถจดจำสิ่งที่เรียนได้นาน

3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบตามรูปแบบของกานเย ประกอบด้วยการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนรวม 9 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกระตุ้นและดึงดูดความสนใจของผู้เรียน เป็นการช่วยให้ผู้เรียนสามารถรับสิ่งเร้า หรือสิ่งที่จะเรียนรู้ได้ดี

ขั้นที่ 2 การแจ้งวัตถุประสงค์ของการเรียนให้ผู้เรียนทราบ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้รู้ความคาดหวัง

ขั้นที่ 3 การกระตุ้นให้ระลึกถึงความรู้เดิม เป็นการช่วยให้ผู้เรียนดึงข้อมูลเดิมที่อยู่ในหน่วยความจำระยะยาวให้มาอยู่ในหน่วยความจำเพื่อใช้งาน (working memory) ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

ขั้นที่ 4 การนำเสนอสิ่งเร้าหรือเนื้อหาสาระใหม่ ผู้สอนควรจัดสิ่งเร้าให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของสิ่งเร้านั้นอย่างชัดเจน เพื่อความสะดวกในการเลือกรับรู้ของผู้เรียน

ขั้นที่ 5 การให้แนวทางการเรียนรู้ หรือการจัดระบบข้อมูลให้มีความหมาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจกับสาระที่เรียนได้ง่ายและเร็วขึ้น

ขั้นที่ 6 การกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงความสามารถ เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสตอบสนองต่อสิ่งเร้าหรือสาระที่เรียน ซึ่งจะช่วยให้ทราบถึงการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

ขั้นที่ 7 การให้ข้อมูลป้อนกลับ เป็นการให้การเสริมแรงแก่ผู้เรียน และข้อมูลที่ป้อนกลับกับผู้เรียน

ขั้นที่ 8 การประเมินผลการแสดงออกของผู้เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนทราบว่าตนเองสามารถบรรลุวัตถุประสงค์มากน้อยเพียงใด

ขั้นที่ 9 การส่งเสริมความคงทนและการถ่ายโอนการเรียนรู้ โดยการให้โอกาสผู้เรียนได้มีการฝึกฝนอย่างพอเพียงและในสถานการณ์ที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น และสามารถถ่ายโอนการเรียนรู้ไปสู่สถานการณ์อื่น ๆ ได้

4) ผลที่ผู้เรียนจะได้รับจากการเรียนรู้ตามรูปแบบ

เนื่องจากการเรียนการสอนตามรูปแบบนี้ จัดขึ้นให้ส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้และจดจำของมนุษย์ ดังนั้น ผู้เรียนจะสามารถเรียนรู้สาระที่นำเสนอได้อย่างดี รวดเร็วและจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้นาน นอกจากนั้นผู้เรียนยังได้เพิ่มพูนทักษะในการจัดระบบข้อมูล สร้างความหมายของข้อมูล รวมทั้งการแสดงความสามารถของตนด้วย

2.7.5.4 รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของซาเดลา (Sadera, 2001)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

รูปแบบการปรับมโนทัศน์ของซาเดลา มีหลักการว่า เน้นกระตุ้นประสบการณ์เดิม และให้ผู้เรียนค้นคว้าเพื่อขจัดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ ผ่านหน้าที่รับผิดชอบด้วยตนเอง

2) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักเรียนและวินิจฉัยมโนทัศน์ของนักเรียนโดยการเสนอใหม่ที่ทำให้ให้นักเรียนได้หาคำตอบ จะทำให้นักเรียนสังเกตเห็นความขัดแย้งหรือเกิดปัญหากับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมของนักเรียน

ขั้นที่ 2 นำนักเรียนเข้าสู่ข้อมูลสารสนเทศใหม่ โดยให้นักเรียนระลึกถึงความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดภายในห้องเรียน

ขั้นที่ 3 นักเรียนลงมือปฏิบัติ ค้นคว้าเพื่อขจัดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ ผ่านหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องจากขั้นตอนที่ 3 โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างความเข้าใจที่ถูกต้อง จากการที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและค้นคว้าหาข้อมูลด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 การแลกเปลี่ยนความคิดของนักเรียน เป็นการร่วมประชุมเพื่ออภิปรายร่วมกัน โดยเป็นการจัดเตรียมข้อมูลเพื่อตัดสินว่ามโนทัศน์ใหม่ของนักเรียนนั้นจะเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือไม่

2.7.5.5 รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์แคนเจลโรสซี (Cangelosi, 2003)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

ในชีวิตประจำวันเราพบสิ่งที่เป็นรูปธรรมซึ่งสามารถสัมผัสได้ สิ่งเหล่านี้มีลักษณะเฉพาะที่ทำให้เกิดการสร้างระบบของการรับรู้ และจัดประเภทของสิ่งเหล่านั้นตามลักษณะร่วมกัน วิธีการนี้เรียกว่าการสร้างมโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการดำเนินการในจิตใจที่มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล นอกจากนี้ในการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนต้องใช้พื้นฐาน การคิดอุปนัยในการแยกลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อแยกตัวอย่างที่แสดงมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ออกจากกัน และการคิดแบบอุปนัยนี้เป็นกระบวนการที่นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรม หลักการ กฎหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

2) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 การกำหนดประเภทและการจัดกลุ่ม เป็นขั้นที่ครูกำหนดงานให้นักเรียนเพื่อให้นักเรียนจัดกลุ่มสิ่งที่เป็นรูปธรรมโดยครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานนี้ให้สมบูรณ์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 การสะท้อนความคิดและการอธิบาย เป็นขั้นที่นักเรียนอธิบายเหตุผลในการจัดกลุ่มสิ่งของ โดยครูอาจใช้คำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นออกมา

ขั้นที่ 3 การกำหนดกฎเกณฑ์และการสื่อความคิด เป็นขั้นที่นักเรียนอธิบายมโนทัศน์จากลักษณะสำคัญจากกลุ่มของตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์นั้น ๆ และพยายามกำหนดนิยามของมโนทัศน์

ขั้นที่ 4 การยืงและการทำให้ชัดเจน เป็นขั้นที่นักเรียนตรวจสอบนิยามที่กำหนดขึ้นโดยการแยกตัวอย่างที่แสดงมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

2.7.5.6 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ของเมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มาจากชื่อภาษาอังกฤษ คือ Concept-Rich Mathematics Instruction Model ซึ่งพัฒนาจากแนวคิดของนักการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ชื่อว่า เมียร์ เบน –เฮอร์ โดยมีแนวคิดว่าการจัดการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนมีการพัฒนาหรือสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้มีความเข้มข้น โดยเริ่มจากการทำให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์โดยการให้ผู้เรียนนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมที่ผู้สอนนำเสนอ จากนั้นให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ใหม่โดยการใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ กระบวนการสะท้อนคิด (Reflection) และการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของความรู้ใหม่และแยกลักษณะสำคัญนั้น ๆ ออกมาผ่านบริบทการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ จากนั้นให้ผู้เรียนนำลักษณะสำคัญทั้งหมดที่สามารถแยกออกมาได้นำมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้งานกับบริบทการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมไปถึงบริบทอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากบริบททางคณิตศาสตร์ซึ่งรวมบริบทของชีวิตจริงหรือใกล้เคียงกับชีวิตจริง โดยผู้สอนทำหน้าที่ในการตรวจสอบปรับแก้ข้อผิดพลาดของนักเรียนให้มีความเข้าใจที่ถูกต้อง

2) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

เมียร์ เบน-เฮอร์ ได้เสนอขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไว้ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอนที่สำคัญ สรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนในความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการเรียนมโนทัศน์ใหม่ โดยการให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม ที่มีความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ โดยผู้สอนเสนอบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ ซึ่งอาจเป็นตัวอย่างปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม จากนั้นให้ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์จากขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิม ในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากบริบทดังกล่าวและใช้การสะท้อนคิด โดย

ผู้สอนทำหน้าที่ถามกระตุ้นความคิดผู้เรียนให้เวลาผู้เรียนในการคิด กระตุ้นให้นักเรียนตอบสนองในการทำกิจกรรมและเปรียบเทียบคำตอบตนเองกับเพื่อน ตลอดจนตรวจสอบลักษณะสำคัญว่ามีความถูกต้องและครบถ้วนหรือไม่ อาจมีการแก้ไขกรณีที่มีข้อผิดพลาด หรืออาจแนะลักษณะสำคัญเพิ่มเติมในกรณีไม่ครบถ้วน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ โดยนำลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่จากขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ มาสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่ในรูปภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสรุปที่มาของความรู้ใหม่ โดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนสรุปเป็นภาษาและสัญลักษณ์ตามความเข้าใจของนักเรียนโดยใช้ภาษาของนักเรียน จากนั้นครูช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบความถูกต้องของความหมายของมโนทัศน์และที่มาของความรู้และปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้กับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่ชัดเจน โดยผู้เรียนฝึกนำความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทที่คล้ายคลึงกับบริบทในขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรมโดยผู้สอนคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนนำมโนทัศน์หรือความรู้ไปใช้งานได้จริง โดยผู้เรียนฝึกขยายความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทอื่นนอกเหนือบริบททางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากกว่าในขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรมโดยผู้สอนคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

2.7.5.7 รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของสตีแพนส์ และชมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009)

1) ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของรูปแบบ

สตีแพนส์ และชมิทท์ ศาสตราจารย์ด้านการศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ที่มหาวิทยาลัย ไวโอมิง ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบเปลี่ยนมโนทัศน์ โดยรูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของสตีแพนส์นั้น เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ของนักเรียนซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกล่าวคือเป็นมโนทัศน์ที่ไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป โดยรูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของสตีแพนส์ และชมิทท์ ได้พัฒนาขึ้นจากทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivist) ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองในบริบทที่นักเรียนสร้างความรู้ในขณะที่รับประสบการณ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ และเงื่อนไขการเปลี่ยนมโนทัศน์ของโพสเนอร์และคณะ (Postner and others) ซึ่งมีเงื่อนไขสำคัญ 4 ประการดังนี้

1. ความไม่พอใจในมโนทัศน์ (Dissatisfaction) โดยกล่าวว่านักเรียนจะเกิดความไม่พอใจในมโนทัศน์ของตนเมื่อมโนทัศน์นั้นไม่สามารถอธิบายในสถานการณ์ที่เกิดความขัดแย้ง

แต่ถ้านักเรียนสามารถปรับมโนทัศน์ของตนเองให้สามารถอธิบายสถานการณ์นั้นได้ นักเรียนจะไม่เกิดการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์

2. มโนทัศน์ใหม่ที่มาแทนที่มโนทัศน์เดิมสามารถเข้าใจได้อย่างชัดเจน (Intelligible) โดยนักเรียนจะต้องสามารถทำความเข้าใจและสร้างความหมายของมโนทัศน์ใหม่ ซึ่งหมายความว่านักเรียนต้องสามารถสร้างตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์นั้นได้ เช่น แบบจำลองทางความคิดซึ่งอาจเป็นภาพหรือข้อความ ผังกราฟฟิก เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนมโนทัศน์ได้หากนักเรียนไม่สามารถสร้างตัวแทนความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นได้

3. มโนทัศน์ใหม่ต้องมีความเป็นไปได้ (Plausible) กล่าวคือ มโนทัศน์ใหม่ต้องมีความสอดคล้องกับข้อความรู้อื่น ๆ เช่น ข้อความรู้ทางวิทยาศาสตร์หรือหลักความรู้โดยทั่วไป ข้อความรู้จากประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยอย่างน้อยที่สุดมโนทัศน์ใหม่ต้องสามารถแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันได้

4. มโนทัศน์ใหม่ต้องมีประโยชน์ (Fruitful) กล่าวคือ มโนทัศน์ใหม่ต้องสามารถอธิบายหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์นั้นและสามารถประยุกต์ใช้ได้บริบทอื่น

2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

เพื่อแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนโดยให้นักเรียนระบุมโนทัศน์ที่มีมาก่อน ตระหนักว่ามีหลากหลายความเชื่อเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตนเอง ทบทวนและสร้างมโนทัศน์ใหม่ที่ถูกต้อง จากนั้นนำความรู้ไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่

3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน ขั้นตอนนี้ครูกำหนดคำถาม หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่จะเรียน ซึ่งเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด ให้นักเรียนแสดงความคิดและความเชื่อออกมาด้วยการเขียนข้อคาดการณ์และอธิบายเหตุผล

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยอธิบายข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์แก่เพื่อนร่วมชั้น โดยเริ่มจากการอภิปรายกลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่

ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนทดสอบข้อคาดการณ์

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดมโนทัศน์ ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนแก้ไขหรือปรับข้อคาดการณ์ของตนเองเพื่อสร้างเป็นความหมายของมโนทัศน์ แล้วแบ่งปันผลลัพธ์ที่ได้กับเพื่อนร่วมชั้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์ ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้คิด และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้ โดยการกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ใหม่ เชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ไปไปสู่เนื้อหาวิชาอื่น ๆ

ขั้นที่ 6 ครูจัดกิจกรรมการให้นักเรียนขยายมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่มโนทัศน์ใหม่ ๆ

จากแนวคิด ทฤษฎี และหลักการสอนคณิตศาสตร์ รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ผู้วิจัยได้สังเคราะห์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นดังตารางที่ 2.2 และตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.2 การสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต	เปียเจต์ (piaget)	บรูเนอร์ (Bruner)	กาเย่ (Gagne)	ดีนส์ (Deans)	สกินเนอร์	หลักการสอนคณิตศาสตร์	บราว และเวนเลห์น (Browm & Vanlehn)	ลาสเลย์ และลอสเลย์ (Lasley & Rowley)	ซาเดลา (Sadera)	แคนเจลโลซี (Cangelosi)	เมียร์ เบน –ฮอร์ (Meir Ben-Hur)	สติแพนส์ และชมิทท์ (Stepans and Schmidt)	ผู้วิจัยเลือก
เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้		√	√	√	√	√	√	√		√	√	√	√
การเรียนรู้ต้องให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมคิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเอง	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง	√	√	√	√		√	√	√	√	√	√	√	√
เน้นความสำคัญกระบวนการคิด การตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง	√	√		√		√	√		√	√	√	√	√

จากตารางที่ 2.2 ตารางสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้

สังเคราะห์และประยุกต์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไว้ 2 หลักการคือ 1) การจัดการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรม คิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเองจากข้อมูลที่ได้มาเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง และ 2) การจัดการเรียนรู้เน้นกระบวนการคิด ควบคู่กับการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อพบต้องดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง

ตารางที่ 2.3 การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต	นพพล นันทภา	บราวและแวนเลห์ (Browm & Vanlehn)	ลาสเลย์ และ ลอว์เลย์ (Lasley & Rowley)	ซาเดลา (Sadera, W.A, 2001)	แคนเจโลโรซ์ (Cangelosi)	เมียร์ เบน – ฮอร์ (Meir Ben-Hur)	สติแพนส์ และ ชมิทท์ (Stepans and Schmidt)	ผู้วิจัยเลือก
ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์	✓		✓	✓		✓	✓	✓
ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต	✓	✓		✓		✓	✓	✓

จากตารางที่ 2.3 ตารางสังเคราะห์กระบวนการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จากทฤษฎีหลักการแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นผู้วิจัยสรุปได้ 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) หมายถึง การทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ทางพีชคณิตโดยครูผู้สอนนำเสนอ

สถานการณ์แล้วใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนทบทวน และสรุปมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และครูทำการตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยครูนำเสนอโมทัศน์ทางพีชคณิต ให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีลำดับไม่ตายตัวสามารถพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าคือ 1) ตีความหมายด้านภาษา สัญลักษณ์ 2) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) การสรุปขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล จนเกิดความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิตได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) หมายถึง การให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อเป็นการตรวจสอบว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนด้านใด โดยให้นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจสอบมโนทัศน์ร่วมกัน แล้วให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอโมทัศน์ดังกล่าว และครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) ครูชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้นเกิดจากสาเหตุใด และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยมีหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกหนึ่งครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.8.1 งานวิจัยในประเทศ

ได้มีนักการศึกษาและนักวิจัยหลายท่านได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ทองระย้า นัยชิต (2556) ได้ทำการวิจัยการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาระบบการสำคัญทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาและวิเคราะห์องค์ประกอบของกระบวนการสำคัญทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา 2) พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาระบบการสำคัญทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา และ 3) ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาระบบการสำคัญทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา ผลการศึกษาพบว่า 1) กระบวนการสำคัญทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผล และองค์ประกอบของกระบวนการแก้ปัญหาที่สำคัญแบ่งเป็น 4 ด้าน คือ (1) การทำความเข้าใจปัญหา (2) การวางแผนการแก้ปัญหา (3) การดำเนินการตามแผน (4) การตรวจสอบ องค์ประกอบของกระบวนการให้เหตุผลที่สำคัญแบ่งได้เป็น 4 ด้าน 1) การจำแนก 2) การเปรียบเทียบ 3) การเชื่อมโยงความสัมพันธ์และการนำไปใช้ และ 4) การวิเคราะห์ 2) รูปแบบ

การจัดการเรียนรู้ที่พัฒนากระบวนการสำคัญทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา ประกอบด้วย (1) ทฤษฎี หลักการ แนวคิดของรูปแบบ (2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ (3) กระบวนการเรียนรู้ 9 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอสถานการณ์ ขั้นที่ 2 สร้างความเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ ขั้นที่ 3 เข้าใจสถานการณ์ ขั้นที่ 4 อธิบาย และวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 5 ตัดสินใจแก้ปัญหาและให้เหตุผล ขั้นที่ 6 ตรวจสอบ ขั้นที่ 7 ฝึกทักษะ ขั้นที่ 8 สรุป และ ขั้นที่ 9 ประเมินผลและนำไปใช้ และ (4) ความคาดหวังที่นักเรียนจะได้รับจากการเรียนตามรูปแบบนี้

3) ผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนากระบวนการสำคัญทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาที่พัฒนาขึ้นสามารถพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผลสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวนพล นนทภา (2557) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยได้ทำการศึกษาลักษณะโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ผลการศึกษาพบว่า ลักษณะโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี คือ 1) โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางพีชคณิต 2) โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางพีชคณิต 3) โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางพีชคณิต และนำผลการวิเคราะห์มาพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และ ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และผลการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตพบว่า นักศึกษามีคะแนนเพิ่มขึ้นก่อนการใช้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นัฐพงษ์ ทองเชื้อ (2559) ได้ทำการวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสมุทรปราการ เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) สร้างแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสมุทรปราการ เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6 และ 2) วินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ และด้านการคิดคำนวณของนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในโรงเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสมุทรปราการ เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นจำนวน 400 คน ได้มาจากการสุ่มกลุ่มโรงเรียน 4 โรงเรียน จาก 25 โรงเรียน และได้สุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) โรงเรียนละ 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อค้นหาข้อบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน จำนวน 30 ข้อ เป็นแบบทดสอบ 4 ตัวเลือกโดยผ่านกระบวนการสร้างที่มีความเชื่อมั่นจากการทดสอบซ้ำ (test-retest) มีค่า 0.956 และหาความสอดคล้องของการตอบ 2 ครั้ง ซึ่งพบว่าทุกข้อ ตอบได้สอดคล้องกันทั้ง 2 ครั้งผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในโรงเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัด

สมุทรปราการเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6 มีลำดับประเภทของมโนทัศน์ที่บกพร่องทางการเรียนรู้โดยเรียงตามจุดประสงค์ ดังนี้ คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 56.9 จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การคูณและการหารเศษส่วน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 58.3 จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การบวกและการลบทศนิยม นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 50.1 จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การคูณและการหารทศนิยม นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 79.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยร้อยละ 58.8 ซึ่งพบว่า จุดประสงค์ที่ 4 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดในเรื่องการคูณและการหารทศนิยม

สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย (2559) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) ประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นการวิจัยแบ่งการดำเนินงานเป็น 3 ระยะคือ ระยะที่ 1 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2 การเตรียมการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นและระยะที่ 3 การประเมินผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นกลุ่มตัวอย่างในการประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา โดยเลือกแบบเจาะจงได้นักเรียน จำนวน 38 คน วัดผลก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นโดยทดลองสอนเป็นเวลา 5 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า 1) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นมี 4 องค์ประกอบ คือ (1) หลักการ (2) วัตถุประสงค์ (3) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นความขัดแย้งทางความคิด ขั้นเรียนรู้จากการปฏิบัติ ขั้นสรุปความรู้ด้วยตนเอง และขั้นตรวจสอบความรู้ (4) การวัดและประเมินผล 2) ผลการประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นพบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนเฉลี่ยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จินตนา หลองทอง (2559) ได้ทำการศึกษาลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยทำวิเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความน่าจะเป็นจากนักคณิตศาสตร์ เอกสาร รายงานการวิจัยวารสาร หนังสือ ตำรา แล้วสรุปจัดกลุ่มลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็นได้ดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา ด้านในการนำเสนอความน่าจะเป็น ด้านนิยาม และด้านความน่าจะเป็นที่เท่ากัน และสร้างแบบทดสอบวัดลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนผลการวิจัยพบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดคือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหามีความถี่เท่ากับ 247 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 62.22 รองลงมามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำเสนอความน่าจะเป็นมีความถี่เท่ากับ 68

ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 17.15 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านนิยาม มีความถี่เท่ากับ 59 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 14.86 และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของความเป็นที่เท่ากัน มีความถี่เท่ากับ 23 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 5.79 ตามลำดับ

สาวิตรี จุ้ยทอง (2559) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคำนวณของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ในการเรียนร่วมกับนักเรียนปกติที่มีวิธีการเรียนรู้ต่างกันโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคำนวณของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ในการเรียนร่วมกับนักเรียนปกติที่มีวิธีการเรียนรู้ต่างกันโดยใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษากับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านการคำนวณที่เรียนรวมในโรงเรียนอนุบาลวัดอ่างทองจังหวัดอ่างทอง ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 6 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งมีนักเรียนรวม 48 คน เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ 1) แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคำนวณ โดยแบบวัดความสามารถด้านการคำนวณ ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคิดคำนวณ 2) แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และ 3) แบบบันทึกความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง 5 สัปดาห์ ๆ ละ 4 ชั่วโมง วิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและคุณภาพด้วยสถิติพื้นฐาน และวิเคราะห์เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถด้านการคำนวณ โดยใช้สถิติทดสอบของวิลค็อกซัน และความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สถิติทดสอบค่า t (t-test for dependent samples) ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคำนวณ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 กระตุ้นความสนใจด้วยบรรยากาศการเรียนรู้ที่มีความสุข (Stimulation) ขั้นที่ 2 เรียนรู้ตามวิธีการเรียนรู้ (Learning style) ขั้นที่ 3 สร้างความรู้ (Constructing) และ ขั้นที่ 4 การให้ข้อมูลย้อนกลับเชิงบวก (Positive feedback) มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถด้านการคำนวณก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนมีพฤติกรรมที่สะท้อนถึงพัฒนาการความสามารถด้านการคำนวณ และมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีคะแนนเฉลี่ยความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

บริสุทธิ์ธรรม พิมพ์ศิริ (2560) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาและหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา 2) การประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา 3) เพื่อขยายผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาโดยการผสมผสานวิธีวิจัยเชิงคุณภาพและวิธีเชิงปริมาณผู้ให้ข้อมูลสำคัญ ได้แก่ ครูผู้สอนและผู้เชี่ยวชาญในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา และนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ประชากรคือ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลสามเสน ปีการศึกษา 2559 จำนวน 160 คน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ห้อง 2 จำนวน 40 คน กลุ่มขยายผลเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ห้อง 3 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 40 คน ได้มาโดยการใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แบบสัมภาษณ์ 2) แบบสอบถาม 3) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา (JOICE Model) 4) คู่มือการใช้รูปแบบ 5) แผนการจัดการเรียนรู้ 6) แบบทดสอบวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เนื้อหาและเชิงปริมาณ และวิเคราะห์ข้อมูลโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่า 1) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา มีชื่อว่า JOICE Model มีองค์ประกอบ 5 องค์ประกอบ ได้แก่ (1) หลักการ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยผ่านประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้รับไปเชื่อมโยงกับโครงสร้างความรู้ที่ผู้เรียนมีอยู่ และปรับกระบวนการคิดค้นหาวิธีการต่าง ๆ มาใช้ในการสร้างความเข้าใจจนเกิดเป็นความรู้ที่มีความหมายด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ (2) วัตถุประสงค์ เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ได้แก่ ความสามารถด้านการมีโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านการคิดคำนวณ ความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริงตามศักยภาพ (3) แนวคิดและทฤษฎี แนวคิด constructivism แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์, ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเยกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของติงส์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่าง ๆ และการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กัน (4) กระบวนการจัดการเรียนรู้ (JOICE Model) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ (4.1) การเตรียมความพร้อมอย่างสนุกสนาน (Joyful Preparation: J) (4.2) การทำความรู้ให้ชัดเจน (Obvious Knowledge: O) (4.3) การเรียนรู้ด้วยกิจกรรมที่หลากหลาย (Infinite Activities: I) (4.4) การตรวจสอบประสบการณ์การเรียนรู้ (Check Learning Experience: C) (4.5) การประเมินผลการเรียนรู้ (Evaluate Learning: E) (5) การวัดและประเมินผล มี 2 ระยะ ดังนี้ (5.1) ก่อน/หลังการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก (5.2) ระหว่างใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (5.2.1) แบบทดสอบแบบอัตนัยมีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด ใช้หลังจากการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้เสร็จสิ้น (5.2.2) แบบบันทึกการเรียนรู้สู่ชีวิตจริงใช้ประเมินทุกกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง โดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์มี 5 ระดับ 2. ประสิทธิภาพการใช้รูปแบบ พบว่านักเรียนมีความสามารถ

ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) ความสามารถด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถด้านการคิดคำนวณ 3) ความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4) ความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาหลังใช้รูปแบบ JOICE Model สูงกว่าก่อนใช้รูปแบบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 3. ผลการขยายผลการใช้รูปแบบพบว่านักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) ความสามารถด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถด้านการคิดคำนวณ 3) ความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4) ความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาหลังใช้รูปแบบ JOICE Model สูงกว่าก่อนใช้รูปแบบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศักดา กิ่งไก่อ (2560) ได้ทำการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยแบบสี่ขั้น และตัวแบบกิจกรรมการปรับลดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรายวิชาแคลคูลัส 1 2) ศึกษาสาเหตุที่ทำให้นักศึกษาเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรายวิชาแคลคูลัส 1 3) พัฒนาตัวแบบกิจกรรมการปรับลดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรายวิชาแคลคูลัส 1 และ 4) เปรียบเทียบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาในรายวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาที่เข้าสู่กระบวนการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ตามตัวแบบที่พัฒนาขึ้นกับนักศึกษาที่เข้าสู่กระบวนการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ด้วยวิธีปกติแบบทดสอบวินิจฉัยที่ศึกษาในครั้งนี้เป็นแบบสี่ขั้นคือคำถามขั้นที่ 1 ถามเนื้อมโนทัศน์ คำถามขั้นที่ 2 ถามระดับความมั่นใจในการตอบในคำถามขั้นที่ 1 คำถามขั้นที่ 3 ถามเหตุผลในการตอบตัวเลือกในข้อนั้นในคำถามขั้นที่ 1 และคำถามขั้นที่ 4 ถามระดับความมั่นใจในการตอบในคำถามขั้นที่ 3 กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือ 1) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสร้างเครื่องมือวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรมได้มาโดยวิธีสุ่มอย่างง่าย มีหน่วยการสุ่มคือห้องเรียนจำนวน 3,239 คน ปีการศึกษา 2558 2) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองตัวแบบเป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรม สังกัดวิทยาลัยเทคนิคสกลนคร ปีการศึกษา 2558 โดยเลือกมาหนึ่งห้องด้วยวิธีเลือกแบบเจาะจง ส่วนกลุ่มควบคุมหนึ่งห้องเป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรม สังกัดวิทยาลัยเทคนิคอุดรธานีปีการศึกษา 2558 ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจงและมีคุณลักษณะเช่นเดียวกับกลุ่มทดลอง ผลการวิจัยพบว่า 1. ผลการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัส 1 ได้ชุดแบบทดสอบวินิจฉัยแบบสี่ขั้นจำนวน 19 ฉบับ จำนวน 491 ข้อ มีขอบเขตค่าความยากของข้อสอบของตัวถูกของคำถามขั้นที่ 1 อยู่ระหว่าง 0.06-0.80 ขอบเขตค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบของตัวถูกของคำถามขั้นที่ 1 อยู่ระหว่าง 0.16-0.80 ส่วนขอบเขตค่าความยากของข้อสอบของตัวถูกของคำถามขั้นที่ 3 อยู่ระหว่าง 0.10-0.76 และขอบเขตค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบของตัวถูกของคำถามขั้นที่ 3 อยู่ระหว่าง 0.11-0.80 ส่วนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้ง 19 ฉบับพบว่าขอบเขตค่าความเชื่อมั่นของคำถามขั้นที่ 1 อยู่ระหว่าง 0.72-0.89 และขอบเขตค่าความเชื่อมั่นของคำถามขั้นที่ 3 อยู่ระหว่าง 0.71-0.89 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบมีค่าสูง 2. สาเหตุที่ทำให้นักศึกษาเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัส 1 พบว่านักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านบทนิยามและทฤษฎีบท ด้านสัญลักษณ์ ด้านการดำเนินการ

แก้โจทย์ปัญหาและด้านกฎสูตร อยู่ระหว่างร้อยละ 73.31-78.77 มีระดับความมั่นใจในการตอบคำถาม ชั้นที่ 1 ต่ำกว่ามั่นใจลงมาอยู่ระหว่างร้อยละ 88.05-91.49 โดยให้เหตุผลที่ผิดในการตอบอยู่ระหว่าง ร้อยละ 74.80-89.15 และมีระดับความมั่นใจในการตอบคำถามชั้นที่ 3 ต่ำกว่ามั่นใจลงมาอยู่ระหว่าง ร้อยละ 86.96-91.49 3. ตัวแบบกิจกรรมการปรับลดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัส 1 ที่ พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 5 ตอน ได้แก่ 1) สสำรวจภูมิหลังของนักเรียน 2) ออกแบบกิจกรรม 3) สร้างความรู้ 4) ประเมินเพื่อการเรียนรู้ และ 5) นำไปใช้ ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะมีกิจกรรมที่ครู และ ผู้เรียนปฏิบัติตัวแบบที่พัฒนาขึ้นผ่านการทดลองใช้และผู้เชี่ยวชาญได้มีความเห็นพ้องตรงกันทุกคนว่า องค์ประกอบกิจกรรมในตัวแบบมีความสอดคล้องกันส่งเสริมและมีส่วนเกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน และ 4. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาในรายวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาที่เข้าสู่กระบวนการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ตามตัวแบบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นกับนักศึกษาที่เข้าสู่กระบวนการ เปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ด้วยวิธีปกติพบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนพัฒนาการของนักศึกษากลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยส่วนใหญ่มีค่าขนาดอิทธิพลใหญ่ระหว่าง 1.22-4.3 แสดงว่า นักศึกษากลุ่ม ทดลองมีการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนลดลงมากกว่านักศึกษากลุ่มควบคุม

ปาฮามี อาแว (2560) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอน มโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการจัดการ เรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปัตตานี เขต 1 กลุ่ม ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านตาหมอน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปัตตานี เขต 1 จำนวน 20 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) และใช้เวลาในการจัดการ เรียนรู้ 16 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ สอนมโนทัศน์ 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ 3) แบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลัง เรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 2) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเฉลี่ย เพิ่มขึ้นร้อยละ 34.75 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยลดลงร้อยละ 14.00 และมโนทัศน์ที่ผิดเฉลี่ยลดลง ร้อยละ 20.75 3) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ 0.05 4) นักเรียนมีระดับผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 60 5) มโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

กฤษฎา แก้วสิงห์ (2560) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริม ความสามารถด้านคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) วิเคราะห์และ ตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลการวัดความสามารถด้านคำนวณของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 กับข้อมูลเชิงประจักษ์ 2) พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถ ด้านคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 และ 3) ศึกษาประสิทธิผลของการใช้รูปแบบการ จัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งการวิจัย

เป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เป็นการวิเคราะห์และตรวจสอบโมเดลการวัดความสามารถด้านคำนวณ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 660 คน ได้มาจากการสุ่มแบบสองขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถด้านคำนวณ จำนวน 30 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติพื้นฐาน การวิเคราะห์สหสัมพันธ์ และการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน การวิจัยระยะที่ 2 เป็นการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านคำนวณ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 36 คนแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 20 คน และกลุ่มควบคุม 16 คน ได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล คือ แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านคำนวณ และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านคำนวณ จำนวน 30 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติพื้นฐาน MANOVA และค่าดัชนีประสิทธิผลการวิจัยพบว่า โมเดลการวัดความสามารถด้านคำนวณของนักเรียนมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ($\chi^2 = 288.15$, $df = 263$, $p = 0.137$, $\chi^2 / df = 1.095$, $GFI = 0.97$, $AGFI = 0.95$, $RMSEA = 0.012$, $SRMR = 0.027$) 2) รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านคำนวณที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นเชื่อมโยงความรู้ (Connection) ขั้นสร้างความรู้ (Construction) ขั้นฝึกคิดคำนวณ (Calculation) และขั้นทำซ้ำย้ำทวน (Cycle application) 3) ผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น พบว่า 3.1) ผู้เรียนกลุ่มทดลองที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ยด้านความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าผู้เรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3.2) ผู้เรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนรู้โดยมีคะแนนเฉลี่ยด้านความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนและระยะติดตามผลหลังใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ 3 สัปดาห์ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3.3) ค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีค่าเท่ากับ 0.51

ไอริน ชุ่มเมืองเย็น พรรณี เหมาะสกล และวีรวัดณ์ ไทยขำ (2561) ได้ทำการศึกษา การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหามโนทัศน์พื้นฐานทางพีชคณิตที่นักศึกษา ส่วนใหญ่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนและเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลการทดสอบมโนทัศน์ทาง พีชคณิตของนักศึกษา ประชากรที่ทำการศึกษาคือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1-3 จำนวน 145 คน เข้าร่วมทดสอบจำนวน 139 คน โดยสร้างแบบทดสอบสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง พีชคณิต แบบถูกผิดและหากนักศึกษาเลือกตอบผิดให้แก้ไขข้อความที่ถูกต้อง จำนวนทั้งสิ้น 25 ข้อ เพื่อคัดเลือกใช้จำนวน 20 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (ไม่ถูกต้องมากกว่าร้อยละ 50) ได้แก่ บทนิยามและสัญลักษณ์ของการเป็นสมาชิกและเซตย่อย ทฤษฎีบทความชันของเส้นตรงที่ขนานกัน ทฤษฎีบทระยะตัดแกน y ของเส้นตรงความชันของเส้นตรงที่ขนาน แกน y บทนิยามวงกลม บทนิยามวงรี บทนิยามไฮเพอร์โบลา นิยามพาราโบลา การเขียนสัญลักษณ์ผลคูณคาร์ทีเซียน บทนิยามของไซน์ ทฤษฎีบทโคไซน์ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับฟังก์ชันอดิศัย ทฤษฎีบทผลคูณของเมตริกซ์ ทฤษฎีบทของดีเทอร์มิแนนต์ และคำตอบของสมการ

ณัฐฉินุช จุยก้าวังศ์ (2562) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนารูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และเจตคติต่อคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 3) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างกลุ่มที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์กับการสอนแบบปกติ และ 4) ศึกษาเจตคติต่อคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนเทศบาลเมืองจันทบุรี 1 อำเภอเมือง จังหวัดจันทบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การประถมศึกษาจังหวัดจันทบุรี เขต 1 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 30 คน ผลการวิจัย 1) ได้รูปแบบที่มีองค์ประกอบ ดังนี้ หลักการวัตถุประสงค์ สารการเรียนรู้ กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลที่มีค่าความเหมาะสมของรูปแบบที่ประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน อยู่ในระดับมากที่สุด 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และสูงกว่าการเรียนด้วยการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยรูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น อยู่ในระดับมาก

ภาณิชา ศรีรัตน์ (2562) ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาข้อมูลพื้นฐานการปฏิบัติและความต้องการพัฒนาการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 2) พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และ 3) ศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐาน การปฏิบัติและความต้องการพัฒนาการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นการวิจัยแบบผสมผสานวิธี โดยวิธีการศึกษาเชิงปริมาณ กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ ครูคณิตศาสตร์ที่สอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดสกลนครจำนวน 86 คน ซึ่งได้มาโดยวิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน และการศึกษาเชิงคุณภาพโดยใช้วิธีการสัมภาษณ์เชิงลึกกับครูคณิตศาสตร์ที่มีผลงานการปฏิบัติที่เป็นเลิศ จำนวน 3 คน โดยใช้การเลือกแบบเจาะจง ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 6 ท่านระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งได้มาโดยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม ได้แก่ โรงเรียนบ้านหนองแวงน้อย จำนวน 2 ห้อง จำแนกเป็นห้องทดลอง 22 คน ห้องควบคุม 20 คน และโรงเรียนกุศเรือคาพิทยาคาร จำนวน 2 ห้อง จำแนกเป็นห้องทดลอง 35 คน ห้องควบคุม 35 คน ผลการวิจัย 1) ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานการปฏิบัติและความต้องการพัฒนาการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ

เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า การปฏิบัติในการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยรวมอยู่ในระดับมาก เมื่อพิจารณารายข้อการปฏิบัติในการจัดการเรียนรู้ที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด คือ ใช้สื่อที่มีความเหมาะสมกับเนื้อหาที่สอน รองลงมา คือ สอนให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ และสื่อเพียงพอต่อการจัดการเรียนการสอน ตามลำดับ ส่วนความต้องการในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในภาพรวมอยู่ในระดับมาก โดยความต้องการในการพัฒนา มีค่าเฉลี่ยสูงสุดคือ การวัดและประเมินผลครอบคลุมเนื้อหาวิชา รองลงมา คือ จัดบรรยากาศภายในห้องเรียน เอื้อต่อการเรียนรู้การสอนให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อที่มีความเหมาะสมกับเนื้อหาที่สอน และการจัดกิจกรรมให้นักเรียนเข้าถึงแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ที่มีการเชื่อมต่อเครือข่ายตามลำดับ 2) ผลการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่ามี 6 องค์ประกอบ ดังนี้ 1) หลักการ แนวคิด ทฤษฎีพื้นฐาน 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ 3) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4) ระบบสังคม 5) หลักการตอบสนอง และ 6) ระบบสนับสนุน โดยใช้แนวคิดทฤษฎีพื้นฐานที่สนับสนุน ได้แก่ ทฤษฎีการสร้างความรู้ (Constructivism) แนวคิดการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) แนวคิดการสะท้อนคิด (Reflection) และแนวคิดปัญหาแบบเปิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในขั้นตอนการจัดการเรียนรู้มี 4 ชั้น ดังนี้ ชั้นที่ 1 เเชิญและวิเคราะห์ปัญหา ชั้นที่ 2 ประมวลผลความคิดค้นหาคำตอบ ชั้นที่ 3 เรียนรู้จากการปฏิบัติ ชั้นที่ 4 อภิปรายสรุปผล โดยผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลการประเมินความเหมาะสมโดยรวมในระดับมากที่สุด 3) ผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า 3.1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ 3.2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ พบว่า การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เป็นการศึกษารูปแบบความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบรูปแบบความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล แต่ยังไม่มีการวิจัยใดที่ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่าสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ และพบว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นตามหลักการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้สามารถพัฒนาตัวแปรตามคือ สมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านการคำนวณ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้สูงขึ้น ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนำมาใช้

ในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ให้มีมโนทัศน์ทางพีชคณิตให้ถูกต้อง และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

2.8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ได้มีนักการศึกษาและนักวิจัยหลายท่านได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

ริซาฮิน และโซยลู (Sahin & Soylu, 2011) ได้วิเคราะห์ข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรพบว่า ด้านมองข้ามตัวแปร ด้านการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร ด้านการมุ่งเน้นตัวแปร x กับ y ด้านการเชื่อมต่อระหว่างนิพจน์ด้วยภาษากับตัวแปร ด้านการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ ด้านการระบุจำนวนแทนตัวแปรในการคูณ ด้านสับสน x กับเครื่องหมายการคูณ และด้านการไม่ไขว่คว้า

อีโกรดาร์วัต Egodawatte (2011) ได้ทำการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในพีชคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น พบจำนวนของประเภทข้อผิดพลาดในแต่ละด้าน ซึ่งข้อผิดพลาดบางอย่างนั้นมาจากความคลาดเคลื่อนทางมโนคติ ในด้านตัวแปรนั้นความคลาดเคลื่อนทางมโนคติหลักนั้นอยู่ที่การขาดความเข้าใจในมโนคติพื้นฐานของตัวแปรในบริบทที่ต่างกัน โครงสร้างนามธรรมของนิพจน์พีชคณิตทำให้เกิดปัญหาที่หลากหลายของนักเรียนเช่นความเข้าใจ หรือการปรับให้เหมาะสมของเขานั้นขึ้นอยู่กับ กฎ วิธีการ หรือขั้นตอนการแก้ปัญหา ความเข้าใจที่ไม่เพียงพอในการใช้เครื่องหมายเท่ากับและคุณสมบัติของมันเมื่อถูกนำมาใช้ในสมการคือปัญหาสำคัญที่ขัดขวางการแก้สมการอย่างถูกต้อง ความยากหลัก ๆ ในโจทย์ปัญหาที่ต้องทำการแปลจากภาษาธรรมชาติสู่ภาษาทางพีชคณิต นักเรียนส่วนมากได้ใช้วิธีการคาดเดาหรือการลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหา

แฟล็กก์ (Flagg, 2014) ได้วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับภาษาคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยลักษณะความเคลื่อนเกี่ยวกับคำและวลีที่สำคัญ การใช้คำศัพท์ การใช้เครื่องหมาย และการใช้สัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง และพบว่าจะเป็นการอุปสรรคต่อความผิดพลาดพลาดในขั้นตอนวิธีการ การคำนวณ และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

ชนิพเพอร์ และแม็คคอย (Schnepper & McCoy, 2017) ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 5 ลักษณะดังนี้ 1) คำตอบที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Answer) โดยเป็นการตอบคำถามเพียงบางส่วน โดยไม่ครอบคลุมการแก้ปัญหาหรือข้อสรุปที่คำถามต้องการทั้งหมด 2) การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) โดยเป็นการให้ข้อสรุปจากข้อมูลที่รวบรวมอยู่ในทางที่ไม่เหมาะสมแต่มีขั้นตอนการดำเนินการที่ถูกต้อง 3) ข้อผิดพลาดทางเทคนิค (Technical Error) โดยเป็นการผิดพลาดในด้านการคำนวณผิดพลาดในการจัดการกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตพื้นฐาน สะเพร่า หรือผิดพลาดในการใช้กระบวนการและทักษะที่มักจะเข้าใจในหลักสูตรเบื้องต้น 4) ข้อผิดพลาดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้เรียนมาก่อนหน้า (Error Originating from Misconceptions of Previously Learned Material) โดยเป็นการผิดพลาดในขั้นตอนตามมาหรือผิดพลาดจากการใช้ทักษะที่มักจะต้นแบบก่อนหน้านั้นในเนื้อหาเดียวกัน 5) การบิดเบือนบทนิยาม (Distorted Definition) โดยเป็นการเปลี่ยนแปลงคำนิยามที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของข้อคำถาม

ซีไลน์สกี (Zielinski, 2017) ได้สังเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนพีชคณิตที่เกิดขึ้นบ่อย และมีความคงทนสามารถสรุปได้ดังนี้ การใช้สัญกรณ์ (use of notation) การใช้เครื่องหมายลบ (use of the negative sign) กฎสำหรับการบวก และลบเลขชี้กำลัง (rules of positive and negative exponents) การแจกแจงผิดพลาด (distribution errors) และ เศษส่วนทางพีชคณิตอยู่ในรูปสำเร็จ (simplifying algebraic fractions)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ พบว่า มีการศึกษาที่ระบุความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียนเกี่ยวกับด้านภาษา และสัญลักษณ์เกี่ยวกับพีชคณิต ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล แต่ยังไม่มียานวิจัยใดที่ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่าสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ และยังไม่พบบงานวิจัยใดที่พัฒนารูปแบบการสอนที่พัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพจึงมีนักการศึกษาต่างพยายามวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเสนอแนวทางการแก้ไขแต่ยังไม่พบบงานวิจัยใดที่พัฒนารูปแบบการสอนที่พัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จากเหตุผลดังกล่าวจึงมีความสนใจพัฒนารูปแบบการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยจะทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อนำไปพัฒนารูปแบบการสอนที่ปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้กำหนด พีชคณิตเป็นสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน แนวทางในการพัฒนาสาระพีชคณิตให้บรรลุเป้าหมายของหลักสูตรคือ การส่งเสริมให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้มีความถูกต้อง เนื่องจากมโนทัศน์มีส่วนความสำคัญต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ สังเคราะห์ องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเพื่อนำไปพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลแต่ยังไม่มียานวิจัยใดที่ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่าสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ และพบตัวแปรต้น คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ส่งผลต่อตัวแปรตาม คือ สมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านการคำนวณ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นช่วยทำให้นักเรียนมีสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านการคำนวณ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ผู้วิจัยจึงทำการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อ

ปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งได้ 4 องค์ประกอบคือ หลักการของรูปแบบ วัตถุประสงค์ของรูปแบบ กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ และการประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ โดยมีกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) และขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) ซึ่งเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตให้มีมโนทัศน์ทางพีชคณิตที่ถูกต้อง รวมทั้งพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น



บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นผู้วิจัยดำเนินการในลักษณะของการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) มีวัตถุประสงค์ได้แก่ 1) เพื่อศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์ องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 2) เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ 3) เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยแบ่งระยะการศึกษาออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

3.1 ระยะที่ 1 เพื่อศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน

3.1.1 ตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

3.1.2 ตอนที่ 2 การวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์

3.2 ระยะที่ 2 เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.3 ระยะที่ 3 เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.1 ระยะที่ 1 เพื่อศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

การดำเนินการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลในขั้นตอนนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยทำยืนยันผลการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตด้วยวิธีการสอบถามผู้เชี่ยวชาญ และการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตกับข้อมูลเชิงประจักษ์ด้วยวิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.1.1 ตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีรายละเอียดดังนี้

1) ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร แนวคิด งานวิจัยที่เกี่ยวข้องจำนวน 51 เรื่อง

2) วิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการวิเคราะห์เนื้อหาจากเอกสาร แนวคิด งานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ได้ทำการศึกษาทั้ง 51 เรื่องรวมทั้งหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อกำหนดเป็นองค์ประกอบสำหรับใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3) ดำเนินการสอบถามผู้เชี่ยวชาญเพื่อยืนยันผลการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.1.1.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในงานวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ยืนยันผลของการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น คือ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 ท่านได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ด้วยการพิจารณาคุณสมบัติ ด้านคุณวุฒิทางการศึกษา ไม่ต่ำกว่าระดับปริญญาโท และมีประสบการณ์เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ หรือมีประสบการณ์เกี่ยวการวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือมีความเชี่ยวชาญด้านการวิจัย

3.1.1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ยืนยันผลของการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต จำนวน 52 เรื่องเพื่อกำหนดเป็นองค์ประกอบสำหรับใช้ในการวัดตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2) สร้างแบบสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเพื่อยืนยันองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3) นำไปสอบถามที่สร้างขึ้นจำนวน 9 ข้อ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบ และพิจารณาความเหมาะสมของข้อคำถาม และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

4) นำไปสอบถามผู้เชี่ยวชาญเพื่อยืนยันผลการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

5) จากนั้นนำความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญ นำไปใช้ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่อไป

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมัธยมศึกษา ซึ่งมีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 5 หมายถึง เห็นด้วยมากที่สุด

ระดับ 4 หมายถึง เห็นด้วยมาก

ระดับ 3 หมายถึง เห็นด้วยปานกลาง

ระดับ 2 หมายถึง เห็นด้วยน้อย

ระดับ 1 หมายถึง เห็นด้วยน้อยที่สุด

สำหรับเกณฑ์การประเมินกำหนด ดังนี้

4.51–5.00 หมายถึง เห็นด้วยมากที่สุด

3.51–4.50 หมายถึง เห็นด้วยมาก

2.51–3.50 หมายถึง เห็นด้วยปานกลาง

1.51–2.50 หมายถึง เห็นด้วยน้อย

1.00–1.50 หมายถึง เห็นด้วยน้อยที่สุด

พิจารณาค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

3.1.1.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทำหนังสือขอแต่งตั้งผู้เชี่ยวชาญจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ และนำหนังสือแต่งตั้ง พร้อมด้วยแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 ท่าน เพื่อตอบแบบสอบถามยืนยันองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการ

3.1.1.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต กับผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

3.1.2 ตอนที่ 2 การวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์

การดำเนินการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลในขั้นตอนนี้เพื่อวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยทำการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตกับข้อมูลเชิงประจักษ์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1.2.1 ประชากร และกลุ่มตัวอย่าง

1) ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นประชากรที่ใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คือ

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 2,140 คน

2) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เนื่องจากกลุ่มประชากรมีขนาดใหญ่พอที่จะกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากร คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โดยผู้วิจัยกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างตามแนวคิดของของนงลักษณ์ วิรัชชัย (2542) ที่กล่าวว่า การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างควรมี 20 เท่าของจำนวนตัวแปรซึ่งในการศึกษานี้มีตัวแปรในโมเดลการวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 13 ตัวแปรขนาดตัวอย่างขั้นต่ำที่ต้องใช้ในการวิจัย คือ 260 คน นอกจากนี้เกณฑ์การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างของแฮร์ และคนอื่น ๆ (Hair et al. 2010) แนะนำว่าจำนวนกลุ่มตัวอย่าง ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติสเปคตรัมควรมี 400 คน ผู้วิจัยจึงกำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ จำนวน 400 คนได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multistage Sampling) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 สุ่มกลุ่มโรงเรียนจากการแบ่งกลุ่ม (cluster random sampling) โรงเรียนจำนวน 6 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มองค์การบริหารส่วนจังหวัดสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองแก่งคอย กลุ่มเทศบาลเมืองพระพุทธบาท กลุ่มเทศบาลตำบลหนองแค กลุ่มเทศบาลตำบลหินกอง มาจำนวน 4 กลุ่มได้ กลุ่มองค์การบริหารส่วนจังหวัดสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองพระพุทธบาท กลุ่มเทศบาลตำบลหนองแค

ขั้นที่ 2 สุ่มโรงเรียนจากโรงเรียนจำนวนทั้งหมด 4 กลุ่ม จำนวน 17 โรงเรียน โดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) มาจำนวน 10 โรงเรียน ได้แก่ 1. โรงเรียนหรรเทพ (รุ่งเรืองประชาสามัคคี) 2. โรงเรียนเทศบาล 1 วัดทองพุ่มพวง 3. โรงเรียนเทศบาล 2 วัดศรีบูรรัตนาราม 4. โรงเรียนเทศบาล 3 วัดบ้านอ้อย 5. โรงเรียนเทศบาล 4 วัดบำรุงธรรม 6. โรงเรียนเทศบาล 7 วัดแก่งขนุน 7. โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท 8. โรงเรียนเทศบาล 2 วัดเสนานฤมิตร 9. โรงเรียนเทศบาล 3 วัดสหมิตรมงคล 10 โรงเรียนเทศบาล 4 หนองแคอนุสรณ์

ขั้นที่ 3 เลือกระดับชั้นเพื่อที่จะใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต โดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) ด้วยการกำหนดคุณสมบัติเป็นนักเรียนที่ผ่านการศึกษาระบบการเรียนรู้ออนไลน์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จาก 10 โรงเรียนจำนวน 1,003 คน

ขั้นที่ 4 สุ่มนักเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการทำวิจัยโดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) เพื่อให้เป็นไปตามขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมในการวิเคราะห์โมเดลสมการโครงสร้างที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น คือ จำนวนตัวอย่างทั้งหมด 400 คน ซึ่งรายชื่อโรงเรียนและจำนวนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัย รายละเอียดในตารางที่ 3.1 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3.1 จำนวนกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามโรงเรียน

โรงเรียน	จำนวนนักเรียน
โรงเรียนเทพ (รุ่งเรืองประชาสามัคคี)	27
โรงเรียนเทศบาล 1 วัดทองพุ่มพวง	60
โรงเรียนเทศบาล 2 วัดศรีบุรีรัตนาราม	32
โรงเรียนเทศบาล 3 วัดบ้านอ้อย	29
โรงเรียนเทศบาล 4 วัดบำรุงธรรม	50
โรงเรียนเทศบาล 7 วัดแก่งขนุน	24
โรงเรียนเทศบาลพระพุทธรบาท	67
โรงเรียนเทศบาล 2 วัดเสนานถุมิตร	30
โรงเรียนเทศบาล 3 วัดสหมิตรมงคล	32
โรงเรียนเทศบาล 4 หนองแควอนุสรณ์	49
รวม	400

3.1.2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตกับข้อมูลเชิงประจักษ์เป็นแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ที่จะใช้จริงจำนวน 40 ข้อ สำหรับการตรวจวินิจฉัยเมื่อพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ 1 คะแนน และถ้าไม่พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ 0 คะแนนประกอบไปด้วย

องค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์ จำนวน 12 ข้อ ประกอบไปด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ จำนวน 3 ข้อ 2) ความหมายของตัวแปรที่ใช้ จำนวน 5 ข้อ และ 3) เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ จำนวน 4 ข้อ

องค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 15 ข้อ ประกอบไปด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ 2) ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ และ 3) หลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ

องค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลจำนวน 13 ข้อ ประกอบไปด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา จำนวน 5 ข้อ 2) การคิดคำนวณ จำนวน 5 ข้อ และ 3) การตรวจสอบและการสรุปผล จำนวน 5 ข้อ โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หลังจากได้องค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากแบบสอบถามซึ่งได้ 3 ด้าน ได้แก่ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลโดยเป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 72 ข้อ สำหรับการตรวจวินิจฉัยเมื่อพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ 1 คะแนน และถ้าไม่พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ 0 คะแนนประกอบไปด้วย

องค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์ จำนวน 24 ข้อ ประกอบไปด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ จำนวน 8 ข้อ 2) ความหมายของตัวแปรที่ใช้ จำนวน 8 ข้อ และ 3) เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ จำนวน 8 ข้อ

องค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 24 ข้อ ประกอบไปด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ 2) ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ และ 3) หลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ

องค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลจำนวน 24 ข้อ ประกอบไปด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา จำนวน 8 ข้อ 2) การคิดคำนวณ จำนวน 8 ข้อ และ 3) การตรวจสอบและการสรุปผล จำนวน 8 ข้อ

3) นำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่สร้างขึ้น จำนวน 72 ข้อ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณลักษณะของแบบทดสอบ เพื่อดูความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยหาค่า IOC โดยพิจารณาคะแนนแต่ละข้อ (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2560) ดังนี้

+1 เมื่อแน่ใจว่า ข้อคำถามสอดคล้องกับลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

0 เมื่อไม่แน่ใจว่า ข้อคำถามสอดคล้องกับลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

-1 เมื่อแน่ใจว่า ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

4) นำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่ผ่านการพิจารณาจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ และคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ค่า IOC เท่ากับ 0.86 ถึง 1.00 (ภาคผนวก ข หน้า 299-300)

5) นำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท จำนวน 40 คน ซึ่งเคยเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว

6) นำผลการทดลองมาวิเคราะห์ หาความยากง่าย (p) และหาค่าอำนาจจำแนก (r) แบบอิงกลุ่ม ซึ่งได้ค่าความยากง่าย 0.40 ถึง 0.59 และค่าอำนาจจำแนก 0.56 ถึง 0.84 (ภาคผนวก ข หน้า 303-304)

7) นำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่คัดเลือกแล้ว ในข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท จำนวน 40 คน ซึ่ง

เคยเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้วเพื่อหาความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการของ Kuder-Richardson(KR-20) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเท่ากับ 0.83 (ภาคผนวก ข หน้า 304)

8) นำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่หาค่าความเชื่อมั่นเรียบร้อยแล้ว มาจัดทำเป็นฉบับที่สมบูรณ์ เพื่อนำไปทดสอบวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และหลังเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.1.2.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1) ผู้วิจัยได้ดำเนินการทำหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัยจากบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ ไปมอบให้โรงเรียนทั้ง 10 โรงเรียน

2) ขอความอนุเคราะห์ผู้อำนวยการโรงเรียนเข้าเก็บข้อมูลโดยชี้แจงเทคนิคการเก็บข้อมูลให้ครูผู้รวบรวมข้อมูล

3) นำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นทำแบบทดสอบจำนวน 400 คน จาก 10 โรงเรียน

3.1.2.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกระทำข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1) การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา(Content Validity) ของแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยประเมินความสอดคล้องด้วยวิธีการหาดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Item Objective Congruence)

2) การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และ ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ และวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยการวัดความคงที่ภายในของแบบทดสอบใช้สูตรของ Kuder-Richardson (KR-20)

3) วิเคราะห์หาค่าสถิติพื้นฐาน เพื่อให้ทราบลักษณะของกลุ่มตัวอย่าง และลักษณะการแจกแจงของตัวแปรแต่ละตัวเป็นการวิเคราะห์โดยใช้สถิติพื้นฐานบรรยายให้ทราบค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) สัมประสิทธิ์การกระจาย (CV) ค่าความเบ้ (Skewness) และค่าความโด่ง (Kurtosis) ของตัวแปรแต่ละตัวที่ใช้ในการศึกษา โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

4) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ด้วยการวิเคราะห์หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson-Product Moment Correlation Coefficient) ระหว่างตัวแปรเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเมทริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่จะนำไปวิเคราะห์องค์ประกอบโดยพิจารณาจากการทดสอบค่าสถิติ Bartlett's Test of Sphericity ว่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์ที่ได้ไม่เป็นเมทริกซ์เอกลักษณะ ของตัวแปรต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันสามารถนำไปวิเคราะห์องค์ประกอบ และค่าดัชนี Kaiser-Meyer-Olkin Measures of Sampling Adequacy (KMO) ต้องมีค่ามากกว่า 0.5 และเข้าใกล้ 1 แสดงว่าข้อมูลจึงมีความเหมาะสมในการใช้เทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

5) การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่ง (Confirmatory Factor Analysis: First Order) เป็นการตรวจสอบความเที่ยงตรงหรือความสอดคล้องขององค์ประกอบย่อยที่วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตในแต่ละด้าน คือ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล ว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ และการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Confirmatory Factor Analysis: Second Order) เป็นการตรวจสอบความเที่ยงตรงหรือความสอดคล้องของโมเดลองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งเป็นโมเดลสมมติฐานทางทฤษฎีที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ สำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่ง และการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง พิจารณาความสอดคล้องกลมกลืนระหว่างโมเดลที่สร้างขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์จากค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Measure) เป็นค่าสถิติที่ใช้ตรวจสอบความเที่ยงตรงในภาพรวมทั้งหมดของโมเดลโดยพิจารณาจากค่าสถิติ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติสำเร็จรูปวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

5.1) ค่าสถิติไคสแควร์ (Chi-Square Statistics: χ^2) เป็นค่าสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่าฟังก์ชันความกลมกลืนมีค่าเป็นศูนย์ ถ้าค่าไคสแควร์มีค่าต่ำมาก ยิ่งเข้าใกล้ศูนย์แสดงว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์

5.2) ค่าดัชนีอัตราส่วนไคสแควร์สัมพัทธ์ (Relative Chi-Square Ratio: χ^2/df) เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าไคสแควร์กับองศาอิสระ (ไคสแควร์หารด้วยองศาอิสระ) สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ไว้ว่าควรมีค่าน้อยกว่า 2

5.3) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Index: GFI) ดัชนี GFI จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 และเป็นค่าที่ไม่ขึ้นกับขนาดกลุ่มตัวอย่างแต่ลักษณะการแจกแจงขึ้นอยู่กับขนาดกลุ่มตัวอย่าง ถ้ามีค่าดัชนีมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.95 แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์กลมกลืนดี

5.4) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (Adjust Goodness of Fit Index: AGFI) เมื่อนำดัชนี GFI มาปรับแก้โดยคำนึงถึงขนาดขององศาอิสระซึ่งรวมทั้งจำนวนตัวแปรและขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ค่าดัชนี AGFI มีคุณสมบัติเช่นเดียวกับดัชนี GFI ถ้ามีค่าดัชนีมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.95 แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนดีกับข้อมูลเชิงประจักษ์

5.5) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (Comparative Fit Index: CFI) ค่าดัชนี CFI เป็นดัชนีวัดความสอดคล้องกลมกลืนเชิงสัมพัทธ์ ถ้ามีค่าดัชนีมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.95 แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนดีกับข้อมูลเชิงประจักษ์

5.6) ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (Root Mean Square Error of Approximation: RMSEA) ค่าดัชนี RMSEA เป็นค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการประมาณค่า ถ้ามีค่าดัชนีมีค่าน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนดีกับข้อมูลเชิงประจักษ์

5.7) ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน (Standardized Root Mean Square Residual: SRMR) ค่าดัชนี SRMR เป็นดัชนีที่ใช้เปรียบเทียบ

ระดับความกลมกลืนของข้อมูลเชิงประจักษ์ของโมเดล ถ้าค่าดัชนีมีค่าน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนดีกับข้อมูลเชิงประจักษ์

5.8) ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (Root Mean Squared Residual: RMR) ดัชนี RMR เป็นดัชนีวัดความสอดคล้องในรูปความคลาดเคลื่อน ถ้ามีค่าดัชนีมีค่าน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนดีกับข้อมูลเชิงประจักษ์

กล่าวโดยสรุปค่าดัชนีที่ใช้ในการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์ มีเกณฑ์ในการพิจารณาดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3.2 สรุปค่าดัชนีที่ใช้ในการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์

ค่าสถิติ	เกณฑ์การพิจารณา	การแปลผล
χ^2	ไม่มีนัยสำคัญ ($p > 0.05$)	สอดคล้องกลมกลืน
χ^2/df	< 2	สอดคล้องกลมกลืนดี
GFI	≥ 0.95	สอดคล้องกลมกลืนดี
AGFI	≥ 0.95	สอดคล้องกลมกลืนดี
CFI	≥ 0.95	สอดคล้องกลมกลืนดี
RMSEA	< 0.05	สอดคล้องกลมกลืนดี
SRMR	< 0.05	สอดคล้องกลมกลืนดี
RMR	< 0.05	สอดคล้องกลมกลืนดี

3.1.2.4 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

3.1.2.4.1 สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐาน ผู้วิจัยใช้สถิติพื้นฐานได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย ค่าความเบ้ และค่าความโด่งในขั้นตอนยืนยันองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยผู้เชี่ยวชาญ การหาคุณภาพ และการหาความเชื่อมั่น แบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตดังนี้

- 1) หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (วิลโล ทองแพ้ว, 2547)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม
 n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (วิไล ทองแผ่, 2547)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 X แทน ข้อมูลหรือคะแนนแต่ละตัว
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล
 n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

3) ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ลัดดาวัลย์ เพชรโรจน์ สุภมาส อังศุโชติ และอัจฉรา ชำนิประศาสน์, 2562)

$$C.V. = \frac{S.D.}{\bar{X}} \times 100$$

เมื่อ C.V. แทน ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย
S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

4) ค่าความเบ้ โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ลัดดาวัลย์ เพชรโรจน์ สุภมาส อังศุโชติ และอัจฉรา ชำนิประศาสน์, 2562)

$$SK = \frac{\bar{X} - Mo}{S.D.} \times 100$$

เมื่อ SK แทน ค่าความเบ้
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล
 Mo แทน ฐานนิยม
S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5) ค่าความโค้ง โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ลัดดาวัลย์ เพชรโรจน์ สุภมาส อังศุโชติ และอัจฉรา ชำนิประศาสน์, 2562)

$$KU = \frac{QD}{P_{90} - P_{10}}$$

เมื่อ KU แทน ค่าความโค้ง
 QD แทน ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์
 P_{90} แทน คะแนนที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 90
 P_{10} แทน คะแนนที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10

6) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ใช้สูตรสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson's product moment correlation coefficients) โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ลัดดาวัลย์ เพชรโรจน์ สุภมาส อังศุโชติ และอัจฉรา ชำนิประศาสน์, 2562)

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r_{XY} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน
 N แทน จำนวนคนในกลุ่ม
 X แทน คะแนนรายข้อของแต่ละคน
 Y แทน คะแนนรวมทุกข้อของแต่ละคน

3.1.2.4.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ

1) การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบการวินิจฉัยโยนที่ค้นที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยประเมินความสอดคล้องด้วยวิธีการหาดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Item-Objective Congruence) เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา โดยนำความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมาให้น้ำหนักเป็นคะแนน โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ ดังนี้ (วิไล ทองแผ่, 2547)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน แทนจำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2) วิเคราะห์ค่าความยากง่าย และ ค่าอำนาจจำแนกรายข้อโดยคำนวณจากสูตร (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2560)

$$r = \frac{p_H - p_L}{n}$$

$$p = \frac{p_H + p_L}{2n}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย
 r แทน ค่าอำนาจจำแนก
 p_H แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
 p_L แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
 N แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

3) วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นทั้งฉบับ โดยการวัดความคงที่ภายในของแบบทดสอบใช้สูตรของ Kuder–Richardson (KR-20) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2560)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n แทน จำนวนข้อสอบ
 S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ
 P แทน สัดส่วนของคนทำถูกในแต่ละข้อ
 q แทน สัดส่วนของคนทำผิดในแต่ละข้อ ($q = 1-p$)

3.1.2.4.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน เป็นสถิติที่ใช้ในการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดล โดยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่ง (Confirmatory Factor Analysis: First Order) เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงหรือความสอดคล้องขององค์ประกอบย่อยที่วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตในแต่ละด้าน คือ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ และด้านขั้นตอนการดำเนินการและการสรุปผล ว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ และการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Confirmatory Factor Analysis: Second Order) เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงหรือความสอดคล้องของโมเดลองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับ

นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งเป็นโมเดลสมมติฐานทางทฤษฎีที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่

1) ค่าสถิติไคสแควร์ (Chi-Square) ที่ใช้ทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ว่าฟังก์ชันความถ่วงมีค่าเป็น 0 โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

$$\chi^2 = (n - 1) F [s, \Sigma(\Theta)]; df = [k(k + 1)/2] - t$$

เมื่อ χ^2	แทน ค่าสถิติไคสแควร์
n	แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
F[s, $\Sigma(\Theta)$]	แทน ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันความถ่วงของโมเดลจากพารามิเตอร์ Θ
df	แทน องศาอิสระ
k	แทน จำนวนตัวแปรสังเกตได้
t	แทน จำนวนพารามิเตอร์อิสระ

2) ค่าดัชนีอัตราส่วนไคสแควร์สัมพัทธ์ (Relative Chi-Square Ratio) คำนวณได้จากอัตราส่วนของค่าไคสแควร์กับองศาอิสระ โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

$$\text{ค่าดัชนีอัตราส่วนไคสแควร์สัมพัทธ์} = \frac{\chi^2}{df}$$

เมื่อ χ^2	แทน ค่าสถิติไคสแควร์
df	แทน องศาอิสระ

3) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Index) เป็นดัชนีเปรียบเทียบระดับความกลมกลืนกับข้อมูลของโมเดลที่ยังไม่ได้ปรับแก้ โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

$$GFI = 1 - \{ F [s, \Sigma(\Theta)] / F [s, \Sigma(0)] \}$$

เมื่อ GFI	แทน ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน
F [s, $\Sigma(\Theta)$]	แทน ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันความถ่วงของโมเดลจากพารามิเตอร์ Θ
F [s, $\Sigma(0)$]	แทน ค่า F ของโมเดลที่ไม่มีพารามิเตอร์ในโมเดล

4) ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (Adjusted Goodness of Fit Index) เมื่อนำดัชนี GFI มาปรับแก้แล้ว โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

$$AGFI = 1 - \left\{ \left(\frac{1}{2df} \right) (k)(k+1) \right\} (1 - GFI)$$

เมื่อ AGFI แทน ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว
 GFI แทน ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน
 df แทน องศาอิสระ
 k แทน จำนวนตัวแปรที่สังเกตได้

5) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (Comparative Fit Index: CFI) โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

$$CFI = 1 - \left(\frac{\chi}{\chi_1} \right)$$

เมื่อ CFI แทน ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ
 χ แทน Max. (nF - d, 0)
 χ_1 แทน Max. (nFi - di, nF - d, 0)

6) ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (Root Mean Squared Error of Approximation: RMSEA) โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542)

$$RMSEA = \sqrt{\frac{F_0}{df}}$$

เมื่อ RMSEA แทน ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน

$$\sqrt{\frac{F_0}{d}} \text{ แทน Max. } \left[F - \left(\frac{df}{n}, 0 \right) \right]$$

F แทน ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันความเหมาะสมของโมเดลพารามิเตอร์
 n แทน ขนาดของตัวอย่าง
 df แทน องศาอิสระ

7) ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (Root Mean Squared Residual) โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (สุวิมล ติรกาพันธ์, 2555)

$$RMR = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^{p+q} \sum_{j=1}^i (s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij})^2}{(p+q)(p+q+1)}}$$

เมื่อ	RMR	แทน	ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ
	S_{ij}	แทน	ผลต่างของสมาชิกในครึ่งของเส้นทแยงมุม
	$\hat{\sigma}_{ij}$	แทน	ผลต่างค่าผลต่างในแนวเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์
	p	แทน	จำนวน observed variabes
	q	แทน	จำนวน predictor variabes

3.2 ระยะเวลาที่ 2 เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในระยะที่ 1 แล้ว ผลของการศึกษาทำให้ทราบถึงองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หลังจากนั้นผู้วิจัยจึงนำข้อค้นพบดังกล่าวมาเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีรายละเอียด ดังนี้

3.2.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในงานวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในประเมินความเหมาะสม และความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่านได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ด้วยการพิจารณาคุณสมบัติ ด้านคุณวุฒิทางการศึกษา ไม่ต่ำกว่าระดับปริญญาโท และมีประสบการณ์เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ หรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือมีความเชี่ยวชาญด้านการวิจัย

3.2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัยเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เครื่องมือประกอบการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้แก่ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

3.2.2.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีรายละเอียดดังนี้

1) สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2) นำข้อมูลผลการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตในชั้นตอนที่ 1 ร่วมกับหลักการ ทฤษฎีการเรียนรู้ หลักการสอนคณิตศาสตร์ แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แนวคิดการพัฒนาารูปแบบการเรียนการสอน รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง มาสังเคราะห์ร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3) นำรูปแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

4) นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 ท่านตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบด้วยแบบประเมินความเหมาะสม ซึ่งมีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 5 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มากที่สุด

ระดับ 4 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มาก

ระดับ 3 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ปานกลาง

ระดับ 2 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อย

ระดับ 1 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อยที่สุด

สำหรับเกณฑ์การประเมินกำหนด ดังนี้

4.51–5.00 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มากที่สุด

3.51–4.50 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มาก

2.51–3.50 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ปานกลาง

1.51–2.50 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อย

1.00–1.50 หมายถึง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อยที่สุด

5) นำข้อมูลที่รวบรวมจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) โดยพิจารณาค่าความเหมาะสมที่มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

3.2.2.2 คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีรายละเอียดดังนี้

1) ศึกษาข้อมูลจากเอกสาร ตำรา และเอกสารที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้

2) สร้างคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3) นำคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

4) นำคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่แก้ไขตามข้อเสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 คนเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้เชิงโครงสร้างของคู่มือการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ

5) นำข้อมูลที่รวบรวมจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสม/สอดคล้องตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยพิจารณาค่าความเหมาะสมที่มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

3.2.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ผู้วิจัยได้ดำเนินการทำหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัยจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ ไปมอบให้ผู้เชี่ยวชาญ

2) นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้

3.2.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

3.3 ระยะที่ 3 เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.3.1 ประชากร และกลุ่มตัวอย่าง

1) ประชากรที่ใช้ในการศึกษา คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์กรปกครองส่วนท้องถิ่น จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 2,140 คน

2) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multistage Sampling) จำนวน 1 ห้อง มีนักเรียนจำนวน 40 คนซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 สุ่มกลุ่มโรงเรียนจากการแบ่งกลุ่ม (cluster random sampling) โรงเรียน 6 กลุ่ม คือ กลุ่มองค์การบริหารส่วนจังหวัดสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองแก่งคอย กลุ่มเทศบาลเมืองพระพุทธบาท กลุ่มเทศบาลตำบลหนองแค กลุ่มเทศบาลตำบลหินกอง มา 4 กลุ่มได้ กลุ่มองค์การบริหารส่วนจังหวัดสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองสระบุรี กลุ่มเทศบาลเมืองพระพุทธบาท กลุ่มเทศบาลตำบลหนองแค

ขั้นที่ 2 สุ่มโรงเรียน จากโรงเรียนทั้งหมด 4 กลุ่ม 17 โรงเรียนโดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) มา 10 โรงเรียน ดังนี้ 1. โรงเรียนนรเทพ (รุ่งเรืองประชาสามัคคี) 2. โรงเรียนเทศบาล 1 วัดทองพุ่มพวง 3. โรงเรียนเทศบาล 2 วัดศรีบุรีรัตนาราม 4. โรงเรียนเทศบาล 3 วัดบ้านอ้อย 5. โรงเรียนเทศบาล 4 วัดบำรุงธรรม 6. โรงเรียนเทศบาล 7 วัดแก่งขนุน 7. โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท 8. โรงเรียนเทศบาล 2 วัดเสนานฤมิตร 9. โรงเรียนเทศบาล 3 วัดสหมิตรมงคล 10. โรงเรียนเทศบาล 4 หนองแคอนุสรณ์

ขั้นที่ 3 เลือกระดับชั้นที่ใช้ในการทดลอง โดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 17 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 547 คน

ขั้นที่ 4 สุ่มนักเรียนที่ใช้เป็นตัวอย่างในการวิจัยโดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มได้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ห้องที่ 2 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาทจำนวน 40 คน

3.3.2 แบบแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Research) โดยกำหนดแบบแผนการทดลองเป็นกลุ่มสอบก่อน-สอบหลัง (One-group pretest-posttest design) (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2558)

ตารางที่ 3.3 แสดงแบบแผนการวิจัย

กลุ่มเรียน	ทดสอบก่อนเรียน	Treatment	ทดสอบหลังเรียน
E	T ₁	X	T ₂

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

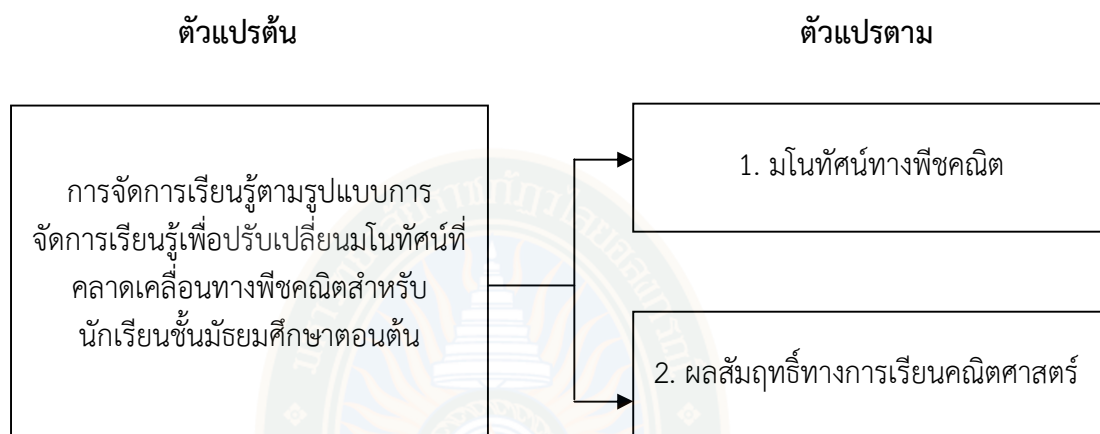
T₁ หมายถึง การทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

X หมายถึง การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

T₂ หมายถึง การทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

3.3.3 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

- 1) ตัวแปรตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
- 2) ตัวแปรตาม ได้แก่ มโนทัศน์ทางพีชคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์



ภาพที่ 3.1 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

3.3.4 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยผลของการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบด้วย

3.3.4.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (เป็นรูปแบบเดียวกันในระยะที่ 2)

3.3.4.2 แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (เป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกันในระยะที่ 1)

3.3.4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ที่จะใช้จริงจำนวนจำนวน 40 ข้อ สำหรับการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้ 1 คะแนนเมื่อตอบถูกต้อง และให้ 0 เมื่อตอบไม่ถูกต้อง มีรายละเอียดดังนี้

- 1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง
- 2) สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์และพฤติกรรม โดยจำแนกพฤติกรรมออกเป็น 6 ด้าน คือ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า
- 3) สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ แต่ละข้อจะมีตัวเลือกที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้

4) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณลักษณะของแบบทดสอบ เพื่อดูความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยหาค่า IOC โดยพิจารณาคะแนนแต่ละข้อ (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2560) ดังนี้

- +1 เมื่อแน่ใจว่า ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่า ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 เมื่อแน่ใจว่า ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ผ่านการพิจารณาจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ และคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปซึ่งได้ค่า IOC เท่ากับ 0.86 ถึง 1.00 (ภาคผนวก ข หน้า 301-302)

6) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท จำนวน 40 คน ซึ่งเคยเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว

7) นำผลการทดลองมาวิเคราะห์ หาคความยากง่าย (p) และหาค่าอำนาจจำแนก (r) แบบอิงกลุ่ม ซึ่งได้ค่าความยากง่าย 0.43 ถึง 0.73 และค่าอำนาจจำแนก 0.25 ถึง 0.50 (ภาคผนวก ข หน้า 305-306)

8) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่คัดเลือกแล้วในข้อ 7 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท จำนวน 40 คน ซึ่งเคยเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้วเพื่อหาค่าของความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการของ Kuder-Richardson (KR-20) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 0.77 (ภาคผนวก ข หน้า 306)

3.3.5 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ผู้วิจัยได้ขอหนังสือของความร่วมมือจากบัณฑิตเพื่อขอความอนุเคราะห์ทดลองรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

2) ทดลองการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

3) การทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

3.3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

1) การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยประเมินความสอดคล้องด้วยวิธีการหาดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Item-Objective Congruence)

2) การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และ ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ และวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการ

เชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยการวัดความคงที่ภายในของแบบทดสอบใช้สูตรของ Kuder–Richardson (KR-20)

3) การเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางพีชคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนด้วยการทดสอบค่าที่ (t-test dependent)

4) การเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางพีชคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ด้วยการทดสอบค่าที่ (t-test for one sample) โดยเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มยึดเกณฑ์ระดับดีขึ้นไปของสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน) (2554)

3.3.7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

3.3.7.1 สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐาน ผู้วิจัยใช้สถิติพื้นฐานได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในขั้นตอนการหาคุณภาพ และการหาความเชื่อมั่น แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

1) หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (วิไล ทองแผ่, 2547)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม

n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (วิไล ทองแผ่, 2547)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X แทน ข้อมูลหรือคะแนนแต่ละตัว

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

3) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ใช้สูตรสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson's product moment correlation coefficients) โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ลัดดาวัลย์ เพชรโรจน์ สุภมาศ อังศุโชติ และอัจฉรา ชานิประศาสน์, 2562)

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r_{XY} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน
 N แทน จำนวนคนในกลุ่ม
 X แทน คะแนนรายข้อของแต่ละคน
 Y แทน คะแนนรวมทุกข้อของแต่ละคน

3.3.7.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ

1) การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยประเมินความสอดคล้อง ด้วยวิธีการหาดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Item-Objective Congruence) เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา โดยนำความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมาให้ค่าน้ำหนักเป็นคะแนน โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ ดังนี้ (วิไล ทองแผ่, 2547)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน แทนจำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2) วิเคราะห์ค่าความยากง่าย และ ค่าอำนาจจำแนกรายข้อโดยคำนวณจากสูตร (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2560)

$$p = \frac{p_H + p_L}{2n}$$

$$r = \frac{p_H - p_L}{n}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย
 r แทน ค่าอำนาจจำแนก

P_H	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
P_L	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
N	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

3) วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทั้งฉบับ โดยการวัดความคงที่ภายในของแบบทดสอบใช้สูตรของ Kuder–Richardson (KR-20) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2560)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt}	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
n	แทน	จำนวนข้อสอบ
S^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ
P	แทน	สัดส่วนของคนทำถูกในแต่ละข้อ
q	แทน	สัดส่วนของคนทำผิดในแต่ละข้อ ($q = 1-p$)

3.3.7.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1) โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ในกรณีเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางพีชคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2558)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{โดย } df = n - 1$$

เมื่อ D	แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่
N	แทน	จำนวนคนหรือจำนวนคู่
df	แทน	ค่าของขั้นแห่งความเป็นอิสระ

2) โดยใช้สถิติ t-test for one sample ในกรณีเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางพีชคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม โดยมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2558)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ โดย } df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t-distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าคงที่ค่าหนึ่ง หรือเกณฑ์ที่ตั้งขึ้น

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

df แทน ค่าของขั้นแห่งความเป็นอิสระ

GRAD VRU

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอเป็น 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ ระยะที่ 3 การศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดังรายละเอียดต่อไปนี้

4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 1

4.1.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1.1.1 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่าสถิติ

1)	\bar{X}	หมายถึง	ค่าเฉลี่ย
2)	S.D.	หมายถึง	ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
3)	CV	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย
4)	SK	หมายถึง	ค่าความเบ้
5)	KU	หมายถึง	ค่าความโด่ง
6)	B	หมายถึง	น้ำหนักองค์ประกอบ
7)	SE	หมายถึง	ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน
8)	R^2	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์การทำนาย
9)	df	หมายถึง	ค่าองศาอิสระ
10)	t	หมายถึง	ค่าสถิติที (t-value)
11)	p	หมายถึง	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
12)	n	หมายถึง	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
13)	χ^2	หมายถึง	ค่าสถิติไคสแควร์
14)	GFI	หมายถึง	ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน
15)	AGFI	หมายถึง	ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว
16)	CFI	หมายถึง	ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ
17)	RMSEA	หมายถึง	ดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน
18)	SRMR	หมายถึง	ดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน
19)	RMR	หมายถึง	ดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ
20)	*	หมายถึง	มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

4.1.1.2 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนตัวแปรสังเกตได้

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์

- 1) L1 หมายถึง ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้
- 2) L2 หมายถึง ความหมายของตัวแปรที่ใช้
- 3) L3 หมายถึง เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์

- 4) D1 หมายถึง ความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์
- 5) D2 หมายถึง ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์
- 6) D3 หมายถึง หลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล

- 7) O1 หมายถึง ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา
- 8) O2 หมายถึง การคิดคำนวณ
- 9) O3 หมายถึง การตรวจสอบและการสรุปผล

4.1.2 ผลการศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4.1.2.1 ผลการวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากเอกสาร แนวคิด งานวิจัยที่เกี่ยวข้องจำนวน 51 เรื่องได้ดังนี้

1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ ประกอบไปด้วยมโนทัศน์ที่ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ความหมายของตัวแปรที่ใช้ และเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์

2) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยมโนทัศน์ที่ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์

3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล ประกอบไปด้วยมโนทัศน์ที่ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา การคิดคำนวณ และการตรวจสอบและการสรุปผล

4.1.2.2 ผลการประเมินเพื่อยืนยันองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตจากแบบสอบถามผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 คน ปรากฏผลดังตารางที่ 4.1-4.4

ตารางที่ 4.1 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

องค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต	\bar{X}	S.D.	ความคิดเห็น
1. ด้านภาษา และสัญลักษณ์	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก
2. ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	4.33	0.47	เห็นด้วยมาก
3. ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุป	4.14	0.38	เห็นด้วยมาก
รวม	4.25	0.41	เห็นด้วยมาก

จากตารางที่ 4.1 พบว่า คะแนนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ในภาพรวมผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก ($\bar{X}=4.25$, S.D.=0.41) เมื่อพิจารณารายข้อ พบว่า ทุกข้อผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก โดยด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด ($\bar{X}=4.33$, S.D.=0.47) รองลงมาด้านภาษา และสัญลักษณ์ ($\bar{X}=4.29$, S.D.=0.49) และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปมีคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด ($\bar{X}=4.14$, S.D.=0.38)

ตารางที่ 4.2 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต องค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์

องค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์	\bar{X}	S.D.	ความคิดเห็น
1. ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก
2. ความหมายของตัวแปรที่ใช้	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก
3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก
รวม	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก

จากตารางที่ 4.2 พบว่า คะแนนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต องค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์ในภาพรวมผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก ($\bar{X}=4.29$, S.D.=0.49) เมื่อพิจารณารายข้อ พบว่า ทุกข้อผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก โดยด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ และด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากันทุกด้าน ($\bar{X}=4.29$, S.D.=0.49)

ตารางที่ 4.3 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต องค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ	\bar{X}	S.D.	ความคิดเห็น
1. ความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก
2. ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	4.29	0.49	เห็นด้วยมาก
3. หลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	4.43	0.53	เห็นด้วยมาก
รวม	4.33	0.47	เห็นด้วยมาก

จากตารางที่ 4.3 พบว่า คะแนนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานองค์ประกอบ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต องค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทาง คณิตศาสตร์ในภาพรวมผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก ($\bar{X}=4.33$, S.D.=0.47) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่า ทุกข้อผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก โดยด้านหลักการ ในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด ($\bar{X}=4.43$, S.D.=0.53) รองลงมาด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทาง คณิตศาสตร์ และขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์มีคะแนน เฉลี่ยเท่ากัน ($\bar{X}=4.29$, S.D.=0.49)

ตารางที่ 4.4 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต องค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอน การดำเนินการ และการสรุป

องค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุป	\bar{X}	S.D.	ความคิดเห็น
ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา	4.14	0.38	เห็นด้วยมาก
การคิดคำนวณ	4.14	0.38	เห็นด้วยมาก
การตรวจสอบและการสรุปผล	4.14	0.38	เห็นด้วยมาก
รวม	4.14	0.38	เห็นด้วยมาก

จากตารางที่ 4.4 พบว่า คะแนนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานองค์ประกอบ ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต องค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุป

ในภาพรวมผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก ($\bar{X}=4.14$, S.D.=0.38) เมื่อพิจารณา รายชื่อ พบว่า ทุกข้อผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก โดยด้านขั้นตอนการดำเนินการ แก้ปัญหา ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบและการสรุปผลมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากันทุกด้าน ($\bar{X}=4.14$, S.D.=0.38)

4.1.3 ผลการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนขององค์ประกอบของมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์

4.1.3.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรแฝง การวิเคราะห์ในขั้น นี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรแฝงที่ใช้วัดองค์ประกอบของลักษณะมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้แก่ ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) ค่าส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐาน S.D. ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย (CV) ค่าความเบ้ (Sk) และค่าความโด่ง (Ku) ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ค่าสถิติพื้นฐานทดสอบตัวแปรแฝงที่ใช้วัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (n = 400)

องค์ประกอบมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต	จำนวน ข้อ	คะแนน เต็ม	\bar{X}	S.D.	CV	Sk	Ku
ด้านภาษา และสัญลักษณ์	12	12	9.54	2.43	0.25	-0.78	-0.44
ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทาง คณิตศาสตร์	15	15	11.57	2.83	0.24	-0.58	-0.40
ขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุป	13	13	10.11	2.62	0.26	-0.68	-0.41
รวม	40	40	31.22	5.89	0.19	-0.61	-0.04

จากตารางที่ 4.5 พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ภาพรวมมีคะแนน เฉลี่ยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเท่ากับ 31.22 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.89 ค่า สัมประสิทธิ์การกระจายเท่ากับ 0.19 เมื่อพิจารณาการแจกแจงของข้อมูลด้วยความเบ้ และความโด่ง พบว่า โดยภาพรวมความเบ้มีค่าเท่ากับ -0.61 โดยโค้งมีลักษณะแจกแจงแบบเบ้ซ้าย แสดงว่าข้อมูล ส่วนใหญ่สูงกว่าค่าเฉลี่ย และภาพรวมความโด่ง มีค่าเท่ากับ -0.04 ซึ่งมีค่าใกล้เคียง 0 แสดงว่ามี ลักษณะการแจกแจงใกล้เคียงโค้งปกติ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข

4.1.3.2 การตรวจสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรสังเกตได้ การวิเคราะห์ในขั้นนี้เพื่อ ตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสังเกตได้ของตัวแปรแฝงองค์ประกอบ ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่ศึกษาเพื่อยืนยันว่าตัวแปรที่ศึกษามีความสัมพันธ์ร่วมกัน หรือไม่ ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 เมทริกซ์ค่าสหสัมพันธ์ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสังเกตได้ของ
องค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (n = 400)

	L1	L2	L3	U1	U2	U3	P1	P2	P3
L1	1.00								
L2	.68**	1.00							
L3	.82**	.64**	1.00						
U1	.27**	.30**	.32**	1.00					
U2	.28**	.32**	.28**	.70**	1.00				
U3	.33**	.38**	.35**	.70**	.81**	1.00			
P1	.26**	.27**	.26**	.27**	.26**	.25**	1.00		
P2	.26**	.30**	.23**	.27**	.23**	.23**	.82**	1.00	
P3	.20**	.24**	.23**	.26**	.25**	.26**	.69**	.65**	1.00
\bar{X}	2.39	3.89	3.27	3.88	3.86	3.83	3.89	3.89	2.32
S.D.	0.75	1.03	0.92	1.02	1.03	1.06	1.07	1.05	0.76

หมายเหตุ: Bartlett's Test of Sphericity Approx. Chi-Square = 2279.162, df = 36,
sig = 0.00, Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy = 0.785

จากตารางที่ 4.6 พบว่า ตัวแปรสังเกตได้องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้แก่ ด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ (L1) ด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ (L2) ด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ (L3) ด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (D1) ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (D2) ด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (D3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา (O1) ด้านการคิดคำนวณ (O2) และด้านการตรวจสอบ และการสรุปผล (O3) มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.82 เมื่อพิจารณาค่า สถิติทดสอบ Bartlett's test of sphericity มีค่า Chi-Square=2279.162, df=36, sig =0.00 ซึ่งแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ค่าดัชนี Kaiser-Meyer-Olkin measure of sampling adequacy (KMO) ซึ่งมีค่าเข้าใกล้ 1 (KMO= 0.785) แสดงว่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยไม่เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมากพอที่จะนำมาวิเคราะห์องค์ประกอบได้

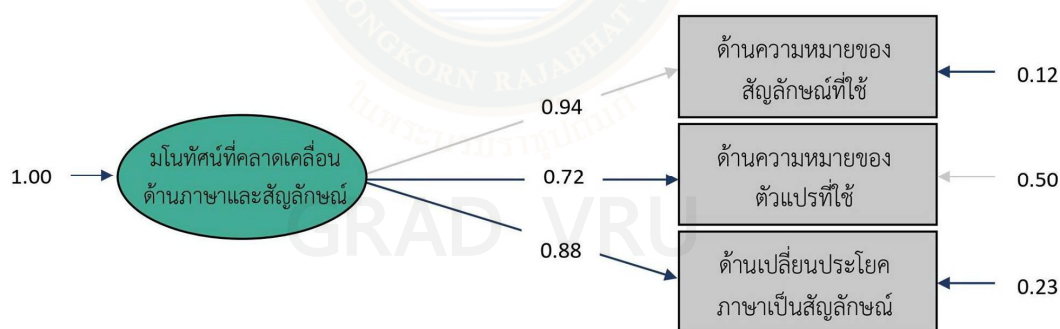
4.1.3.3 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่ง (Confirmatory Factor Analysis: First Order) ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่ง ซึ่งเป็นการวิเคราะห์เพื่อแสดงว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตในแต่ละด้าน คือ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุป มีความเที่ยงตรงมากน้อยเพียงใด

ตารางที่ 4.7 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ด้านภาษาและสัญลักษณ์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ตัวแปร	น้ำหนักองค์ประกอบ (B)	SE	t	R ²	ส.ป.ส. คะแนนองค์ประกอบ
ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้	0.94	-	-	0.88	0.61
ความหมายของตัวแปรที่ใช้	0.72	0.04	17.03	0.51	0.12
เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์	0.88	0.04	21.64	0.77	0.31
ค่าสถิติ	เกณฑ์		ค่าที่ได้	ความหมาย	
χ^2	ค่า p-value มากกว่า .05		0.60 (0.438)	ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าสอดคล้องกลมกลืน	
df	ไม่เท่ากับ 0		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
χ^2/df	ค่าน้อยกว่า 2		0.60	สอดคล้องกลมกลืนดี	
GFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (GFI \geq 0.95)		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
AGFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (AGFI \geq 0.95)		0.99	สอดคล้องกลมกลืนดี	
CFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (CFI \geq 0.95)		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
RMSEA	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMSEA $<$ 0.05)		0.000	สอดคล้องกลมกลืนดี	
SRMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (SRMR $<$ 0.05)		0.01	สอดคล้องกลมกลืนดี	
RMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMR $<$ 0.05)		0.01	สอดคล้องกลมกลืนดี	

จากตารางที่ 4.7 พบว่า ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ พบว่า โมเดลการวัดองค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ของโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์มีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยค่าสถิติไคสแควร์ (χ^2) เท่ากับ 0.60 และไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ (P value 0.438) ค่า χ^2/df เท่ากับ 0.60 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ 0.99 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (CFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (RMSEA) เท่ากับ 0.000 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน (SRMR) เท่ากับ 0.01 และค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (RMR) เท่ากับ 0.01 เมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานของตัวแปรสังเกตได้โมเดลการวัดโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบทั้ง 3 ด้านมีน้ำหนักองค์ประกอบทั้งหมดมีค่าเป็นบวก มีขนาดตั้งแต่ 0.72-0.94 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบของตัวแปรสังเกตได้รายด้านพบว่า ด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.94) รองลงมาคือ ด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ (B=0.88) และด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้มีน้ำหนักองค์ประกอบต่ำสุด (B=0.72)

จากผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



Chi-Square = 0.60, df = 1, P-value = 0.43866, RMSEA = 0.000

ภาพที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษาและสัญลักษณ์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

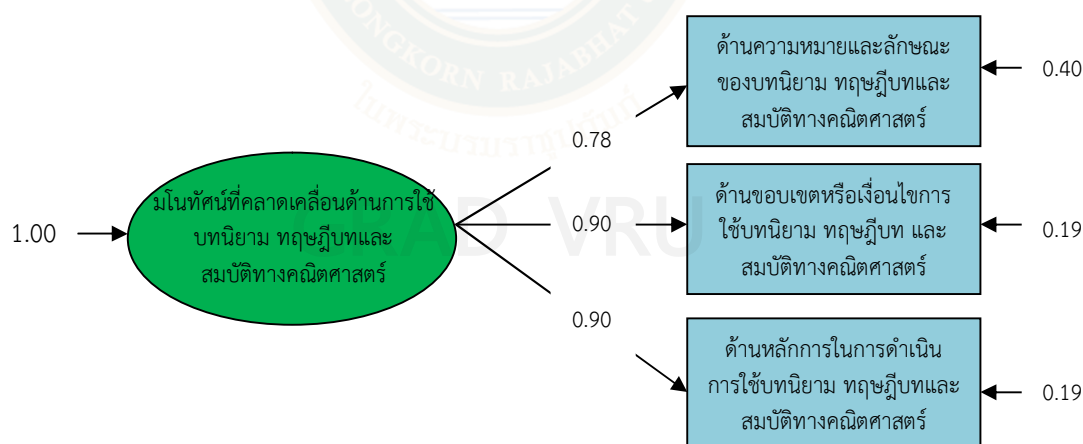
ตารางที่ 4.8 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ตัวแปร	น้ำหนักองค์ประกอบ (B)	SE	t	R ²	ส.ป.ส. คะแนนองค์ประกอบ
ความหมายและลักษณะของทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	0.78	-	-	0.60	0.18
ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	0.90	0.05	19.30	0.81	0.43
หลักการในการดำเนินการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	0.90	0.05	19.30	0.81	0.43
ค่าสถิติ	เกณฑ์	ค่าที่ได้	ความหมาย		
χ^2	ค่า p-value มากกว่า .05	0.02 (0.883)	ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าสอดคล้องกลมกลืน		
df	ไม่เท่ากับ 0	1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี		
χ^2/df	ค่าน้อยกว่า 2	0.02	สอดคล้องกลมกลืนดี		
GFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (GFI \geq 0.95)	1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี		
AGFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (AGFI \geq 0.95)	1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี		
CFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (CFI \geq 0.95)	1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี		
RMSEA	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMSEA $<$ 0.05)	0.000	สอดคล้องกลมกลืนดี		
SRMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (SRMR $<$ 0.05)	0.00	สอดคล้องกลมกลืนดี		
RMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMR $<$ 0.05)	0.00	สอดคล้องกลมกลืนดี		

จากตารางที่ 4.8 พบว่า ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ พบว่า โมเดลการ

วัดองค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ มีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยค่าสถิติไคสแควร์ (χ^2) เท่ากับ 0.02 และไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ (P value = 0.883), ค่า χ^2/df เท่ากับ 0.02 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (CFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (RMSEA) เท่ากับ 0.000 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน (SRMR) เท่ากับ 0.00 และค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (RMR) เท่ากับ 0.00 เมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานของตัวแปรสังเกตได้โมเดลการวัดองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน มีน้ำหนักองค์ประกอบทั้งหมดมีค่าเป็นบวก มีขนาดตั้งแต่ 0.78-0.90 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบของตัวแปรสังเกตได้รายได้พบว่า ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และด้านหลักการในการดำเนินการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.90) รองลงมาคือ ด้านความหมายและลักษณะของทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (B=0.78)

จากผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



Chi-Square = 0.02, df = 1, P-value = 0.88351, RMSEA = 0.000

ภาพที่ 4.2 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

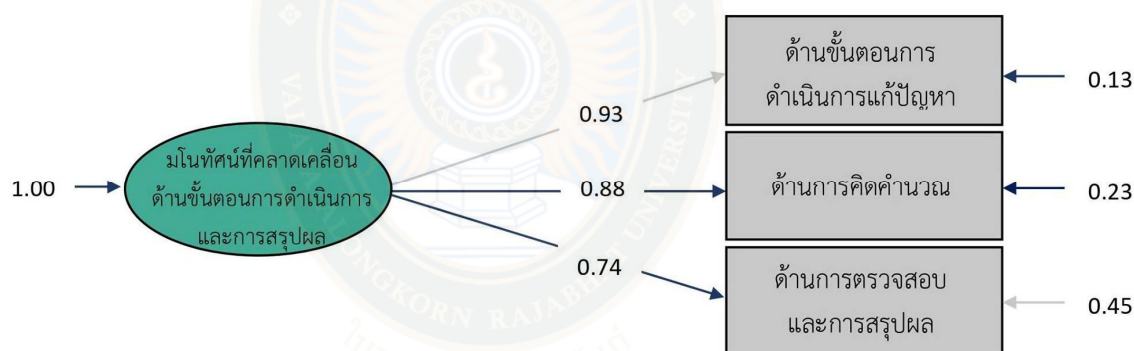
ตารางที่ 4.9 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของ
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลสำหรับ
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ตัวแปร	น้ำหนัก องค์ประกอบ (B)	SE	t	R ²	ส.ป.ส. คะแนน องค์ประกอบ
ขั้นตอนการดำเนินการ แก้ปัญหา	0.93	-	-	0.87	0.58
การคิดคำนวณ	0.88	0.04	22.33	0.77	0.31
การตรวจสอบและการ สรุปผล	0.74	0.04	18.16	0.55	0.13
ค่าสถิติ	เกณฑ์		ค่าที่ได้	ความหมาย	
χ^2	ค่า p-value มากกว่า .05		0.01 (0.933)	ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าสอดคล้อง กลมกลืน	
df	ไม่เท่ากับ 0		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
χ^2/df	ค่าน้อยกว่า 2		0.01	สอดคล้องกลมกลืนดี	
GFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (GFI \geq 0.95)		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
AGFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (AGFI \geq 0.95)		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
CFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (CFI \geq 0.95)		1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
RMSEA	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMSEA $<$ 0.05)		0.000	สอดคล้องกลมกลืนดี	
SRMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (SRMR $<$ 0.05)		0.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	
RMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMR $<$ 0.05)		0.00	สอดคล้องกลมกลืนดี	

จากตารางที่ 4.9 พบว่า ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งของ
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล พบว่า โมเดลการวัดองค์ประกอบ
เชิงยืนยัน (CFA) ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลมีความ
สอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยค่าสถิติไคสแควร์ (χ^2) เท่ากับ 0.01 และไม่มีนัยสำคัญ
ทางสถิติ (P value=0.933) ค่า χ^2/df เท่ากับ 0.01 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ
1.00 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีวัดระดับความ

กลมกลืนเปรียบเทียบ (CFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (RMSEA) เท่ากับ 0.000 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน (SRMR) เท่ากับ 0.00 และค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (RMR) เท่ากับ 0.00 เมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานของตัวแปรสังเกตได้โมเดลการวัดลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลพบว่า น้ำหนักองค์ประกอบทั้ง 3 ด้านมีน้ำหนักองค์ประกอบทั้งหมดมีค่าเป็นบวก มีขนาดตั้งแต่ 0.74-0.93 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบของตัวแปรสังเกตได้รายด้าน พบว่า ด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.93) รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณ (B=0.88) และด้านการตรวจสอบและการสรุปผล น้ำหนักองค์ประกอบต่ำสุด (B=0.74)

จากผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



Chi-Square = 0.01, df = 1, P-value = 0.93317, RMSEA = 0.000

ภาพที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับหนึ่งของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4.1.3.4 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่สอง (Confirmatory Factor Analysis: The Second Order) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองเป็นการวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงว่าองค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่หนึ่งทั้ง 3 ด้านนั้นสามารถรวมกันเป็นองค์ประกอบเดี่ยวได้อย่างมีความเที่ยงตรงหรือไม่

ตารางที่ 4.10 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองของโมเดลการวัดองค์ประกอบของ
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ตัวแปร	น้ำหนัก องค์ประกอบ (B)	SE	t	R ²	ส.ป.ส. คะแนน องค์ประกอบ
องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์					
ด้านความหมายของ สัญลักษณ์ที่ใช้	0.79	-	-	0.62	0.25
ด้านความหมายของตัวแปรที่ ใช้	0.86	0.08	10.26	0.74	0.55
ด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็น สัญลักษณ์	0.75	0.03	22.20	0.56	0.15
องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนด้านการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์					
ด้านความหมายและลักษณะ ของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	0.78	-	-	0.61	0.18
ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการ ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์	0.89	0.05	19.19	0.80	0.39
ด้านหลักการในการ ดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทาง คณิตศาสตร์	0.91	0.05	19.37	0.82	0.45
องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอน การดำเนินการ และ การสรุปผล					
ด้านขั้นตอนการดำเนินการ แก้ปัญหา	0.93	-	-	0.86	0.55
ด้านการคิดคำนวณ	0.88	0.04	22.88	0.78	0.33

ตารางที่ 4.10 (ต่อ)

ตัวแปร	น้ำหนัก องค์ประกอบ (B)	SE	t	R ²	ส.ป.ส. คะแนน องค์ประกอบ
ด้านการตรวจสอบและการ สรุปผล	0.74	0.04	18.03	0.55	0.14
องค์ประกอบมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต					
ด้านภาษา และสัญลักษณ์	0.71	0.09	7.87	0.51	-
ด้านการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทาง คณิตศาสตร์	0.63	0.08	8.15	0.40	-
ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล	0.51	0.07	7.55	0.26	-

จากตารางที่ 4.10 พบว่า องค์ประกอบตัวแปรแฝงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรแฝง 3 ตัว ได้แก่ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลโดยมีน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.51-0.71 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบของตัวแปรแฝงรายด้านพบว่า ด้านภาษา และสัญลักษณ์มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.71) รองลงมาคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (B=0.63) และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลมีน้ำหนักองค์ประกอบต่ำสุด (B=0.51)

เมื่อพิจารณาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบมีค่าเป็นบวกทุกค่า โดยมีค่าตั้งแต่ 0.75-0.86 ค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดมีค่าตั้งแต่ 0.03-0.08 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบรายด้าน พบว่า ด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.86) รองลงมาคือ ด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ (B=0.79) และด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์มีน้ำหนักองค์ประกอบต่ำสุด (B=0.75)

เมื่อพิจารณาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบมีค่าเป็นบวกทุกค่า โดยมีค่าตั้งแต่ 0.78-0.91 ค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดมีค่า 0.05 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบรายด้านพบว่า ด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.91) รองลงมาคือ ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ (B=0.89) และด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบทและสมบัติทางคณิตศาสตร์มีน้ำหนักองค์ประกอบต่ำสุด (B=0.78)

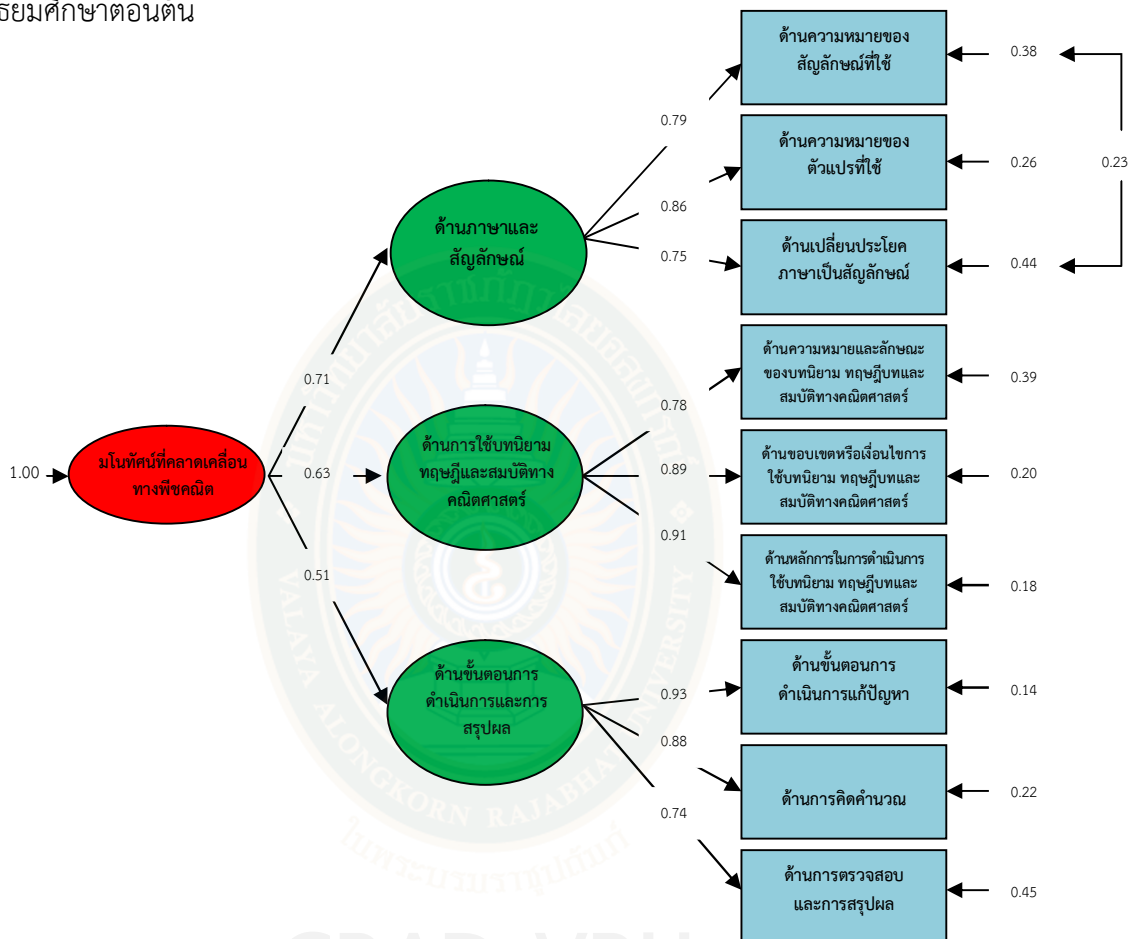
เมื่อพิจารณาองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบมีค่าเป็นบวกทุกค่า โดยมีค่าตั้งแต่ 0.74–0.93 ค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดมีค่า 0.04 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบรายด้านพบว่า ด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาที่มีน้ำหนักองค์ประกอบสูงสุด (B=0.93) รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณ (B=0.88) และด้านการตรวจสอบและการสรุปผลมีน้ำหนักองค์ประกอบต่ำสุด (B=0.74)

ตารางที่ 4.11 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องกลมกลืนอันดับที่สองของโมเดลองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์

ค่าสถิติ	เกณฑ์	ค่าที่ได้	ความหมาย
χ^2	ค่า p-value มากกว่า .05	33.41 (0.074)	ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าสอดคล้อง กลมกลืน
df	ไม่เท่ากับ 0	23	สอดคล้องกลมกลืนดี
χ^2/df	ค่าน้อยกว่า 2	1.45	สอดคล้องกลมกลืนดี
GFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (GFI \geq 0.95)	0.98	สอดคล้องกลมกลืนดี
AGFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (AGFI \geq 0.95)	0.96	สอดคล้องกลมกลืนดี
CFI	มีค่าเข้าใกล้ 1 (CFI \geq 0.95)	1.00	สอดคล้องกลมกลืนดี
RMSEA	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMSEA $<$ 0.05)	0.034	สอดคล้องกลมกลืนดี
SRMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (SRMR $<$ 0.05)	0.02	สอดคล้องกลมกลืนดี
RMR	มีค่าเข้าใกล้ 0 (RMR $<$ 0.05)	0.02	สอดคล้องกลมกลืนดี

จากตารางที่ 4.11 พบว่า ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่สองของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต พบว่า โมเดลการวัดองค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) ขององค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์โดยค่าสถิติไคสแควร์ (χ^2) เท่ากับ 33.41 และไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ (P value=0.074) ค่า χ^2/df เท่ากับ 1.45 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ 0.98 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ 0.96 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (CFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (RMSEA) เท่ากับ 0.034 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน (SRMR) เท่ากับ 0.02 และค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วน

เหลือ (RMR) เท่ากับ 0.02 ทั้งหมดผ่านเกณฑ์ทุกดัชนี นั้นแสดงให้เห็นว่าข้อมูลเชิงประจักษ์มีความสอดคล้องกับรูปแบบโมเดลตามสมมติฐานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงในภาพที่ 4.4 องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองของโมเดลการวัดองค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



Chi-Square = 33.41, df = 23, P-value = 0.07421, RMSEA = 0.034

ภาพที่ 4.4 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองของโมเดลการวัดองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 2

4.2.1 ผลการพัฒนาารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4.2.2.1 ผลการพัฒนาารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

5C MODEL

1. หลักการของรูปแบบ

1.1 การจัดการเรียนรู้เน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรม คิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเองจากข้อมูลที่ได้มาเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง

1.2 การจัดการเรียนรู้เน้นกระบวนการคิด ควบคู่กับการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อพบต้องดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

2.1 เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.2 เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) หมายถึง การทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ทางพีชคณิตโดยครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์แล้วใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนทบทวน และสรุปมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และครูทำการตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยครูนำเสนอ มโนทัศน์ทางพีชคณิต ให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีลำดับไม่ตายตัวสามารถพิจารณาย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าคือ 1) ตีความหมายด้านภาษา สัญลักษณ์ 2) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) การสรุปขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล จนเกิดความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิตได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) หมายถึง การให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อเป็นการตรวจสอบว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนด้านใด โดยให้นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจสอบมโนทัศน์ร่วมกัน แล้วให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอ มโนทัศน์ดังกล่าว และครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) หมายถึง ครูชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้นเกิดจากสาเหตุใด และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยมีหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) หมายถึง การให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆซ้ำอีกหนึ่งครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและครูจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

4. การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ

4.1 การวัดและประเมินผลก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้ เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน

4.2 การวัดและประเมินผลระหว่างการจัดการเรียนรู้เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยนักเรียนและครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน

ดังนั้น สามารถสรุปรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แสดงดังภาพที่ 4.6





ภาพที่ 4.5 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโน้ตค้นที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4.2.2.2 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการ การเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ผู้วิจัยสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 ท่าน ประเมินความเหมาะสมและ ความเป็นไปได้ของรูปแบบที่พัฒนาขึ้น และแผนการจัดการเรียนรู้ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4.12 ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสมและ ความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสมและความเป็นไปได้		แปลความหมาย
	\bar{X}	S.D.	
1. หลักการของรูปแบบ			
1.1 แนวคิดทฤษฎีที่นำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้	4.72	0.76	มากที่สุด
1.2 หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความชัดเจนและแสดงจุดเน้นของรูปแบบ	4.72	0.76	มากที่สุด
1.3 หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้สามารถนำไปใช้ได้จริง	4.72	0.76	มากที่สุด
รวม	4.72	0.52	มากที่สุด
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ			
2.1 สอดคล้องกับหลักการของรูปแบบ	4.43	0.79	มาก
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้	4.43	0.79	มาก
2.3 วัตถุประสงค์มีความชัดเจนและสามารถนำไปปฏิบัติได้	4.14	0.69	มาก
รวม	4.33	0.72	มาก
3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ			
3.1 สอดคล้องกับหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	4.71	0.49	มากที่สุด
3.2 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ	4.71	0.49	มากที่สุด
3.3 มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน	4.71	0.49	มากที่สุด
3.4 มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนและสัมพันธ์ต่อกัน	4.57	0.53	มากที่สุด

ตารางที่ 4.12 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสมและความเป็นไปได้		แปลความหมาย
	\bar{X}	S.D.	
3.5 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 1 ชั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) มีความเหมาะสม	4.43	0.53	มาก
3.6 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 2 ชั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) มีความเหมาะสม	4.43	0.53	มาก
3.7 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 3 ชั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) มีความเหมาะสม	4.29	0.49	มาก
3.8 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 4 ชั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่มีความเหมาะสมคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C)	4.43	0.53	มาก
3.9 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 5 ชั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) มีความเหมาะสม	4.43	0.53	มาก
รวม	4.52	0.43	มากที่สุด
4. การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ			
4.1 การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับขั้นการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	4.29	0.76	มาก
4.2 การวัดและประเมินผลสามารถปฏิบัติได้จริง	4.43	0.79	มาก
รวม	4.35	0.75	มาก
รวมทั้งหมด	4.50	0.41	มาก

จากตารางที่ 4.12 พบว่า ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นภาพรวมมีค่าเฉลี่ยความเหมาะสมและความเป็นไปได้ในระดับมาก ($\bar{X}=4.50, S.D.=0.41$) เมื่อพิจารณารายด้าน พบว่า มีผลการประเมินค่าเฉลี่ยความเป็นไปได้ในระดับมากขึ้นไปทุกข้อ โดยด้านหลักการของรูปแบบ ($\bar{X}=4.72, S.D.=0.52$) มีค่าเฉลี่ยสูงสุด รองลงมาคือ ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ ($\bar{X}=4.52, S.D.=0.43$) ส่วนข้อที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุด คือ ด้านวัตถุประสงค์ของรูปแบบ ($\bar{X}=4.33, S.D.=0.72$) แสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนานี้สามารถนำไปจัดการเรียนรู้ได้

ตารางที่ 4.13 ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสมและความเป็นไปได้		แปลความหมาย
	\bar{X}	S.D.	
1. องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้			
1.1 องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ครบถ้วนและมีความสัมพันธ์กัน	4.86	0.38	มากที่สุด
1.2 องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่เป็นระบบ	4.86	0.38	มากที่สุด
1.3 แผนการจัดการเรียนรู้มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินชัดเจน	4.86	0.38	มากที่สุด
รวม	4.86	0.38	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 สอดคล้องกับตัวชี้วัดที่กำหนด	4.71	0.49	มากที่สุด
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้	4.28	0.49	มาก
2.3 ครอบคลุมพฤติกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการและด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	4.71	0.49	มากที่สุด
รวม	4.57	0.42	มากที่สุด
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้	4.86	0.38	มากที่สุด
3.2 มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน	4.57	0.53	มากที่สุด
3.3 มีความเหมาะสมกับระยะเวลาในการสอน	4.71	0.49	มากที่สุด
3.4 มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนและสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน	4.86	0.38	มากที่สุด
3.5 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 1 ชั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) มีความเหมาะสม	4.86	0.38	มากที่สุด
3.6 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 2 ชั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) มีความเหมาะสม	4.86	0.38	มากที่สุด

ตารางที่ 4.13 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสมและความเป็นไปได้		แปลความหมาย
	\bar{X}	S.D	
3.7 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 3 ชั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) มีความเหมาะสม	4.86	0.38	มากที่สุด
3.8 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 4 ชั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) มีความเหมาะสม	4.86	0.38	มากที่สุด
3.9 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 5 ชั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) มีความเหมาะสม	4.86	0.38	มากที่สุด
รวม	4.81	0.37	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้และเอกสารอ้างอิง			
4.1 มีความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของรูปแบบเนื้อหาสาระการเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้	4.42	0.53	มาก
4.2 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับวัยของผู้เรียน	4.42	0.53	มาก
รวม	4.42	0.53	มาก
รวมทั้งหมด	4.73	0.20	มากที่สุด

จากตารางที่ 4.13 พบว่า ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นภาพรวมมีค่าเฉลี่ยความเหมาะสมและความเป็นไปได้อยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X}=4.73$, S.D.=0.20) เมื่อพิจารณารายด้านพบว่า มีผลการประเมินค่าเฉลี่ยความเป็นไปได้อยู่ในระดับมากขึ้นไปทุกข้อ โดยด้านองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ($\bar{X}=4.86$, S.D.=0.38) มีค่าเฉลี่ยสูงสุด รองลงมาคือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ($\bar{X}=4.81$, S.D.=0.37) ส่วนข้อที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุด คือ ด้านสื่อการเรียนรู้และเอกสารอ้างอิง ($\bar{X}=4.42$, S.D.=0.53) แสดงว่าแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนานี้สามารถนำไปจัดการเรียนรู้ได้ส่วนของข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ คือ ควรเพิ่มให้นักเรียนได้มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 3

4.3.1 ตัวแปรที่ศึกษา

4.3.1.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

4.3.1.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.3.1.2.1 มโนทัศน์ทางพีชคณิต ประกอบไปด้วย 3 องค์ประกอบดังนี้

- 1) ด้านภาษา และสัญลักษณ์
- 2) ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์
- 3) ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล

4.3.1.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4.3.2 การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ผลข้อมูล ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งเป็น 2 ตอนดังนี้

ตารางที่ 4.14 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

มโนทัศน์ทางพีชคณิต	n	\bar{X}	S.D	df	t	Sig
ก่อนเรียน	40	11.95	0.82	39	78.36*	0.00
หลังเรียน	40	28.88	0.94			

หมายเหตุ * มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 4.14 พบว่า ค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.95 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.82 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 28.88 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.94 ค่า t เท่ากับ 78.36 และค่า Sig. เท่ากับ 0.00 สรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 4.15 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

มโนทัศน์ทางพีชคณิต	ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม = 28 คะแนน				
	\bar{X}	S.D.	df	t	Sig.
	28.88	0.94	39	5.90*	0.00

หมายเหตุ * มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 4.15 พบว่า ค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หลังเรียนค่าเฉลี่ยเท่ากับ 28.88 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.94 คิดเป็นร้อยละ 72.20 ค่า t เท่ากับ 5.90 และค่า Sig. เท่ากับ 0.00 สรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (\bar{X} =28.88, S.D.=0.94 จากคะแนนเต็ม 40)

ตารางที่ 4.16 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	n	\bar{X}	S.D.	df	t	Sig.
ก่อนเรียน	40	11.63	0.74	39	113.33*	0.00
หลังเรียน	40	28.35	0.53			

หมายเหตุ * มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 4.16 พบว่า ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.63 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.74 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 28.35 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.53 ค่า t เท่ากับ 113.33 และค่า Sig. เท่ากับ 0.00 สรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 4.17 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม=28 คะแนน				
	\bar{X}	S.D.	df	t	Sig.
	28.35	0.53	39	4.15*	0.00

หมายเหตุ * มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 4.17 พบว่าค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตหลังเรียนค่าเฉลี่ยเท่ากับ 28.35 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.53 คิดเป็นร้อยละ 70.88 ค่า t เท่ากับ 4.15 และค่า Sig. เท่ากับ 0.00 สรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (\bar{X} =28.35, S.D.=0.53 จากคะแนนเต็ม 40)

GRAD VRU

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอตามวัตถุประสงค์ดังนี้ 3 ระยะ คือ 1) เพื่อศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 2) เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ 3) เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดังรายละเอียดต่อไปนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 ผลการศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ องค์ประกอบที่ 1 ด้านภาษา และสัญลักษณ์ องค์ประกอบที่ 2 ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบที่ 3 ด้านขั้นตอน การดำเนินการ และการสรุปผล มีสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ซึ่งพิจารณาจากค่าสถิติไคสแควร์ (χ^2) เท่ากับ 33.41 และไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ (P value = 0.074), ค่า χ^2/df เท่ากับ 1.45 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ 0.98 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ 0.96 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (CFI) เท่ากับ 1.00 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (RMSEA) เท่ากับ 0.034 ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือมาตรฐาน (SRMR) เท่ากับ 0.02 และค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (RMR) เท่ากับ 0.02 และเมื่อพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบพบว่า มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบตั้งแต่ 0.51-0.73 เรียงค่าน้ำหนักองค์ประกอบจากมากไปน้อยได้แก่ องค์ประกอบด้านภาษา และสัญลักษณ์ (B=0.71) องค์ประกอบด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (B=0.63) และองค์ประกอบด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล (B=0.51) เมื่อพิจารณาองค์ประกอบย่อยพบว่า 1) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบมีค่าเป็นบวกทุกค่าโดยมีค่าตั้งแต่ 0.75-0.86 ค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดมีค่าตั้งแต่ 0.03-0.08 เรียงค่าน้ำหนักองค์ประกอบจากมากไปน้อยได้ดังนี้คือ องค์ประกอบด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ (B=0.86) องค์ประกอบด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ (B=0.79) และองค์ประกอบด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ (B=0.75) ตามลำดับ 2) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบมีค่าเป็นบวกทุกค่า โดยมีค่าตั้งแต่ 0.78-0.91 ค่าความคลาด

เคลื่อนในการวัดมีค่า 0.05 เรียงค่าน้ำหนักองค์ประกอบจากมากไปน้อยได้แก่ องค์ประกอบด้าน หลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (B=0.91) องค์ประกอบ ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (B=0.89) และ องค์ประกอบด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ (B=0.78) และ 3) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการ สรุปลผล พบว่า น้ำหนักองค์ประกอบมีค่าเป็นบวกทุกค่า โดยมีค่าตั้งแต่ 0.74–0.93 ค่าความคลาด เคลื่อนในการวัดมีค่า 0.04 เรียงค่าน้ำหนักองค์ประกอบจากมากไปน้อยได้แก่ องค์ประกอบด้าน ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา (B=0.93) องค์ประกอบด้านการคิดคำนวณ (B=0.88) และองค์ประกอบ ด้านการตรวจสอบและการสรุปลผล (B=0.74)

5.1.2 ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง พืชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง พืชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) หลักการของรูปแบบ มี 2 ข้อ ได้แก่ 1.1) การจัดการเรียนรู้เน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรมคิดค้น หาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเองจากข้อมูลที่ได้มาเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนสามารถ สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง 1.2) การจัดการเรียนรู้เน้นกระบวนการคิด ควบคู่กับการตรวจสอบ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อพบต้องดำเนินการ ปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ มี 2 ข้อ ได้แก่ 2.1) เพื่อปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 2.2) เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ 5 ขั้นตอน ได้แก่ 3.1) ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) 3.2) ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพืชคณิต (Construction: C) 3.3) ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) 3.4) ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิตของนักเรียน (Change: C) และ 3.5) ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิต (Check: C) 4) การ ประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ มี 2 ข้อ ได้แก่ 4.1) การวัดและประเมินผลก่อน และหลังการจัดการ เรียนรู้เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ แบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิตโดยครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน และ 4.2) การวัดและประเมินผลระหว่างการจัดการเรียนรู้เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบการ วินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิตโดยนักเรียนและครูผู้สอนเป็นผู้ประเมินและมีผลการ ประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X}=4.50$, S.D.=0.41)

5.1.3 ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง พืชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

5.1.3.1 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

5.1.3.2 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($\bar{X}=28.88$, S.D.=0.94 จากคะแนนเต็ม 40)

5.1.3.3 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

5.1.3.4 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($\bar{X}=28.35$, S.D.=0.53 จากคะแนนเต็ม 40)

5.2 การอภิปรายผล

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่พัฒนาขึ้น ได้ผ่านการทดลองเพื่อพิสูจน์ประสิทธิภาพปรากฏผลเป็นที่เชื่อถือได้ว่าสามารถนำไปใช้การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนให้มีมโนทัศน์ทางพีชคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น ในการวิจัยนี้ได้มีการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อนำมาวิเคราะห์สร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และมีศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนกับก่อนเรียน และหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มรวมทั้งยังได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนกับก่อนเรียน และหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มจากการดำเนินการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้ มีประเด็นที่สมควรนำมาอภิปราย ดังต่อไปนี้

5.1.1 ผลการศึกษาวិเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ค่าสถิติจากการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองขององค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์โดยมีองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบหลัก และ 9 องค์ประกอบย่อย ได้แก่ 1) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบย่อย ได้แก่ 1.1) ด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ 1.2) ด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ และ 1.3) เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ 2) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบย่อย

2.1) ด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ 2.2) ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 2.3) ด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ 3) องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบย่อย ได้แก่ 3.1) ด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา 3.2) ด้านการคิดคำนวณ และ 3.3) การตรวจสอบและการสรุปผล และผลการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่พัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ทั้งนี้เนื่องมาจากผู้วิจัยได้ทำศึกษาวิเคราะห์ สังเคราะห์จากเอกสารแนวคิด งานวิจัยที่เกี่ยวข้องจำนวน 52 เรื่อง และทำการสังเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญยืนยันองค์ประกอบแล้วสร้างแบบวินิจฉัยตามลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ค้นพบได้แก่

1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา และสัญลักษณ์ ทั้งนี้เนื่องมาจากนักเรียนมีความเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์การดำเนินการระหว่างค่าคงที่กับตัวแปรที่ไม่ถูกต้องตีความหมายประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ เปลี่ยนประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และขาดความเข้าใจความของตัวแปรอย่างแท้จริงโดยเข้าใจตัวแปรเป็นตัวแปรเป็นค่าเฉพาะ ตัวอย่างคำอธิบาย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่านักเรียนความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ การใช้สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องและการไม่ระบุตัวแปรที่นำมาใช้กำหนดสมการในการแก้โจทย์ปัญหาว่า ตัวแปรแทนสิ่งใด หรือมีความคลาดเคลื่อนในการระบุตัวแปร สอดคล้องกับแนวคิดของสิริพร ทิพย์คง (2558) ที่ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่านักเรียนมีปัญหาด้านภาษาที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ ด้านสัญลักษณ์ที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้เครื่องหมายเท่ากับ และไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ไม่เข้าใจโจทย์ปัญหา เปลี่ยนจากโจทย์ภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เมื่อแก้สมการทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง และสอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2558) ที่ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่านักเรียนแปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจความหมายของคำ สอดคล้องกับงานวิจัยของปางณา พูลมาลา (2559) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ไม่เข้าใจความหมายการใช้สัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณ ไม่สามารถเขียนสัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมายที่ต้องการได้ ไม่สามารถทำความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ ไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร และเข้าใจว่า x เท่านั้นที่เป็นตัวแปร สอดคล้องกับงานวิจัยของอภิชัย ลิมสุวิชาโน (2561) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ตีความประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ขาดความรู้ความเข้าใจการใช้สัญลักษณ์ การเขียนสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับงานวิจัยของบาร์เซลโล (Barcellos, 2005) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ เข้าใจผิดว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้ในการดำเนินการต่อ สอดคล้องกับงานวิจัยของ ไคฟาโรว์ (Ciofalo, 2010) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนมีความ

สับสนในการใช้ภาษาและคำศัพท์ สอดคล้องกับงานวิจัยของลี่ (Li, 2006) เรค (Rakes, 2010) และ อีโกดาวัตต์ (Egodawatte, 2011) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ เข้าใจความหมายของตัวแปรที่ไม่ถูกต้องโดยเข้าใจว่าตัวแปรเป็นค่าเฉพาะ ตัวแปรเป็นตัวย่อคำอธิบาย ตัวแปรเป็นคำกริยาในโจทย์ และระบุตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง และสอดคล้องกับงานวิจัยของริซาฮิน และโซยลู (Sahin & Soylu, 2011) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนสับสน x กับเครื่องหมายการคูณ ไม่ใช่สัญลักษณ์วงเล็บจึงทำให้ลำดับของการดำเนินการ ไม่สามารถสามารถแปลประโยคภาษาเป็นสมการ มองข้ามตัวแปร การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร เข้าใจว่า x กับ y เป็นตัวแปรเท่านั้น

2) มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องมาจากนักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการในการดำเนินการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ การใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์โดยไม่คำนึงถึงขอบเขตหรือเงื่อนไข หรือการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่เกินขอบเขตหรือเงื่อนไขที่กำหนดไว้ การตีความหมายและลักษณะของทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่ระบุมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่านักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องทฤษฎีบท ทฤษฎีบท กฏ สูตร ข้อเท็จจริง ขาดความเข้าใจในข้อตกลง เข้าใจไม่ถูกต้องว่าสามารถใช้สมบัติการแจกแจงกับการคูณซึ่งเป็นการใช้ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด สอดคล้องกับแนวคิดของสิริพร ทิพย์คง (2558) ที่ระบุมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่านักเรียนมีการตั้งบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาดำเนินการใช้เอง การบวกลบพหุนามโดยไม่มีหลักการ หรือไม่คำนึงถึงขอบเขตหรือเงื่อนไขในการดำเนินการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับแนวคิดของเวชฎทธี อังกะภักทรขจร (2552) และอัมพร ม้าคนอง (2558) ที่ระบุมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าขาดความเข้าใจพื้นฐานทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับงานวิจัยของนवल นนทภา (2557) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือนักเรียนขาดความเข้าใจทฤษฎีมาแก้ปัญหา จำทฤษฎีมาแก้ปัญหาผิด สอดคล้องกับงานวิจัยของปิยณัฐ ชัยเพ็ง (2559) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือนักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบทหรือสมบัติ สอดคล้องกับงานวิจัยของอภิชัย ลิมสุวิชาโน (2561) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การเลือกใช้หรือประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ผิดจากเงื่อนไข มีความรู้ที่ ไม่ถูกต้อง หรือมีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน สอดคล้องกับงานวิจัยของบาร์เซลโลส (Barcellos, 2005) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือนักเรียนการประยุกต์ใช้สมบัติการแจกแจงกับเลขยกกำลังที่ไม่ถูกต้อง การแจกแจงที่มีวงเล็บนักเรียนแจกแจงไม่ครบทุกพจน์ การใช้สมบัติการแจกแจงที่เกินเงื่อนไขหรือขอบเขต สอดคล้องกับงานวิจัยของเบน-เฮอร์ (Ben-Hur, 2006) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือนักเรียนใช้ทฤษฎีบทเกินเงื่อนไข และทฤษฎีบทแบบจำกัดเงื่อนไข และสอดคล้องกับงานวิจัยของอีโกดาวัตต์ (Egodawatte, 2011) ที่พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือนักเรียนดำเนินการทำ

นิพจน์พีชคณิตให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข โดยดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คำนึงถึงหลักการดำเนินการ การใช้การแจกแจงไม่ถูกต้องโดยมีการแจกแจงไม่ครบทุกพจน์ หรือการใช้สมบัติการแจกแจงที่เกินเงื่อนไขหรือขอบเขตที่กำหนด การแปลงนิพจน์พีชคณิตเป็นสมการ และดำเนินการหาคำตอบของสมการซึ่งเป็นการตีความหมายและลักษณะของนิพจน์พีชคณิตที่ไม่ถูกต้อง

3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล ทั้งนี้เนื่องมาจากในขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนมีการข้ามขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือดำเนินการแก้ปัญหามิครบขั้นตอน ละเลยเครื่องหมายในการคิดคำนวณ และดำเนินการแก้ปัญหาย่างถูกต้องแต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า นักเรียนดำเนินการแก้สมการอย่างถูกต้องแต่เวลาสรุปคำตอบเขียนคำตอบสมการอยู่ในรูปของสมการซึ่งไม่ถูกต้อง และเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหา และสอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2558) ที่ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า ที่ระบุว่านักเรียนขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ทำผิดขั้นตอนในการคำนวณ สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี การนำเสนอคำตอบที่ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับคำตอบของสมการและคำตอบของปัญหา ขาดการตรวจสอบคำตอบ การนำเสนอคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ สอดคล้องกับงานวิจัยของปิยณัฐ ชัยเพ็ง (2559) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนแก้ปัญหามิสมบูรณ์ เสนอคำตอบคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับงานวิจัยของมนัสสิริ อินทร์สวาท (2559) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนมีการดำเนินการและการคำนวณที่ผิดพลาด ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับงานวิจัยขององ และริม (Ong & Lim, 1987) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การใช้ขั้นตอนการแก้สมการและสมการไม่ถูกต้อง การหาคำตอบไม่ครบถ้วนหรือไม่สมบูรณ์ สอดคล้องกับงานวิจัยของแอสล็อก (Ashlock, 2010) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนนักเรียนข้ามขั้นตอนที่จำเป็นในการแก้ปัญหา และมีข้อบกพร่องในการคิดคำนวณ และสอดคล้องกับงานวิจัยของติตัส (Titus, 2010) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนลบ เครื่องหมายลบในการดำเนินการขั้นพื้นฐาน ลำดับการดำเนินการ

5.1.2 ผลการพัฒนาารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1) ผลการพัฒนาารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ (1) หลักการของรูปแบบ (2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ (3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) และ ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) (4) การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ สำหรับการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นการสร้างรูปแบบ

โดยการศึกษาค้นคว้าวิเคราะห์จากแนวคิด ทฤษฎี และหลักการสอนทางคณิตศาสตร์ และแนวคิดของรูปแบบที่พัฒนาไว้แล้วในเรื่องที่คล้ายคลึงกัน หรือเรื่องอื่น ๆ การวิเคราะห์องค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และผลการศึกษาลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งช่วยให้ผู้วิจัยสามารถกำหนดองค์ประกอบและตัวแปรต่าง ๆ ภายในรูปแบบ รวมทั้งลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูปแบบนั้น โดยใช้หลักเหตุผลเป็นรากฐานสำคัญ มีการพัฒนาปรับปรุงโดยอาศัยข้อเสนอแนะจากการศึกษาค้นคว้า ทฤษฎี ผลการวิจัย และแนวคิดของผู้ทรงคุณวุฒิ และในการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ได้ผ่านกระบวนการสร้างอย่างเป็นระบบ ทุกขั้นตอนจะมีวิธีการตรวจสอบ โดยอาศัยทฤษฎี แนวคิด ผลงานวิจัยและการตรวจสอบจากผู้ทรงคุณวุฒิ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของจอยซ์และเวล (Joyce & Well, 2011) และทิสนา แชมมณี (2562) ซึ่งสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ควรต้องมีทฤษฎี เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยา การเรียนรู้ มีการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพในเชิงการใช้ในสถานการณ์จริง และสอดคล้องกับแนวคิดของ พิทักษ์ นิลนพคุณ (2556) และทิสนา แชมมณี (2562) ที่สรุปองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สำคัญ ๆ ควรมีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานหรือเป็นหลักการ ลักษณะของการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักการ มีกระบวนการวิธีการสอน และเทคนิคการสอนต่าง ๆ และสอดคล้องกับงานวิจัยของสาวิตรี จุ้ยทอง (2559) และกฤษฎา แก้วสิงห์ (2560) ที่พบว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบไปด้วยหลักการของรูปแบบ วัตถุประสงค์ของรูปแบบ กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ การวัดและประเมินผลของรูปแบบ

2) ผลการประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ภาพรวมอยู่ในระดับมากทั้งนี้เนื่องมาจากในการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้ผ่านกระบวนการสร้างอย่างเป็นระบบ ทุกขั้นตอนจะมีวิธีการตรวจสอบโดยอาศัยทฤษฎี แนวคิด และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยผู้วิจัยดำเนินวิเคราะห์องค์ประกอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต แล้วดำเนินการตามหลักการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วยวิเคราะห์แนวคิด ทฤษฎี รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อกำหนดหลักการ และวัตถุประสงค์ของรูปแบบ แล้วทำวิเคราะห์วัตถุประสงค์กระบวนการจัดการเรียนรู้ให้มีความสอดคล้องกับหลักการ และบรรลุวัตถุประสงค์รวมทั้งวิธีการประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของจอยซ์ และเวล (Joyce & Well, 2011) และทิสนา แชมมณี (2562) และณัฐชินุช จุยกาวงค์ (2562) ที่สรุปแนวทางการพัฒนารูปแบบว่าต้องศึกษามีการศึกษาหลักการ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบ และแต่ละองค์ประกอบต้องมีความสัมพันธ์กัน สอดคล้องกับงานวิจัยของนพพล นนทภา (2557) ที่ดำเนินการวิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และดำเนินการสร้างกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตและสอดคล้องกับงานวิจัยของกฤษฎา แก้วสิงห์ (2560) ที่ดำเนินการวิเคราะห์องค์ประกอบของความสามารถด้านคำนวณและดำเนินการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านคำนวณตามแนวทางดังกล่าวแล้วรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมและความเป็นไปได้ภาพรวมอยู่ในระดับมาก

5.1.3 ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นมีหลักการที่เน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรม การสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองรวมทั้งการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดควบคู่กับการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเมื่อพบต้องดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้องทันทีนอกจากนี้ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบที่พัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องกับหลักการของรูปแบบโดยขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) เป็นการทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ทางพีชคณิต โดยครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์แล้วใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนทบทวน และสรุปมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และครูทำการตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบรูเนอร์ (Bruner) ที่ระบุว่าว่าการเรียนเป็นกระบวนการที่ต้องลงมือกระทำ โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อพัฒนาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และแนวคิดของบราวและเวนเลห์น (Browm & Vanlehn, 1980) ที่ระบุว่ากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนแต่ละคนว่ามโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการการคิด ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) เป็นการจัดการเรียนรู้โดยครูนำเสนอมโนทัศน์ทางพีชคณิต ให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีลำดับไม่ตายตัวสามารถพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าคือ 1) ตีความหมายด้านภาษา สัญลักษณ์ 2) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) การสรุปขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล จนเกิดความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิตได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 สอดคล้องแนวคิดของเพียเจต์ (Piaget) ที่ระบุอายุอายุ 12 ปี-วัยผู้ใหญ่เป็นขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal Operation) สามารถที่จะคิดตั้งสมมติฐานและทฤษฎี มีคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม และสอดคล้องกับข้อค้นพบที่ได้จากการวิจัยในระยะที่ 1 คือ ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และสอดคล้องกับแนวคิดของบรูเนอร์ (Bruner) ที่ระบุว่าว่าการเรียนเป็นกระบวนการที่ต้องลงมือกระทำ โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อพัฒนาความรู้ใหม่ด้วยตนเองและสอดคล้องกับแนวคิดของดีนส์ (Deans) ที่ให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ และสอดคล้องกับแนวคิดของลาสเลย์ มัทชินสกี และลอสเลย์ (Lasley, Matczynski & Rowley, 2003 สตีแพนส์ และชมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009) ที่เน้นการมีส่วนร่วมของนักเรียนการลงมือปฏิบัติ และสร้างความรู้ด้วยตนเอง ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) เป็นการให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อเป็นการตรวจสอบว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนด้านใด โดยให้นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจสอบมโนทัศน์ร่วมกัน แล้ว

ให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอมนทัศน์ดังกล่าว และครูทำการวินิจฉัยมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของของเมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) สตีแพนส์ และซมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009) ซึ่งสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้มนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรมีการตรวจสอบมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อที่จะได้ทำการปรับแก้มนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) เป็นขั้นที่ครูชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้นเกิดจากสาเหตุใด และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยมีหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเปลี่ยนแปลงมนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบราวและเวนเลห์น (Browm & Vanlehn, 1980) เมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) สตีแพนส์ และซมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009) ซาเดลา (Sadera, , 2001) ได้สรุปไว้ว่าเมื่อมีการตรวจสอบมนทัศน์ และพบว่ามิมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต้องดำเนินการ ปรับแก้ข้อผิดพลาดของนักเรียนให้มีความเข้าใจที่ถูกต้อง และขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) เป็นการให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมนทัศน์นั้นๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วยซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบราวและเวนเลห์น (Browm & Vanlehn, 1980) เมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) สตีแพนส์ และซมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009) และนवल นนทภา (2557) ซึ่งได้สรุปสาระสำคัญการปรับเปลี่ยนมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าเมื่อมีการปรับเปลี่ยนมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องแล้วควรมีการตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยการทดสอบเกี่ยวกับมนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมนทัศน์นั้นเสร็จสมบูรณ์แล้ว จากกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบทั้ง 5 ขั้นตอนเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการทบทวนมนทัศน์เดิมด้วยตนเอง และครูทำหน้าที่ตรวจสอบปรับแก้มนทัศน์เดิมให้กับนักเรียนสู่การสอนให้นักเรียนเกิดมนทัศน์ใหม่ที่เน้นกิจกรรมการมีส่วนร่วมลงมือปฏิบัติ และสรุปมนทัศน์ใหม่ และมีกิจกรรมที่ตรวจสอบ และปรับแก้มนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงทำให้นักเรียนมีมนทัศน์ที่ถูกต้อง และสอดคล้องกับงานวิจัยของเมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) สตีแพนส์ และซมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009) นवल นนทภา (2557) และศักดา กิ่งโก้ (2560) ที่ระบุไว้ว่าการจัดกิจกรรมที่มีตรวจสอบมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีการดำเนินการปรับแก้มนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะทำให้นักเรียนมีมนทัศน์ที่ถูกต้อง

2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีมนทัศน์ทางพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (\bar{X} = 28.88, S.D. = 0.94 จากคะแนนเต็ม 40) ทั้งนี้เนื่องมาจากกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติ การสร้างมนทัศน์ด้วยตนเอง รวมทั้งมีการตรวจสอบมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และเมื่อพบจะมีการดำเนินการปรับเปลี่ยนมนทัศน์ให้ถูกต้องทันที ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner, 1963) ที่เน้นการเรียนรู้โดยการค้นพบ ทฤษฎีการเรียนรู้ของดีนส์ (Dienes, 1971) ที่มุ่งพัฒนาสติปัญญาโดยให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมี

บทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ และทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์น (Brown & Vanlehn, 1980) ที่เน้นกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนจากกระบวนการคิด การตรวจสอบ และปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน นอกจากนี้ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบได้มีการเน้นย้ำและฝึกฝนเกี่ยวกับการตีความหมายภาษา และสัญลักษณ์ การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ และขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลซึ่งเป็นองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ค้นพบในระยาะที่ 1 ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของทองระย้า นัยชิต (2556) ศักดา กิ่งโก้ (2560) และกฤษฎา แก้วสิงห์ (2560) ที่พบว่าถ้าจัดกิจกรรมที่เน้นตามองค์ประกอบของตัวแปรตามจะทำให้นักเรียนมีความสามารถตามตัวแปรตามดังกล่าวสูงขึ้น

3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง และมีการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และเมื่อพบมโนทัศน์ที่คลาดจะดำเนินการปรับแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทันทีรวมทั้งมีการตรวจว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอีกหรือไม่จึงทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและส่งผลให้นักเรียนมีเครื่องมือในการเรียนรู้เพื่อที่จะพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของค็อกเบิร์น และลิตเลอร์ (Cockburn and Littler, 2010) และอัมพร ม้าคะนอง (2558) ซึ่งสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญจำเป็นมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้านักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีรวมทั้งสามารถวิเคราะห์หาคำตอบหรือสรุปเหตุการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้ด้วยตนเองซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนวล นนทภา (2557) เชษฐา ปัทมสีแก้ว (2559) ศักดา กิ่งโก้ (2560) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะมีคะแนนเพิ่มขึ้น

4) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($\bar{X}=28.35$ S.D.=0.53 จากคะแนนเต็ม 40) ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ กระบวนการคิด ลงมือปฏิบัติกิจกรรมสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองมีตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง และส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสาวิตรี จุ้ยทอง (2559) ที่ระบุว่าเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ก่อนแล้วจึงฝึกทักษะจะทำให้นักเรียนสามารถคิดคำนวณได้ มีพื้นฐานของการเรียนรู้หรือเชื่อมโยงความรู้ในระดับสูง สอดคล้องกับแนวคิดของปาฮามี อาแว (2560) ที่ระบุว่าถ้านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องนักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และสอดคล้องกับแนวคิดของชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) ที่ระบุว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องนักเรียน

จะมีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนवल นนทภา (2557) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะมีคะแนนเพิ่มขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของปาฮามี อาแว (2560) ที่พบว่านักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเฉลี่ยเพิ่มขึ้นร้อยละ 34.75 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเฉลี่ยลดลงร้อยละ 14.00 จะมีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 60 และมีมโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1) จากข้อค้นพบน้ำหนักองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ในระดับที่สูงใกล้เคียงกันดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ และการวัดมโนทัศน์ทางพีชคณิตควรให้ความสำคัญทั้ง 3 องค์ประกอบ คือ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล

2) ครูผู้สอนควรเน้นย้ำและฝึกฝนเกี่ยวกับการตีความหมายภาษา และสัญลักษณ์ การใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีหลักการการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ ความหมายของสัญลักษณ์ และขั้นตอนมากมายหลากหลายอาจทำให้นักเรียนคลาดเคลื่อนในการนำไปใช้หากขาดการฝึกฝน

3) ครูควรมีการวัดผลและประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ ทั้งในก่อนการจัดการเรียนรู้ ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ และหลังจัดการเรียนรู้ เพื่อจะได้แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้กับนักเรียนได้ทันเวลาที่

4) ครูควรมีการวัดผลและประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ ทั้งในก่อนการจัดการเรียนรู้ ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ และหลังจัดการเรียนรู้ เพื่อจะได้แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้กับนักเรียนได้ทันเวลาที่

5) รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ประกอบด้วยการสอน 5 ขั้นตอน ในการนำรูปแบบไปใช้ในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ครูผู้สอนจะต้องศึกษาทำความเข้าใจกิจกรรมแต่ละขั้นด้วยความเข้าใจอย่างแท้จริง เตรียมคำถามกระตุ้นความคิด แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตให้พร้อมก่อนนำไปใช้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบเน้นกระบวนการคิดที่สอดคล้องกับทักษะการคิดในศตวรรษที่ 21 การมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรม สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ควบคู่กับการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และเมื่อพบต้องดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้องทันที

5.3.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรทำการศึกษาปัจจัยเชิงสาเหตุที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เช่น ปัจจัยด้านครูผู้สอน ปัจจัยด้านผู้เรียน ปัจจัยด้านสภาพแวดล้อมในการเรียน ปัจจัยด้านครอบครัว เป็นต้น

2) ควรศึกษาติดตามผล (follow-up study) พัฒนาการเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียนเมื่ออยู่ในระดับชั้นเรียนที่สูงขึ้น



บรรณานุกรม

GRAD VRU

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กฤษฎา แก้วสิงห์. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กษมา เกิดประสงค์. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กันต์ฤทัย คลังพหล. (2561). วิถีวิทยาการวิจัยทางการศึกษา. ปทุมธานี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์.
- กุลพร พูลสวัสดิ์. (2559). การประเมินวินิจฉัย: แนวคิดและกระบวนการประเมิน (Diagnostic Assessment: Concept and Process of Evaluation). วารสารศึกษาศาสตร์ มสธ. 9(1), 103-113.
- เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์. (2545). การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษากทม. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คมสัน ตรีไพบูลย์. (2557). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับรูปแบบการสอนมโนทัศน์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา.
- โครงการพัฒนาศักยภาพครูเพื่อเป็นผู้นำการเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (2559). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์. สืบค้นจาก <https://krupraiwan.wordpress.com/2012/09/23/misconceptions/2555/>
- งามพร้อม อ่อนบัวขาว. (2556). การศึกษาการเปลี่ยนแปลงมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานโดยการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- จตุพร พงศ์พีระ. (2560). รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

- จตุรพร ลิ้มมันจริง. (2560). **จิตวิทยาเด็ก**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- จำเริญ ผัด. (2560). **ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 จังหวัดกำแพง. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.**
- จิตเจริญ ศรขวัญ. (2559). **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้**. ปทุมธานี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์.
- จิตรวรรณ เอกพันธ์. (2558). **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.**
- จินตนา หลองทอง. (2559). **การศึกษาลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.**
- จุฬามาศ จันทศรีสุคต. (2556). **รูปแบบการสอน**. มหาสารคาม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- เจษฎา อินพินิจ. (2559). **การพัฒนาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษา. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.**
- ฉวีวรรณ แก้วไทรชะ และบุญทอง บุญทวี. (2559). **รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์การพัฒนารูปแบบเครื่องมือการวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน).
- ชนาธิป พรกุล. (2557). **การสอนกระบวนการคิด : ทฤษฎีและการนำไปใช้**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนาธิป พรกุล. (2561). **กระบวนการสร้างความรู้ของครู : กรณีการสอนบูรณาการ**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนินทร์ชัย อินทிரารณ, สุวิทย์ หิรัณยกาณห์ และสิริวรรณ เมธีวิวัฒน์. (2548). **พจนานุกรมการศึกษา**. กรุงเทพฯ: ไอคิว.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2561). **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ = Mathematics instruction**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชลกานต์ ชมภู. (2559). **ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัยบูรพา.**
- ชวนิดา สุวานิช. (2559). **การวิจัยทางเทคโนโลยีการศึกษา**. กรุงเทพฯ: สาขาวิชาเทคโนโลยีการศึกษาและคอมพิวเตอร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม.

- ชวาล แพรัตกุล. (2552). **เทคนิคการวัดผล**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ซัชชัย คงคาหลวง. (2556). **การวิเคราะห์เชิงพุทธิปัญญาเกี่ยวกับข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ชัยณรงค์ ชันผณี. (2556). **การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยและแก้ไขจุดบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์ และการให้เหตุผลสำหรับนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์**. เพชรบูรณ์: มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์.
- ชัยยุทธ สุขวัจน์. (2558). **ผลของการใช้รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของสเตแพนส์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการประยุกต์ความรู้ฟิสิกส์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2557). **การสอนซ่อมเสริม: เติมเต็มศักยภาพผู้เรียน**. กรุงเทพฯ: วีพรินท์.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2558). **เทคนิคการเขียนเค้าโครงการวิจัย: แนวทางสู่ความสำเร็จ**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: อมรการพิมพ์.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2560). **เทคนิคการการสร้างเครื่องมือวิจัย: แนวทางการนำไปใช้อย่างมืออาชีพ**. กรุงเทพฯ: อมรการพิมพ์.
- เชษฐา ปัทมสีแก้ว. (2559). **การพัฒนาระบบการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6**. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- โชติกา ภาษีผล. (2559). **การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (LEARNING MEASUREMENT AND EVALUATION)**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณรงค์ฤทธิ์ ฉายา. (2561). **การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติของนิสิตสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4**. วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์. 33(2). 203-219.
- ณัฐภรณ์ หลาวทอง. (2559). **การสร้างเครื่องมือการวิจัยทางการศึกษา**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณิชพร เจริญวานิชกุล. (2560). **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ซูลต์ซ์ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณิศา สุทธิสังข์. (2556). **หน้าที่ของกระบวนการนามธรรมเพื่อสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนผ่านกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด**. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- ทรงสมน วินัยโกศล. (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อ
ความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา
ปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ทองระย้า นัยชิต. (2556). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนากระบวนการสำคัญทาง
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิตสาขา
หลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์.
- ทิพย์ ขำอยู่ .(2556). การพัฒนาวิธีวินิจฉัยทักษะการอ่านภาษาอังกฤษโดยใช้โมเดลลำดับขั้น
คุณลักษณะ : การทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎี
บัณฑิต สาขาการกวดและเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทีศนา แคมมณี. (2562). ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี
ประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 21. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธนบดี อินทาดกรวด. (2560). การเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชา
ชีววิทยาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายระหว่างแบบสอบวินิจฉัยแบบ
เลือกตอบสามระดับกับสี่ระดับ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและ
ประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธัญญ์ริณูญ์ จิรกุลธนศิริโชติ. (2559). การพัฒนารูปแบบการสร้างความสามารถในการวินิจฉัย
ตนเองในทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎี
บัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีระยุทธ จันทะศักดิ์. (2554). การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิต
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- นครชัย ชาญอุไร. (2559). เอกสารประกอบการสอนรหัส ED14401 วิชาการวิจัยทางการศึกษา
(Educational Research). อุดรธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.
- นงเยาว์ อุทุมพร. (2558). **เครื่องมือและเทคนิควิธีการรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัย.** กรุงเทพฯ:
เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มิสท์.
- นงลักษณ์ จิรเมธาทิร. (2557). การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์:
กรณีศึกษา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์
ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- นงลักษณ์ วิรัชชัย. (2542). **โมเดลลิสเรล: สถิติวิเคราะห์สำหรับการวิจัย.** กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- นงลักษณ์ วิรัชชัย. (2557). **มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการวิจัยการศึกษา.** สถาบันวิจัยและพัฒนา
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- นพพร แหยมแสง. (2556). **พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 1.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

- นรินทร์ สังข์รักษา. (2557). การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 6. นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- นภสร เรืองโรจน์รุ่ง. (2558). รายงานวิจัยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นภสร เรืองโรจน์รุ่ง. (2561). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา นครปฐม เขต 1. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- นฤมล อุดรประจักษ์. (2556). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- นลินี ณ นคร. (2558). การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย. ใน บุญศรี พรหมมาพันธุ์ เอกสารการสอนชุดวิชาการพัฒนาเครื่องมือวัดด้านพุทธิพิสัย (Development of Cognitive Measurements Instruments) หน่วยที่ 8-15. พิมพ์ครั้งที่ 5. หน้า 11-1-11-64. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- นวพล นนทภา. (2557). การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- นวพล นนทภา. (2558). รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี = The development correction strategies of logic misconceptions of undergraduate students. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- นวพล นนทภา. (2560). การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวนสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี = The development correction strategies of number system misconceptions of undergraduate students. การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา ครั้งที่ 2 มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม 2560. 691-705.
- นวพล นนทภา. (2561). รายงานการวิจัยการพัฒนาระบบการเรียนรู้โดยใช้เรื่องเชิงคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของไวทกอสกีที่มีการช่วยเสริมศักยภาพ เพื่อส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

- นัฐพงษ์ ทองเชื้อ. (2559). การวิจัยยืมโน้ตที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสมุทรปราการ เขตพื้นที่ การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- น้ำผึ้ง บุญเกียรติ. (2561). การวิจัยยืมโน้ตที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัด สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ณัฐกานต์ รัตนสังข์. (2559). การจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมในชีวิตประจำวัน เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ณัฐลินุช จุยกำวงศ์. (2562). การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตร และการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ณิชภาพร เจริญวานิชกูร. (2560). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและ กลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ซูลต์ซ์ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์. จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- นันทา สุรัรักษา. (2561). รู้ เข้าใจ ใช้แบบทดสอบ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บริสุทธิ์ธรรม พิมพ์ศิริ. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Constructivism เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา. วิทยานิพนธ์ ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2559). ทฤษฎีและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Theories and Development of Instructional Model). พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ทริปเพิ้ลแอด ดูเคชั่น.
- บุษวรรรษ์ แสนปลื้ม. (2560). เอกสารประกอบการสอนรายวิชาการวัดและประเมินผลการเรียนรู้. อุดรธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.
- ปฏิพัฒน์ ติตทะเล. (2559). การใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และความเข้าใจเชิงมนมิติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว. (2557). การศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้ วิชาพีชคณิตเชิงเส้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

- ปพนวัจจน์ ลภัสภิญโญโชค. (2558). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ปพนวัจจน์ ลภัสภิญโญโชค. (2559). การพัฒนามนทัศน์ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร. 13(2), 45-46.
- ปรณัฐ กิจรุ่งเรือง. (2553). การพัฒนารูปแบบการสอนโดยใช้กรณีศึกษาทางศาสตร์การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักศึกษาวิชาชีพครู. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ปราโมทย์ จันทรเรือง. (2551). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการทักษะการคิด และการสรรค์สร้างความรู้สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 2. ลพบุรี: มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี.
- ปราโมทย์ จันทรเรือง. (2552). การออกแบบหลักสูตรและการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถนะสำคัญด้านการคิดและการเรียนรู้. ลพบุรี: ท. การพิมพ์.
- ปรารณา พลอภิชาติ. (2556). การพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปางณา ทูลมาลา. (2559). ข้อผิดพลาดและมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต. รวบบทความวิจัย (Proceeding) การประชุมวิชาการระดับชาติ ครั้งที่ 1 ประจำปี 2559 ภายใต้หัวข้อ “การพัฒนางานวิจัย เพื่อรับใช้สังคม”. 1(1). 1084-1095.
- ปาฮามี อาแว. (2560). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนมนทัศน์ที่มีต่อมนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปัตตานี เขต 1. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
- ปิยณัฐ ชัยเพ็ง. (2559). การวิเคราะห์มนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเศษส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ปิยะธิดา ปัญญา. (2558). การวัดและการทดสอบแบบอิงกลุ่ม. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- พงษ์เทพ สันติกุล. (2560). การวิจัยทางวิทยาศาสตร์สังคมสำหรับนักศึกษาและผู้ปฏิบัติงานสวัสดิการสังคมและสังคมสงเคราะห์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- พรธิดา สุขกรม. (2557). การศึกษามนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- พรพิมล ยังฉิม. (2557). การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้
เครือข่ายเบย์เซียนและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ. วิทยานิพนธ์
 ครุศาสตร์ศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์
 มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
 กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พลกฤษณ์ เทศสิงห์. (2554). การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก ลบ เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์
 มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- พัชรินทร์ ชมภูวิเศษ. (2559). เอกสารประกอบการสอนการวัดและประเมินผลการศึกษา. อุดรธานี:
 มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2559). **เทคนิคการวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่ง
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2560). **หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพฯ: เข้าส์
 ออฟ เคอร์รี่ส์.
- พิทักษ์ นิลนพคุณ. (2556). **ทฤษฎีการสอน**. ในเอกสารประมวลชุดวิชา การพัฒนาระบบการจัดการ
 เรียนรู้ (Development of Learning System Management). สาขาวิชาศึกษาศาสตร์
 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พิมพ์พร อสัมภินพงศ์. (2562). **กิจกรรมประกอบการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ใน
 ระดับประถมศึกษา**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พูนศักดิ์ ศิริโสม. (2561). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจำแนกตามทฤษฎีพหุปัญญา.
 วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏ
 มหาสารคาม.
- ไพรัช จันทรงาม. (2559). การศึกษาและสร้างนวัตกรรมที่ใช้แก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
**คณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ภาค
 ตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง**. บุรีรัมย์: สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏ
 บุรีรัมย์.
- ภมรเมษย์ เลาววิรุฬห์กุล. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการ
**เรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของหมโนทัศน์ที่มีต่อหมโนทัศน์ทาง
 คณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
 คณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ภรทิพย์ ภาคภูมิ. (2560). แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6.
วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ภัทรพร เกษสังข์. (2559). การวิจัยปฏิบัติการ = Action research. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ภาณิชา ศรีรัตน์. (2562). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการ
ให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ภูรินทร์ แดงน้อย. (2559). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ สาระที่ 6: โลกและ
การเปลี่ยนแปลงเพื่อส่งเสริมโน้ตศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
วิทยาศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาฯบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- มกราพันธ์ จุฑะรสก. (2556). การคิดอย่างเป็นระบบ : การประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอน
(ฉบับปรับปรุง). นนทบุรี: โครงการสวัสดิการวิชาการ สถาบันพระบรมราชชนก.
- มนัสสิริ อินทร์สวาท. (2559). การเปรียบเทียบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยแบบสามระดับสำหรับ
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ระดับความมั่นใจที่แตกต่างกัน.
วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์. (2557). คู่มือการจัดระบบการเรียนการ
สอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. ปทุมธานี: ศูนย์เรียนรู้การผลิต
และการจัดการธุรกิจสิ่งพิมพ์ดิจิทัล.
- มารค ตามไท. (2556). ปรัชญาคณิตศาสตร์. ใน สาคกร บุญดาว (บก.), ประมวลสาระชุดสารัตถะ
และวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies of
Mathematics Instruction) หน่วยที่ 1-5 (หน้า 1-1-1-19). พิมพ์ครั้งที่ 2. สาขาวิชา
ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- มาเรียม นิลพันธุ์. (2558). วิธีวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 9. นครปฐม: ศูนย์วิจัยและพัฒนาทาง
การศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- เมษา นวลศรี. (2560). การประเมินผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: SS Document Service.
- เมษา นวลศรี. (2561). แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test). ปทุมธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏ
วไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์.
- ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ. (2556). การศึกษาผลของความรู้ และความเชื่อของนักศึกษาครูที่มีต่อการฝึก
ปฏิบัติการสอนคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2556). การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์ (MEASUREMENT AND ACHIEVEMENT TEST). พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รณิดา เขยชุ่ม. (2551). การเปรียบเทียบคุณภาพของข้อสอบและแบบสอบหลายตัวเลือกที่มีรูปแบบตัวเลือกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2559). พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสถาน.
- ราริน นันทพานิช. (2556). การเปรียบเทียบแบบสอบวินิจฉัยทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตา คอกนิชันด้านความรู้และเมตาคอกนิชันด้านความรู้กับประสบการณ์: ทฤษฎีการสรุป อ้างอิงความน่าเชื่อถือของผลการวัด. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต.
- เรวณี ชัยเชาวรัตน์. (2559). เอกสารประกอบการสอน วิชาการออกแบบและการจัดการเรียนรู้ (Learning Design and Management) รหัสวิชา ED12202. อุดรธานี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.
- ลัดดาวัลย์ เพชรโรจน์ สุภมาศ อังศุโชติ และอัจฉรา ชำนิประศาสน์. (2562). สถิติสำหรับการวิจัยและเทคนิคการใช้ SPSS (Statistics for research and SPSS application techniques). พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: เจริญดีมั่นคงการพิมพ์.
- เลิศบุษยา ไทยเจริญ. (2559). การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบเลือกตอบสามระดับวิชาชีววิทยาของนิสิตฝึกสอน. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต การวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วรรณุช แหยมแสง. (2560). การวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ Measurement and Evaluation of Mathematics. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง. สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี.
- วราพร นครพันธ์. (2556). การวิเคราะห์เชิงพุทธิปัญญาเกี่ยวกับข้อบกพร่อง และมโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วัชรา เล่าเรียนดี. (2556). เทคนิคและยุทธวิธีพัฒนาทักษะการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. พิมพ์ครั้งที่ 10. นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- วัชรา เล่าเรียนดี ปรณัฐ กิจรุ่งเรือง และอรพิน ศิริสัมพันธ์. (2560). กลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เชิงรุกเพื่อพัฒนาการคิดและยกระดับคุณภาพการศึกษา สำหรับศตวรรษที่ 21. พิมพ์ครั้งที่ 12. นครปฐม: เพชรเกษมพรินต์ติ้ง กรุ๊ป จำกัด.
- วันทิศา ทะลาสี. (2557). การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์: กรณีศึกษาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- วัลลภ รัฐฉัตรานนท์. (2557). เทคนิควิจัยทางสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- วัลลภา บุญวิเศษ. (2558). การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์: กรณีศึกษา เรื่อง ความน่าจะเป็น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- วิจิตรา ใจเชื้อ. (2556). การศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- วินัย คำสุวรรณ. (2558). มโนทัศน์และการวิจัยความเข้าใจคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเทอร์เน็ตคอร์ปอเรชั่น.
- วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้าง มโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถ ทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎี บัณฑิตสาขาวิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิรัช วรรณรัตน์. (2557). แนวคิดและหลักการในการวัดและประเมินผลการศึกษา. ใน กัญญา ลิน รัตนศิริกุล (บก.), ประมวลชุดวิชาการประเมินและวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน (Evaluation and Research for Instruction Development) หน่วยที่ 1-7 (หน้า 1-35). พิมพ์ครั้งที่ 6. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วีไล ทองแผ่. (2547). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา. ลพบุรี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัย ราชภัฏเทพสตรี.
- วิชณุ นภาพันธุ์. (2551). การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับ ประถมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วีรพล เทพบรรหาร. (2560). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับ แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน วิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”. วารสารศึกษาศาสตร์. 20(1), 25-36.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2557). การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอก คณิตศาสตร์. ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศรัญญา บุตรวงษ์. (2554). การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนาข้า วิทยาคมสังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดมหาสารคาม. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหา บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

- ศศิธร แม้นสงวน และอุดมเกียรติ ศรีชนะ. (2561). **คณิตศาสตร์ในหลักสูตรมัธยมศึกษา 1.**
กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศศิวรรณ เมลืองนนท์. (2549). **ผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์.** วิทยานิพนธ์
ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศักดิ์ดา กิ่งโก้. (2560). **การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยแบบสี่ขั้นและตัวแบบกิจกรรมการปรับลด
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ
ชั้นสูง.** วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยวัดผลและสถิติการศึกษา
มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศิริเดช สุชีวะ. (2538). **การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
คณิตศาสตร์.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยการศึกษา จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ศิริเดช สุชีวะ. (2550). **การวิเคราะห์จุดอ่อนและจุดแข็งของผู้เรียน.** ในหนังสือชุดปฏิรูปการศึกษา
“การประเมินผลการเรียนรู้แนวใหม่” บรรณาธิการโดย สุวิมล ว่องวานิช. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. หน้า 154-176.
- ศิริพร ไชยศรี. (2559). **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องตรรกศาสตร์โดยใช้การสอนแบบอุปนัย
เพื่อสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียน
เทพา จังหวัดสงขลา.** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศิริรัตน์ ศิริวิโรจน์สกุล. (2551). **การเปรียบเทียบผลการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง
การสอนด้วยโครงงานและการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน: งานวิจัยเชิงทดลองที่ใช้
การวินิจฉัยข้อบกพร่องเป็นตัวแปรปรับ.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย
การศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศศิวรรณ วณิชวัฒน์วรชัย (2560). **วิธีสอนทั่วไป.** พิมพ์ครั้งที่ 6. นครปฐม: ศูนย์วิจัยและพัฒนาทาง
การศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ศิวารักษ์ พรหมรักษา. (2560). **รายงานการวิจัยการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา
วิชาเอกคณิตศาสตร์คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.** เลย: มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย.
- ศุภกร มาลีแก้ว และยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ. (2561). **การประชุมวิชาการระดับชาติและนานาชาติครั้งที่
2 พ.ศ. 2561.** การศึกษาความเข้าใจตัวแปรทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.
มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์.
- ศุภลักษณ์ ทองจีน. (2560). **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา การออกแบบและการจัดการเรียนรู้.
อุดรธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.**
- ศุวินัย ลครชัย. (2560). **การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิด
ของ Polya เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.**
วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏ
มหาสารคาม.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). **ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ.** กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). **ตัวอย่างการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 3.** กรุงเทพฯ: บริษัท 3 คิว มีเดีย จำกัด.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2562). **ผลการทดสอบระดับชาติ (O-NET).** สืบค้นจาก www.niets.or.th.
- สมชาย วรกิจเกษมสกุล. (2554). **ระเบียบวิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.** อุดรธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2551). **หลักการคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- สมนึก ภัททิยธนี และปาหนัน ภัททิยธนี (2556). **เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์.** กภาพสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2562). **การวัดผลการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 12. กภาพสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์.
- สมบูรณ์ ชิตพงษ์ และ เตือนใจ เกตุษา. (2561). **การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือพหุพิสัย. ในประมวลชุดสถิติ วิจัย และประเมินผลการศึกษา (Statistics Research and Evaluation in Education) หน้าที่ 9-15 (หน้า 9-1-9-85).** พิมพ์ครั้งที่ 12. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- สมประสงค์ เสนารัตน์. (2555). **การพัฒนาการทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อวินิจฉัย กระบวนการพหุปัญญาในการเรียนรู้คณิตของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยประยุกต์ใช้โมเดล การตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติ.** วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- สมพร พลจันทร์. (2556). **การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2540). **นวัตกรรมเพื่อการแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละ.** วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สังคม ศุภรัตน์กุล. (2557). **เอกสารประกอบการสอนวิชา ระเบียบวิธีวิจัยและสถิติขั้นสูง (Advance Research Methodology and Statistics).** อุดรธานี: สำนักงานโครงการบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.

- สังวร รัตตะโกก. (2561). การวัดและประเมินผลสำหรับการจัดการศึกษาอิงมาตรฐาน. นนทบุรี: จตุพรดีไซน์.
- สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา. (2561). คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
- สาธิต จันทรวินิจ. (2558). สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สายพิณ ล้ำเลิศ. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สาวิตรี จุ้ยทอง. (2559). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถด้าน การคำนวณของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ในการเรียนร่วมกับนักเรียนปกติ ที่มีวิธีการเรียนรู้ต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาวิจัยและพัฒนา หลักสูตร มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2557). การพัฒนาศักยภาพการประเมินผลในชั้นเรียนเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องของผู้เรียน. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2554). คู่มือการประเมินคุณภาพภายนอกรอบสาม (พ.ศ. 2554-2558) ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับสถานศึกษา พ.ศ. 2554. กรุงเทพฯ: สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน).
- สิริพร ทิพย์คง. (2558). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพพิชชาการ (พว).
- สุกัญญา สีสมบา. (2554). การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- สุทธารัตน์ บุญเลิศ. (2556). การพัฒนาความคิดรวบยอดทางการคูณของนักเรียนภายใต้บริบท การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สุทธารัตน์ บุญเลิศ. (2560). มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ที่ใช้ นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 40(2), 17-29.
- สุเทพ จันท์สมศักดิ์. (2556). ธรรมชาติโครงสร้างของคณิตศาสตร์. ใน สาคร บุญดาว (บก.), ประมวลสาระชุดสาระและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies of Mathematics Instruction) หน่วยที่ 1-5 (หน้า 1-31). พิมพ์ครั้งที่ 2. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย. (2559). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้ เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สุปราณี บุระ. (2557). การพัฒนาแบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการค้าเงินการเลข คณิตพื้นฐานโดยใช้คอมพิวเตอร์: การประยุกต์โมเดลตีโอเอ็นเอ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร ดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุพรรณษา หอมฤทธิ์. (2559). การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยลำดับขั้นเพื่อศึกษาแนวคิดที่ คลาดเคลื่อนและการขาดความรู้เรื่อง แรงและกฎการเคลื่อนที่ สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 จังหวัดสิงห์บุรี. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยา ศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุพักตร์ พิบูลย์. (2559). การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย. ใน บุญศรี พรหม มาพันธุ์ เอกสารการสอนชุดวิชาการพัฒนาเครื่องมือวัดด้านพุทธิพิสัย (Development of Cognitive Measurements Instruments) หน่วยที่ 1-7. พิมพ์ครั้งที่ 6. หน้า 7-1-7-42. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- สุภาภรณ์ มณีประวัติ. (2561). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สหวิทยาเขตวังทองหลาง กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สุมาลี มีสกุล. (2558). การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการประยุกต์ใช้โมเดลการ วินิจฉัยเชิงจำแนก. วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนา ศักยภาพมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุรเดช อนันตสวัสดิ์. (2560). การพัฒนาระบบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาเคมีโดยใช้ แบบสอบวินิจฉัยสามระดับร่วมกับการสะท้อนข้อมูลย้อนกลับด้วยคอมพิวเตอร์ สำหรับ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและ ประเมินผลการศึกษาการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์. (2556). การประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2559). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 12. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ ไวยกุล. (2559). การพัฒนารูปแบบการออกแบบเลิร์นนิ่งออบเจกต์บนแท็บเล็ตโดยใช้เกมเป็น ฐานที่มีการช่วยเสริมศักยภาพเพื่อส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มี ความบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชา เทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิมล ตีรกานันท์. (2555). การวิเคราะห์ตัวแปรพหุในงานวิจัยทางสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- สุวิมล เสวกสุริยวงศ์. (2553). การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบสอบวินิจฉัยทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผล การศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เสน่ห์ หมายจากกลาง. (2557). การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์: กรณีศึกษา เรื่อง เศษส่วน. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- อภิชัย ล้มสุวิชาโน. (2561). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อภิลักษณ์ เคนไชยวงศ์. (2553). ความรู้เชิงมโนทัศน์ : จุดเน้นของการสอนคณิตศาสตร์. การประชุมเชิงปฏิบัติการร่วมกับนักศึกษาปริญญาเอกสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- อรนุช ลิมตศิริ. (2561). การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการ. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อรพรรณ พรหมจิตติพงศ์. (2556). การวิเคราะห์เชิงพุทธิปัญญาเกี่ยวกับข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิตสาขาวิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อรรถโกวิท ไชยประเสริฐ. (2555). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในเครือคริสตจักรสะพานเหลือง. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยรามคำแหง
- อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาโมทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2556). จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์. ใน สาคร บุญดาว (บก.), ประมวลสาระชุดสาระและวิธีวิทยาทางคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies of Mathematics Instruction) หน่วยที่ 1-5 (หน้า 1-35). พิมพ์ครั้งที่ 2. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- อัมพร ม้าคะนอง. (2558). **คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2559). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาทิตยา สำราญอินทร์. (2553). **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับโมทัศน์ที่มีต่อโมทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุบลรัตน์ เพ็งสฤติย์. (2556). **จิตวิทยาการเรียนรู้**. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อุไรวรรณ ปานทโชติ. (2560). **พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา = Mathematics teaching in high school**. กำแพงเพชร : คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร.
- อุไรวรรณ ศรีไชยมูล. (2554). **การวิเคราะห์โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- อุษาวดี จันทรสณี. (2559). **การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีแก้ปัญหา. ในประมวลชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Provision of Learning Experiences in Mathematics) หน่วยที่ 9-15 (หน้า 10-2-10-89)**. พิมพ์ครั้งที่ 3. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ไอริน ชุ่มเมืองเย็น พรรณี เหมาะ และวิวัฒน์ ไทยขา. (2561). **การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. รายงานการประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับชาติ ครั้งที่ 2 “GRADUATE SCHOOL CONFERENCE 2018” มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา**. 2(1), 1035-1042.
- Adams, Georgia S. and Theodore, Torgerson L. (1964). **Measurement and Evaluation in Education Psychology and Guidance**. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Ashkenazi, y. (2017). **Common Mathematical mistakes and Misconceptions Among Pre-Academic Israeli Students**. *International Journal of Arts & Sciences*. 10(1). 305-320.
- Ashlock, R. B. (2010). **Error patterns in computation**. Columbus, Ohio: Charles E. Merrill Publishing Co. 18(10), 311-314
- Ausubel, D. P. (1968). **Educational Psychology. A Cognitive View**. New York: Rinehart and Winston.

- Ay, Y. (2017). **A review of research on the misconceptions in mathematics education.** In Mack & Mustafa (Ed.), *Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology 2017* (pp. 21-31). Iowa State University.
- Barcellos, A. (2005). **Mathematical misconceptions of college -age algebra students.** Doctoral dissertation. University of California.
- Bell, F. H. (1978). **Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School).** Dubuque, Iowa: Wm.C.Brown Company Publishers.
- Ben- Hur, M. (2006). **Concept-Rich Mathematics Instruction: Building a Strong Foundation for Reasoning and Problem Solving.** Alexandria: Virginia USA.
- Booth, L. R. (1988). **Algebra: Children Strategies and Errors: A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project.** Windsor. UK NFER-NELSON.
- Booth, J. L., Barbieri, C., Eyer, F., & Blagoev, J. P. (2014). Persistent and pernicious misconceptions in algebraic problem solving. *Journal of Problem Solving*, 7(1). 10-23.
- Borasi, R. (1985). **Using Errors as Springboards for the Learning of Mathematics: An Introduction.** Focus on Learning Problems in Mathematics 7. 3-4
- Bloom, B. (1971). **Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.** New York: McGraw-Hill Book Co.
- Brown & Vanlehn. (1980). **Repair Theory: A Generative Theory of Bugs in Procedural Skills.** Cognitive Science.
- Brown, F. G. (1970). **Principles of Educational and Psychological Testing.** New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Bruner, J. (1963). **The process of education.** New York: Alfred A. Knopf, Inc. and Random House.
- Bush, S. (2011). **Analyzing common algebra-related misconceptions and errors of middle school students..** Doctoral dissertation. University of Louisville.
- Cai, J. (2004). Developing Algebraic Thinking in the earlier Grades from an International Perspective. *The Mathematics Educator*, 8(1): 1-5.
- Cangelosi, J. S. (2003). **Teaching mathematics in Secondary and Middle school.** U.S.A: Peason Education.
- Carpenter, T. P. et al. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.

- Chai, C. M. & Ang, B. H. (1987). Identifying the reasons underlying pupils particular errors in simple algebraic expressions and equations. **Proceedings of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education**. (ICMI-SEAMS) (June 1-3) : 189 - 198.
- Chambers, P. (2010). **Teaching Mathematics: Developing as a Reflective Secondary Teacher**. SAGE London.
- Chan, C. (2015). **Conceptual and Procedural Knowledge Folded and Unfolded: A Study on Their Contributions in Solving Multi-step Linear Equation Problems**. Doctoral dissertation. The Chinese University of Hong Kong.
- Charlesworth, R. (2005). Prekindergarten Mathematics: Connecting with National Standards. **Experience in math for young children**. 32(4), 229-230.
- Ciofalo, W. A. (2010). **DIMS Exemplar Set of Items 8th-Grade Mathematics**. Educational Testing Service.
- Cockburn, A. & Littler, H. (2010). The Upper Students Conceptions and Misconceptions about Photosynthesis in Khon Kaen. **SEAMEORECSAM**. 84(4), 3-6.
- De Cecco, J. P. (1968). **The Psychology of learning and Instruction**. New York: Prentice Hall.
- Dick, W. & Carey, L. (2005). **The Systematic Design of Instruction**. 6th ed. Boston: PERASON.
- Dienes, Z. P. (1971). **Building up Mathematics**. 4th ed. Hutchinson Educational: London.
- Dougherty, B. (2016, September). 2B or Not 2B: Misconceptions in Algebraic Reasoning. In **Conferences and Professional Development**. NCTM's Interactive Institutes. Retrieved from <https://www.nctm.org>.
- Egodawatte, G. (2011). **Secondary School Students Misconception in Algebra**. Doctoral dissertation. University of Toronto, Canada.
- Flagg, V. (2014). **Newman's Error Analysis and mathematical language: Diagnosing mathematical errors on word problems made by 4th graders who attend a low SES school**. Doctoral dissertation. Mercer University.
- Gagné, R. M. (1974). **Principles of Instructional Design**. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gould, H. (2013). **Teachers' Conceptions of Mathematical Modeling**. Doctoral dissertation. Columbia University.
- Gronlund, N. E. (1976). **Measurement and Evaluation in Teaching**. New York: Macmillan Publishing Co. Inc.

- He, J. (2015). **Preservice elementary teachers' conceptions of mathematical definitions**. Doctoral dissertation. Michigan State University.
- Iddrisu, M.M., Abukari, A. & Boakye, S. (2017). Some Common Misconceptions and Misinterpretations in Basic Algebra: A Case of Students of University For Development Studies and Navrongo Senior High School in Ghana. **British Journal of Education**. 9(5). 22-44.
- John, A. (2004). **Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally**. Pearson Education.
- Joyce, B., Well, M., & Showers, B. (2011). **Models of Teaching**. Boston: Allyn and Bacon.
- Jurkovic, N. (2001). Diagnosing and Correcting Student's Misconceptions in an Educational Computer Algebra System. **Proceedings of the 2001 international symposium on Symbolic and algebraic computation**. 195 – 200. Retrieved from <https://dl.acm.org>
- Kaplan, A. (1995). **The Conduct of Inquiry**. San Francisco: Chandler.
- Kilpatrick, J. Swafford, J. & Findell, B. (Ed.). (2001). **Adding it up: Helping children learn mathematics**. Washington: National Academy Press Washington, DC.
- Klausmcier, H. J. (1985). **Education Psychology**. United States of America, Harper and Row.
- Lasley, T. J., Matczynski, T. J. and Rowley, J. B. (2003). **Instructional Models: Strategies for Teaching in a Diverse Society**. U.S.A: The Wadsworth Group.
- Li, X. (2006). **Cognitive analysis of students' errors and misconceptions in variables, equations, and functions**. Doctoral dissertation. Texas A&M University.
- Linda, B. G., (2016). Tracking Decimal Misconceptions: Strategic Instructional Choices. **teaching children mathematics**. 8(22), Retrieved from www.nctm.org.
- Lindquist, E. F. (1963). **Educational measurement**. Washington, DC: American Conneil on Education.
- Luka, M. (2013). **Misconceptions and Errors in Algebra Grade 11 Level: The Case of two Selected Secondary Schools in Petauke District**. Master's thesis. University of Lusaka.
- Manizade, A. (2006). **Designing measures for assessing teachers' pedagogical content knowledge of geometry and *measurement at the middle school level**. Doctoral dissertation. University of Virginia.

- McAninch, M. J. (2015). **A qualitative study of secondary mathematics teachers' questioning, responses, and perceived influences.** Doctoral dissertation. The University of Iowa.
- McBride, J. H. (2014). **The impact of explicit instruction on preservice teachers' conceptions of randomness.** Doctoral dissertation. Indiana State University.
- Meir Ben-Hur. (2006). **Concept-Rich Mathematics Instruction: Foundation for Reasoning and Problem Solving.** Alexandria: Virginia USA.
- Miller, B. V. (2015). **Understanding the meaning of the equal sign : an investigation of elementary students and teachers.** Doctoral dissertation. University of Louisville.
- Mohyuddin, R. G. & Khalil, U. (2016). Misconceptions of Students in Learning Mathematics at Primary Level. 38,(1). **Bulletin of Education and Research.** 133-162.
- Morrissey, G. (2017). **The Relationship Between Enactment of Common Core State Standards-Mathematics, Student Misconceptions Concerning Negative Signs, Distribution, and Diagrams, Student Achievement, and Teacher Variables.** Doctoral dissertation. Illinois Institute of Technology.
- Movshovitz-Hader, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education.** 18(1), 3-14
- Mulungye, M. (2016). **Sources of Student Errors and Misconceptions in Algebra and Influence of Classroom Practice Remediation in Secondary Schools Machakos Sub- County, Kenya.** Master's Thesis. Kenyatta University.
- Naseer, M. S. (2015). Analysis of Students' Errors and Misconceptions in pre-University Mathematics Courses. **Proceedings: First International Conference on Teaching & Learning.** 34-39.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and standards for School Mathematics.** Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ojose, B. (2015). **Common Misconceptions in Mathematics : Strategies to Correct Them.** Lanham: UPA.
- Ong, S. T. & Lim, S. K. (1987). **Understanding and Error in Algebra.** Processing of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education.
- Piaget, J. (1972). Intellectual Evolution from Adolescence to Adulthood. **Human Development,** 19. Wiley: New York.

- Radatz, H. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. **Journal of Research in Mathematics Education**. 10.
- Rakes, C. (2010). **Misconceptions in Rational Numbers, Probability, Algebra, and Geometry**. Doctoral dissertation. University of Louisville.
- Raney, M. (2016). **Knowledge of algebra for teaching quadratic equations: the impact of knowledge dimensions on planning and pedagogical strategies**. Doctoral dissertation. University of Louisville.
- Russell, M., O'Dwyer, L.M., & Miranda, H. (2009). Diagnosing students' misconceptions in algebra: Results from an experimental pilot study. **Behavior Research Methods**. 41(2), 414-424.
- Sadera, W. A. (2001). **Conceptual Change-Based Instruction and Preservice Teacher Technology Preparation: A Collective Case Study**. Un-Published Doctoral Dissertation, Iowa State University.
- Sahin, O. & Soylu, Y. (2011). **Mistakes and misconception of elementary school student about the concept of variable**. *Procedia Social and Behavioral Sciences*.
- Saylor, J. G., & et al. (1981). **Curriculum Planning for Better Teaching and Learning**. 4th ed. Japan : Hoit-Saunders International Editions
- Schnepper, L. & McCoy, L. (2017). Analysis of Misconceptions in High School Mathematics. **Networks: An Online Journal for Teacher Research**. 15(1). Retrieved from/https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1152503.pdf.
- Singha, H. S. (1974). **Modern Education Teaching**. New Delhi: Sterling pub.
- Skinner, B. F. (1974). **About Behaviorism**. New York : Alford A Kupt F.
- Smook, A. M. (2017). **The Impact of Journal Writing on Students' Understanding of Rational Number Operations of Eight Seventh Grade Students at Jackson Middle School**. Doctoral dissertation. University of South Carolina.
- Stacey, K. & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. **The Mathematics Teacher**. 90(2), 110-113.
- Stepans, J. (2005). **Targeting Students' Science Misconceptions Physical Science Concepts Using the Conceptual Change Model**. Lincoln: Showboard publication.
- Stokes-Levine, A. (2017). **Instructional teacher job resources and student achievement in mathematics**. Doctoral dissertation. University of Louisville.
- Subanji & Nusantara, T. (2016). Thinking Process of Pseudo Construction in Mathematics Concepts. **International Education Studies**. 2(9). 17-31.

- Teachey, A. (2003). **Investigations in conceptual understanding of polynomial functions and the impact of mathematical belief systems on achievement in an accelerated summer program for gifted students.** Doctoral dissertation. North Carolina State University.
- Tekin-Sirava, R. (2017). Middle Grade Students' Concept Images of Algebraic Concepts. **Journal of Education and Learning**. 6(3), 299-304.
- Thorndike, R. M. & Thorndike-C. T. (2010). **Measurement and evaluation in psychology and education.** Boston: Pearson.
- Titus, F. (2010). **A cognitive analysis of developmental mathematics students' errors and misconceptions in real number computations and evaluating algebraic expressions.** Doctoral dissertation. University of Houston.
- Vlassis, J. (2008). The Role of Mathematical Symbols in the Development of Number Conceptualization: The Case of the Minus Sign. **Philosophical Psychology**, 21(4), 2008.
- Wilder, S. (2015). Classroom challenge: A 3D snapshot of student learning in mathematics. **The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas**, 88(3), 77-84.
- Williams, T. G. (2011). **Reaching Algebra Readiness (RAR).** Rotterdam: SensePublishers.
- Wilson, Jame W. (1971). **Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.** New York: U.S.A. McGraw-Hill.
- Xiaobao, L. (2006). **Cognitive Analysis of Students' Errors and Misconceptions in Variables, Equations, and Functions.** Doctoral dissertation. Texas A & M University.
- Yorulmaz, A. & Onal, H. (2017). Examination of the Views of Class Teachers Regarding the Errors Primary School Students Make in Four Operations. **Universal Journal of Educational Research**. 5(11). Retrieved from <https://eric.ed.gov>.
- Zielinski, S. F. (2017). **From No to Yes: The Impact of an Intervention on the Persistence of Algebraic Misconceptions among Secondary School Algebra Students.** Doctoral dissertation. Northeastern University.



ภาคผนวก

GRAD VRU



ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบเครื่องมือ

GRAD VRU

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ จันทร์เรือง
 - กศ.บ. (การประถมศึกษา)
 - มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - กศ.ม. (การประถมศึกษา)
 - มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - คด. (หลักสูตรและการสอน)
 - จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 - รองศาสตราจารย์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บงกช นิ่มตระกูล
 - ศษ.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
 - ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา)
 - มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
 - ปร.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)
 - มหาวิทยาลัยขอนแก่น
 - ผู้ช่วยศาสตราจารย์
 - มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงศรี ตุ่นทอง
 - กศ.บ. (คณิตศาสตร์)
 - มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา)
 - มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - กศ.ด. (การทดสอบ และวัดผลการศึกษา)
 - มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - คณบดี คณะครุศาสตร์
 - มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิไล ทองแผ่
 - กศ.บ. (ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - คม. (สถิติการศึกษา) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 - กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)
 - มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 - ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต
 - มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี



ภาคผนวก ข

แบบประเมินคุณภาพองค์ประกอบของมนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

GRAD VRU

**แบบประเมินคุณภาพองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)**

คำชี้แจง

ขอให้ท่านพิจารณาข้อความว่าเป็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตหรือไม่ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับความคิดเห็นของท่านเพียงระดับเดียว

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
1. ด้านภาษา และสัญลักษณ์					
1.1 ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้					
1.2 ความหมายของตัวแปรที่ใช้					
1.3 เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์					
2. ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ					
2.1 ความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์					
2.2 ขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์					
2.3 หลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์					
3. ด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล					
3.1 ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา					
3.2 ด้านการคิดคำนวณ					
3.3 การตรวจสอบและการสรุปผล					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ค

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพืชคณิตสำหรับ
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

GRAD VRU

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์สำหรับ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

5C MODEL

1. หลักการของรูปแบบ

1) การจัดการเรียนรู้เน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรม คิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเองจากข้อมูลที่ได้มาเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง

2) การจัดการเรียนรู้เน้นกระบวนการคิด ควบคู่กับการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อพบต้องดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

2.1 เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.2 เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) เป็นการทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ทางฟิสิกส์โดยครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์แล้วใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนทบทวน และสรุปมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และครูทำการตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางฟิสิกส์ (Construction: C) เป็นการจัดการเรียนรู้โดยครูนำเสนอ มโนทัศน์ทางฟิสิกส์ ให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีลำดับไม่ตายตัวสามารถพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าคือ 1) ตีความหมายด้านภาษา สัญลักษณ์ 2) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) การสรุปขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล จนเกิดความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางฟิสิกส์ได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์ที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) เป็นการให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์เพื่อเป็นการตรวจสอบว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนด้านใด โดยให้นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจสอบมโนทัศน์ร่วมกัน แล้วให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอ มโนทัศน์ดังกล่าว และครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์ของนักเรียน (Change: C) เป็นการให้ครูชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้นเกิดจากสาเหตุใด และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยมีหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์ (Check: C) เป็นการให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและครูจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

4. การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ

4.1 การวัดและประเมินผลก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้ เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน

4.2 การวัดและประเมินผลระหว่างการจัดการเรียนรู้เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยนักเรียนและครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน





ภาคผนวก ง

คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
พีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

GRAD VRU

คู่มือการใช้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

A DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL MODEL
TO CORRECT MISCONCEPTIONS IN ALGEBRA FOR
LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

GRAD VRU

อติเรก เฉลียวฉลาด

คำนำ

คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นฉบับนี้ เป็นเอกสารที่อธิบายรายละเอียด ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่จัดทำขึ้น เพื่อให้ผู้ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เข้าใจองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งคู่มือฉบับนี้ประกอบด้วยสาระสำคัญ 5 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ส่วนที่ 2 แนวคิดพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ส่วนที่ 3 องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.1 หลักการของรูปแบบ

3.2 วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

3.3 กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

3.4 การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ

ส่วนที่ 4 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ส่วนที่ 5 ตัวอย่างเครื่องมือการประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ

ผู้ใช้จะใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้นี้ได้บรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของรูปแบบนั้น ผู้ใช้จะต้องศึกษาคู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้เข้าใจชัดเจนก่อนนำไปใช้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

1. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างมีวิจรรณญาณ คิดอย่างเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) จากความสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อการพัฒนาคุณภาพมนุษย์โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment) จึงได้กำหนดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้หลัก และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วยสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

พีชคณิตเป็นสาระที่มีสำคัญสาระหนึ่งของคณิตศาสตร์ตั้งที่นักรักศึกษาด้านคณิตศาสตร์หลายท่านให้ความสำคัญในการเรียนการสอนพีชคณิตจนเกิดเป็นคำขวัญว่า “Algebra for All” และเกิดเป็นคำพูดว่า “Algebra for Everyone” (วิชญ์ นภาพันท์, 2551) นักเรียนทุกคนควรเรียนพีชคณิต ทั้งนี้เนื่องมาจากวิธีการและแนวคิดของพีชคณิตจะช่วยสนับสนุนงานทางคณิตศาสตร์ เช่นทางด้านเครือข่ายการติดต่อสื่อสาร กฎทางฟิสิกส์ เปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นประตูสู่ความสำเร็จของการศึกษาคณิตศาสตร์ในทุกสาขา พีชคณิตถูกจัดให้เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มีความสำคัญเป็นพื้นฐานอันสำคัญ และมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง เป็นพื้นฐานอันสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง และวิทยาการหลายแขนง เป็นเครื่องมือของนักเรียนทุกคนในการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจรรณญาณ (Cai, 2004; กระทรวงศึกษาธิการ, 2551; วิจิตร ใจชื่อ, 2556) นอกจากนี้ ทางสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่ง

สหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ได้ให้ความสำคัญของความสามารถทางพีชคณิตว่ามีส่วนในการดำเนินชีวิตของบุคคลทั้งในการประกอบอาชีพ และเตรียมตัวศึกษาต่อในระดับสูงขึ้น ดังนั้นการเรียนรู้พีชคณิตจึงเป็นเป้าหมายที่สำคัญของนักเรียนทุกคนในฐานะที่จะเป็นพลังอันสำคัญในการเรียนรู้ นักเรียนควรได้รับการปลูกฝังให้นักเรียนสนใจในการสร้างความเข้าใจ เห็นความสำคัญ และประโยชน์ของพีชคณิต

เมื่อพิจารณาการวิเคราะห์การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ย้อนหลัง 3 ปีการศึกษา (พ.ศ. 2559–พ.ศ. 2561) ตามสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 พบว่า พีชคณิตมีผลการสอบในระดับประเทศได้ค่าเฉลี่ยร้อยละ 38.58, 30.04 และ 26.80 ในระดับจังหวัดสระบุรี ได้ค่าเฉลี่ยร้อยละ 36.25, 28.90 และ 25.51 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2562) ซึ่งรายงานผลการประเมินดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้พีชคณิตของนักเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ ควรได้รับการปรับปรุง การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับต้องปรับปรุงนั้น อาจเนื่องมาจาก นักเรียนขาดเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นสิ่งสำคัญจำเป็นมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ (Cockburn & Littler, 2010; อัมพร ม้าคะนอง, 2558; วิชาเร เล่าเรียนดี, 2556; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) ดังนั้นนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะสามารถเชื่อมโยง มีความสามารถในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น ด้วยความสำคัญดังกล่าว จึงกล่าวได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจำเป็นต้องมี ครูคณิตศาสตร์จึงพยายามพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ทุกคน แต่ในความเป็นจริงพบว่าแม้ นักเรียนจะได้รับการสอนจากครูคนเดียวกันในเวลาเดียวกัน ก็ยังมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ อาจเนื่องมาจากความแตกต่างของนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา ความถนัด ความสนใจ รวมทั้งความบกพร่องในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งนำไปสู่ปัญหาที่สำคัญได้แก่ การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) เป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกฎ หรือลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความที่ไม่สอดคล้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนยังมีบางสิ่งที่ยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไรก็จะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้โดยเฉพาะในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีความต่อเนื่อง มีความซับซ้อนและมีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งการทราบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนจะเป็นข้อมูลย้อนกลับในการปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นข้อมูลในการวางแผนพัฒนาการเรียนรู้อีก

แก้ไขและหลีกเลี่ยงไม่ให้นักเรียนที่คลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ตลอดจนแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เหล่านี้มีความสำคัญมากในการพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางในการช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาและพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2557; Li, 2006) ดังนั้นผู้วิจัยเห็นว่าหากมีการศึกษาเกี่ยวกับนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตจะทำให้ครูทราบว่ามีนักเรียนที่มีนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตอย่างไร จะได้นำไปปรับปรุง และแก้ไข เพื่อให้นักเรียนมีนวัตกรรมที่ถูกต้อง ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นต่อไป ซึ่งจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า ยังไม่พบงานวิจัยที่พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยทำการศึกษาวិเคราะห์ สังเคราะห์องค์ประกอบของนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และนำผลการศึกษาไปพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

2. แนวคิดพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

แนวคิดพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย แนวคิดเกี่ยวกับ ทฤษฎีการเรียนรู้ต่างๆ ประกอบด้วยทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ ทฤษฎีการเรียนรู้ของดิวอี้ ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ ทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์ทั้น หลักการสอนคณิตศาสตร์ แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนนวัตกรรม และองค์ประกอบองค์ประกอบของนวัตกรรมที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่ค้นพบในระยะที่ 1 ที่มีความสัมพันธ์กันมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget, 1972) เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ของมนุษย์ที่เน้นพัฒนาการทางสติปัญญาเป็นไปตามวุฒิภาวะ ประสบการณ์ การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม และกระบวนการพัฒนาที่สมดุล เพียเจต์แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนตามวัยต่างๆ เป็นลำดับขั้น การจัดการเรียนรู้ต้องคำนึงถึงพัฒนาการของนักเรียนในช่วงที่กำลังเปลี่ยนแปลงจากขั้นหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการทางสติปัญญาอย่างรวดเร็วเพียเจต์เน้นความสำคัญของการทำความเข้าใจธรรมชาติ และพัฒนาการของนักเรียน

2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner, 1963) เป็นทฤษฎีที่เน้นผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมซึ่งนำไปสู่การค้นพบและการแก้ปัญหาเรียกว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบ ผู้เรียนจะประมวลผลข้อมูลข่าวสารจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และจะรับรู้สิ่งที่ตนเองเลือกหรือสิ่งที่ใส่ใจ การเรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้เกิดการค้นพบเนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ลงมือกระทำ ซึ่งจะเป็นแรงผลักดันที่ทำให้สำรวจสิ่งแวดล้อม ทำให้เกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบและให้ความสำคัญกับ นวัตกรรมหลัก 4 อย่างคือ โครงสร้าง ความพร้อม สหัชญาณ และแรงจูง

2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagné & Briggs, 1974) เป็นทฤษฎีที่เน้นการเรียนรู้สามารถปรับปรุงได้ด้วยการแยกย่อยงาน การจัดลำดับให้ชัดเจน ความรู้ในระดับที่สูงจะต้องอาศัยความรู้ในระดับที่ต่ำกว่า ในการจัดการเรียนรู้ต้องจัดให้เป็นไปตามลำดับทั้งเนื้อหาและมโนทัศน์ต่าง ๆ จากง่ายเพื่อเป็นฐานในการเรียนสิ่งที่ยาก

2.4 ทฤษฎีการเรียนรู้ของดีเนส (Dienes, 1971) เป็นทฤษฎีที่มุ่งพัฒนาสติปัญญาโดยให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้

2.5 ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ เนอร์ (Skinner, 1974) เป็นทฤษฎีที่เน้นผู้เรียนได้ลงมือกระทำเอง โดยไม่ต้องรอสิ่งเร้าจากภายนอกมากระตุ้น แต่เกิดจากสิ่งภายในตัวผู้เรียนเอง พฤติกรรมส่วนใหญ่จะมีลักษณะเกิดขึ้นเอง และสกินเนอร์เชื่อว่าถ้าต้องการให้พฤติกรรมคงที่อยู่ตลอดเวลาไปจำเป็นต้องเสริมแรงทั้งทางบวก และทางลบ

2.6 ทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์น (Browm & Vanlehn, 1980) เป็นทฤษฎีที่เน้นมนุษย์เรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาในเรื่องใดจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นประกอบด้วย ทฤษฎีการซ่อมแซมของบราวและเวนเลห์นอธิบายกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนแต่ละคนว่ามโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้มีทั้งมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และเชื่อว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางประการของนักเรียนอาจนำไปใช้แก้ปัญหาในระดับง่ายได้ แต่เมื่อโจทย์แบบฝึกหัดมีความยากขึ้น จะไม่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ เมื่อผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จในการดำเนินการจะพยายามปรับกระบวนการหาคำตอบหรือพยายามปรับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมเพื่อให้แก้ปัญหาใหม่ได้

2.7 หลักการสอนคณิตศาสตร์ เน้นประสบการณ์เดิมและความรู้พื้นฐานของนักเรียน ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดด้วยตนเอง เน้นกระบวนการเรียนรู้ควบคู่กับเนื้อหา และนักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมและคิดสรุปด้วยตนเอง

2.8 แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เน้นกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น สอนให้นักเรียนคิดและค้นพบด้วยตนเอง ครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวก จัดกระบวนการเรียนรู้โดยคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

2.9 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อสร้างมโนทัศน์ของลาสเลย์ มัทชินสกี และลองเลย์ (Lasley, Matczynski & Rowley, 2003) มีแนวคิดว่าการสร้างมโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญเพราะทำให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะการประมวลผลข้อมูลในการสังเกตและการตีความข้อมูลของผู้สอนยกตัวอย่าง แล้วผู้เรียนจะต้องคิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเองจากข้อมูลที่ได้มากกว่าข้อมูลของผู้สอนจัดระบบขึ้นมาทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตน

2.10 รูปแบบการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ของจอยส์และวิล (Joyce & Well, 2011) มีแนวคิดว่าการที่จะเข้าใจหรือรู้จักมโนทัศน์ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง สามารถกระทำได้โดยค้นหา และจัดทำรายการคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งนั้น เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งที่เป็นตัวอย่างใช้ (examplars) และสิ่งที่เป็นตัวอย่างไม่ใช่ (nonexamplars) ออกจากตน

2.11 รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของซาเดลา (Sadera, 2001) มีแนวคิดเน้นกระตุ้นประสบการณ์เดิม และให้ผู้เรียนค้นคว้าเพื่อจัดความคลาดเคลื่อนต่างๆ ผ่านหน้าที่รับผิดชอบด้วยตนเอง

2.12 รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์แคนเจลโรซ (Cangelosi, 2003) มีแนวคิดที่ว่าในชีวิตประจำวันเราพบสิ่งที่เป็นรูปธรรมซึ่งสามารถสัมผัสได้ สิ่งเหล่านี้มีลักษณะเฉพาะที่ทำให้เกิดการสร้างระบบของการรับรู้ และจัดประเภทของสิ่งเหล่านั้นตามลักษณะร่วมกัน วิธีการนี้เรียกว่าการสร้างมโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการดำเนินการในจิตใจที่มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล นอกจากนี้ในการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนต้องใช้พื้นฐาน การคิดอุปนัยในการแยกลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อแยกตัวอย่างที่แสดงมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ออกจากกัน และการคิดแบบอุปนัยนี้เป็นกระบวนการที่นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรม หลักการ กฎหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

2.13 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้มข้นมโนทัศน์ของเมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) มีแนวคิดที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มาจากชื่อภาษาอังกฤษ คือ Concept-Rich Mathematics Instruction Model ซึ่งพัฒนาจากแนวคิดของนักการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ชื่อว่า เมียร์ เบน -เฮอร์ โดยมีแนวคิดว่าการจัดการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนมีการพัฒนาหรือสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้มีความเข้มข้น โดยเริ่มจากการทำให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์โดยการให้ผู้เรียนนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมที่ผู้สอนนำเสนอ จากนั้นให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ใหม่โดยการใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ กระบวนการสะท้อนคิด (Reflection) และการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของความรู้ใหม่และแยกลักษณะสำคัญนั้น ๆ ออกมาผ่านบริบทการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ จากนั้นให้ผู้เรียนนำลักษณะสำคัญทั้งหมดที่สามารถแยกออกมาได้นำมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้งานกับบริบทการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมไปถึงบริบทอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากบริบททางคณิตศาสตร์ซึ่งรวมบริบทของชีวิตจริงหรือใกล้เคียงกับชีวิตจริง โดยผู้สอนทำหน้าที่ในการตรวจสอบ ปรับแก้ข้อผิดพลาดของนักเรียนให้มีความเข้าใจที่ถูกต้อง

2.14 รูปแบบการเปลี่ยนมโนทัศน์ของสตีเฟนส์ และชมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009) มีแนวคิดที่เน้นเน้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ของนักเรียนซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน กล่าวคือเป็นมโนทัศน์ที่ไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป โดยรูปแบบได้พัฒนาขึ้นจากทฤษฎีสรคณิยม (Constructivist) ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองในบริบทที่นักเรียนสร้างความรู้ ในขณะที่รับประสบการณ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ และเงื่อนไขการเปลี่ยนมโนทัศน์

3. องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์สำหรับนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

3.1 หลักการของรูปแบบ

3.1.1 การจัดการเรียนรู้เน้นนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรม คิดค้นหาวิธีการจัดระบบความคิดของตนเองจากข้อมูลที่ได้มาเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง

3.1.2. การจัดการเรียนรู้เน้นกระบวนการคิด ควบคู่กับการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อพบต้องดำเนินการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ให้ถูกต้อง

3.2 วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

3.2.1 เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.2.2 เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.3 กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) เป็นการทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ทางฟิสิกส์โดยครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์แล้วใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนทบทวน และสรุปมโนทัศน์เดิมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และครูทำการตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางฟิสิกส์ (Construction: C) เป็นการจัดการเรียนรู้โดยครูนำเสนอโมโนทัศน์ทางฟิสิกส์ ให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีลำดับไม่ตายตัวสามารถพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าคือ 1) ตีความหมายด้านภาษา สัญลักษณ์ 2) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ และ 3) การสรุปขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผล จนเกิดความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางฟิสิกส์ได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์ที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) เป็นการให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์เพื่อเป็นการตรวจสอบว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนด้านใด โดยให้นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจสอบมโนทัศน์ร่วมกัน แล้วให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอโมโนทัศน์ดังกล่าว และครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางฟิสิกส์ของนักเรียน (Change: C) เป็นการให้ครูชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้นเกิดจากสาเหตุใด และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยมีหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) เป็นการให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและครูจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

3.4 การประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ

3.4.1 การวัดและประเมินผลก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้ เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน

3.4.2 การวัดและประเมินผลระหว่างการจัดการเรียนรู้เป็นการวัดผลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยนักเรียนและครูผู้สอนเป็นผู้ประเมิน



GRAD VRU

4. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัสวิชา ค 21102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2562
หน่วยการเรียนรู้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
เรื่อง การแก้สมการ		เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัดชั้นปี

เข้าใจและใช้สมบัติของการเท่ากันและสมบัติของจำนวน เพื่อวิเคราะห์ และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ค 1.3 ม.1/1)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้

- 1.1 บอกสมบัติของการเท่ากัน
- 1.2 แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ

มีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P)

3. ด้านคุณลักษณะ

- 3.1 มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A)
- 3.2 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน (A)

สาระการเรียนรู้

การแก้สมการ

มโนทัศน์ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน

1. ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
สมการที่สามารถจัดให้อยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก
สมการที่อยู่ในรูป $x + a = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวกโดยนำ จำนวนตรงข้ามของ b บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร x

กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C)

1. ทบทวนมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดดังนี้
 - ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนบวกอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลบวกจะเป็นอย่างไร (เท่ากัน)
 - ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนบวกอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลบวกจะเป็นอย่างไร (เท่ากัน)
 - จากการที่นำจำนวนที่เท่ากันมาดำเนินการบวกกับทั้งสองข้างของสมการแล้วผลบวกจะเท่ากันเป็นไปตามสมบัติอะไร (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)
 - ให้นักเรียนสรุปสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ (ถ้ามีจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลบวกจะเท่ากัน)
2. ครูตรวจสอบการสรุปสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก โดยสังเกต ความรู้ ความคิดของนักเรียนที่สรุปออกมาว่าครบถ้วนและเพียงพอที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่
3. ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมไปสู่มโนทัศน์ใหม่ เป็นการเชื่อมโยงเกี่ยวกับความหมายคำตอบของสมการ ความหมายของการแก้สมการ และการใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกในการแก้สมการโดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดดังนี้
 - จะรู้ได้อย่างไรว่า 12 เป็นคำตอบของสมการ $18 + x = 30$ (เมื่อนำ 12 ไปแทนค่าของตัวแปร x แล้วทำให้สมการ $18 + x = 30$ เป็นจริง)
 - จากสมการ $x + 15 = 30$ อะไรคือคำตอบของสมการ (ค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการ $x + 15 = 30$ เป็นจริง)
 - การแก้สมการคืออะไร (การหาคำตอบทั้งหมดของสมการ)
 - สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกช่วยในการหาคำตอบของสมการได้อย่างไรซึ่งเป็นคำถามกระตุ้นความคิดเพื่อให้ผู้เรียน มีความสงสัยใคร่รู้ และเกิดความท้าทายในความคิดที่จะเรียนมโนทัศน์ในเรื่องต่อไป

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C)

2.1 สร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิตใหม่

ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ครูยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวดังนี้ $2x + 1 = 0$, $5y = 0$, $3c - 4 = 0$, $a = 16$, $2d - 24 = d$ และให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้นจากการใช้คำถามกระตุ้นความคิดว่าจากสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวดังกล่าวแต่ละสมการมีอะไรเหมือนกัน (เป็นสมการที่มีตัวแปรเดียว เลขชี้กำลังของตัวแปรมีค่าเท่ากับ 1 โดยสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$)

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (เป็นสมการที่มีตัวแปรเดียว เลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 1 โดยสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$)

มโนทัศน์ด้าน
ความหมายและ
ลักษณะของบท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

3. ครูตั้งปัญหาทางพีชคณิตให้นักเรียนพิจารณา และตอบคำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

ปัญหาที่ 1 พิจารณา $9x + 2 = 11$

- $9x + 2 = 11$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่เพราะเหตุใด (เป็นเพราะสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$)

ปัญหาที่ 2 พิจารณา $-a + 2 = 14$

- $-a + 2 = 14$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่เพราะเหตุใด (เป็นเพราะสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$)

มโนทัศน์ด้าน
ความหมายและ
ลักษณะของบท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

มโนทัศน์ด้าน
ความหมายและ
ลักษณะของ
บทนิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

ปัญหาที่ 3 พิจารณา $-a^2 + 2 = 14$

- $-a^2 + 2 = 14$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่เพราะเหตุใด (ไม่เป็นเพราะเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 2)

ปัญหาที่ 4 พิจารณา $x - 2 = 15$

- $x - 2 = 15$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่เพราะเหตุใด (เป็นเพราะสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$)

มโนทัศน์ด้าน
ความหมายและ
ลักษณะของบท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก
4. ครูตั้งปัญหาทางพีชคณิตเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกให้นักเรียนพิจารณา และตอบคำถามกระตุ้นความคิดดังนี้

ปัญหาที่ 5 พิจารณาสมการ $x - 24 = 40$

- จากทางด้านซ้ายของสมการ $x - 24 = 40$ ประกอบไปด้วยอะไรบ้าง (ตัวแปร x และ -24 บวกกันอยู่)

- จะทำอย่างไรให้ทางซ้ายของสมการ $x - 24 = 40$

เหลือเพียงตัวแปร x (บวกด้วย 24 เข้าทั้งสองข้างของสมการ $x - 24 = 40$)

จากสมการ $x - 24 = 40$

นำ 24 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

$$\text{จะได้ } x - 24 + 24 = 40 + 24$$

$$\text{ดังนั้น } x = 64$$

- สมบัติดังกล่าวที่ใช้คือสมบัติใด (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)

- จะรู้ได้อย่างไรว่า ค่าของตัวแปร x ที่ได้เป็นคำตอบของสมการ

$x - 24 = 40$ (ตรวจสอบคำตอบ โดยแทน x ด้วย 64 ในสมการ $x - 24 = 40$ ว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงสรุปได้ว่าเป็นคำตอบของสมการ)

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 64 ในสมการ $x - 24 = 40$

จะได้ $64 - 24 = 40$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 64 เป็นคำตอบของสมการ $x - 24 = 40$

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

ปัญหาที่ 6 พิจารณาสมการ $y + 14 = 66$

- จากทางด้านซ้ายของสมการ $y + 14 = 66$ ประกอบไป

ด้วยอะไรบ้าง (ตัวแปร y และ 14 บวกกันอยู่)

- จะทำอย่างไรให้ทางซ้ายของสมการ $y + 14 = 66$

เหลือเพียงตัวแปร y (บวกด้วย -14 เข้าทั้งสองข้างของสมการ $y + 14 = 66$)

จากสมการ $y + 14 = 66$

นำ -14 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $y + 14 + (-14) = 66 + (-14)$

ดังนั้น $y = 52$

- สมบัติดังกล่าวที่ใช้คือสมบัติใด (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)

- จะรู้ได้อย่างไรว่า ค่าของตัวแปร y ที่ได้เป็นคำตอบของสมการ

$y + 14 = 66$ (ตรวจสอบคำตอบ โดยแทน y ด้วย 52 ในสมการ $y + 14 = 66$ ว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงสรุปได้ว่าเป็นคำตอบของสมการ)

ตรวจสอบ แทน y ด้วย 52 ในสมการ $y + 14 = 66$

จะได้ $52 + 14 = 66$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 52 เป็นคำตอบของสมการ $y + 14 = 66$

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายการแก้สมการ

โดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก (เมื่อสมการอยู่ในรูป

$x + a = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว เราสามารถแก้สมการโดยใช้

สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวกโดยนำ จำนวนตรงข้ามของ a

บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร x)

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้
บทนิยาม
ทฤษฎีบท และ
สมบัติทาง
คณิตศาสตร์

2.2 สรุปมโนทัศน์ทางพีชคณิตที่สร้างขึ้น

ให้นักเรียนสรุป 1. ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (เป็นสมการที่มีตัวแปรเดียว เลขชี้กำลังของตัวแปร มีค่าเท่ากับ 1 โดยสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$) และ 2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก (เมื่อสมการอยู่ในรูป $x + a = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก โดยนำ จำนวนตรงข้ามของ a บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร

มโนทัศน์ด้าน ความหมายและ ลักษณะ และ หลักการ ดำเนินการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท และ สมบัติทาง คณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C)

1. นักเรียนร่วมกลุ่มแลกเปลี่ยนและตรวจสอบความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก
2. นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเป็นรายบุคคล แล้วแลกเปลี่ยน และตรวจสอบภายในกลุ่ม
3. ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน (Change: C)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบกับข้อสรุปที่นักเรียนสร้างขึ้นดังนี้

- ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นสมการที่มีตัวแปรเดียว เลขชี้กำลังของตัวแปร มีค่าเท่ากับ 1 โดยสามารถจัดอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

- การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก (เมื่อสมการอยู่ในรูป $x + a = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวกโดยนำ จำนวนตรงข้ามของ a บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร

2. ให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้องจากการนำเสนอของกลุ่มที่ทำถูกต้อง และครูทำหน้าที่อธิบายเพิ่มเติม

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C)

ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆซ้ำอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ถ้ายังพบนักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ครูจะชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดในมโนทัศน์นั้นๆของนักเรียนเพื่อให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. สื่อการเรียนรู้

แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเกี่ยวกับความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก

2. แหล่งศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม

2.1 ห้องสมุดโรงเรียน

2.2 ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. การวัดผล

วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ตรวจแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเกี่ยวกับความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก	แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเกี่ยวกับความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก	ร้อยละ 70 ผ่านเกณฑ์
สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

2. การประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (กำลังพัฒนา)	1 (ต้องปรับปรุง)
1. เกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางพีชคณิตเกี่ยวกับความหมายและลักษณะ	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องร้อยละ 90 ขึ้นไป	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องร้อยละ 80 - 89	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องร้อยละ 60 - 79	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องต่ำกว่าร้อยละ 60

ประเด็น การ ประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (กำลัง พัฒนา)	1 (ต้อง ปรับปรุง)
ของสมการ เชิงเส้นตัว แปรเดียว และ หลักการใน การ ดำเนินการ ใช้สมบัติ เกี่ยวกับ การเท่ากัน การบวก				
2. เกณฑ์ การ ประเมิน ความ สามารถใน การสื่อสาร สื่อ ความหมาย ทาง คณิตศาสตร์	ใช้รูป ภาษา และ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ ในการ สื่อสาร สื่อ ความหมาย สรุปผล และนำเสนอ ได้อย่าง ถูกต้อง ชัดเจน	ใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการ สื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้ถูกต้อง แต่ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์	ใช้รูป ภาษา และ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ ในการ สื่อสาร สื่อ ความหมาย สรุปผล และนำเสนอ ได้ถูกต้อง บางส่วน	ใช้รูป ภาษา และ สัญลักษณ์ ทาง คณิตศาสตร์ ในการ สื่อสาร สื่อ ความหมาย สรุปผล และนำเสนอ ไม่ได้
3. เกณฑ์ การ ประเมิน ความม านะใน การทำ ความเข้าใจ	มีความตั้งใจ และ พยายามใน การทำความเข้าใจ ปัญหา และ แก้ปัญหา	มีความตั้งใจและพยายามในการทำความเข้าใจ ปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มี ความอดทนและท้อแท้ต่ออุปสรรคจนทำให้ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สำเร็จเล็กน้อย	มีความตั้งใจ และ พยายามใน การทำความเข้าใจ ปัญหา และ แก้ปัญหา	ไม่มีความ ตั้งใจและ พยายามใน การทำความเข้าใจ ปัญหา และ แก้ปัญหา

ประเด็น การ ประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (กำลัง พัฒนา)	1 (ต้อง ปรับปรุง)
ปัญหาและ แก้ปัญหา ทาง คณิตศาสตร์	ทาง คณิตศาสตร์ มีความ อดทนและ ไม่ท้อแท้ต่อ อุปสรรคจน ทำให้ แก้ปัญหา ทาง คณิตศาสตร์ ได้สำเร็จ		ทาง คณิตศาสตร์ แต่ไม่มี ความอดทน และท้อแท้ ต่ออุปสรรค จนทำให้ แก้ปัญหา ทาง คณิตศาสตร์ ได้ไม่สำเร็จ เป็นส่วน ใหญ่	ทาง คณิตศาสตร์ ไม่มีความ อดทนและ ท้อแท้ต่อ อุปสรรคจน ทำให้ แก้ปัญหา ทาง คณิตศาสตร์ ได้ไม่สำเร็จ
4. เกณฑ์ การ ประเมิน ความมุ่งมั่น ในการ ทำงาน	มีความ มุ่งมั่นในการ ทำงานอย่าง รอบคอบ จนงาน ประสบ ผลสำเร็จ เรียบร้อย ครบถ้วน สมบูรณ์	มีความมุ่งมั่นในการทำงานอย่างรอบคอบ จนงาน ประสบผลสำเร็จเรียบร้อยส่วนใหญ่	มีความ มุ่งมั่นในการ ทำงานอย่าง รอบคอบ จนงาน ประสบ ผลสำเร็จ เรียบร้อย ส่วนน้อย	มีความ มุ่งมั่นในการ ทำงานแต่ไม่ มีความ รอบคอบ ส่งผลให้งาน ไม่ประสบ ผลสำเร็จ อย่างที่ควร

ชื่อ-สกุล.....

โรงเรียน.....

แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
 ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้
 สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก (ครั้งที่ 1)

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมา 3 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

2. จงแก้สมการ $a - 28 = 56$

.....

.....

.....

.....

3. จงแก้สมการ $b + 2.5 = 3.6$

.....

.....

.....

.....

4. จงแก้สมการ $c - 7\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

.....

.....

.....

.....

ชื่อ-สกุล.....

โรงเรียน.....

แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
 ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้
 สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการบวก (ครั้งที่ 2)

1. จงแก้สมการ $a - 25 = -56$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงแก้สมการ $b + 2.5 = -3.7$

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงแก้สมการ $c + 7\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

GRAD VRU

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
ภาคเรียนที่ 2

รหัสวิชา ค 21102
ปีการศึกษา 2562

หน่วยการเรียนรู้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เรื่อง การแก้สมการ

เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัดชั้นปี

เข้าใจและใช้สมบัติของการเท่ากันและสมบัติของจำนวน เพื่อวิเคราะห์ และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ค 1.3 ม.1/1)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้

- 1.1 บอกสมบัติของการเท่ากัน
- 1.2 แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ

มีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (P)

3. ด้านคุณลักษณะ

- 3.1 มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (A)
- 3.2 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน (A)

สาระการเรียนรู้

การแก้สมการ

มโนทัศน์ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณสมการที่อยู่ในรูป $ax = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณโดยนำจำนวน $\frac{1}{a}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร

กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ

ขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C)

1. ทบทวมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดดังนี้
 - ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลคูณจะเป็นอย่างไร (เท่ากัน)

- ถ้ามีจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งที่เป็นเศษส่วนมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลคูณจะเท่ากันตัวส่วนต้องมีค่าอย่างไร (ไม่เท่ากับ 0)

- ให้นักเรียนสรุปสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณในการดำเนินการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ (ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ((ถ้ามีจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลคูณจะเท่ากัน)) และขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ (ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times \frac{1}{c} = b \times \frac{1}{c}$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ((ถ้ามีจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งที่เป็นเศษส่วนมาคูณตัวส่วนต้องไม่เท่ากับศูนย์แต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลคูณจะเท่ากัน))

2. ครูตรวจสอบการสรุปสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ โดยสังเกต ความรู้ ความคิดของนักเรียนที่สรุปออกมาว่าครบถ้วนและเพียงพอว่าจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่

3. ชั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมไปสู่มโนทัศน์ใหม่ เป็นการเชื่อมโยงเกี่ยวกับความหมายคำตอบของสมการ ความหมายของการแก้สมการ และการใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณในการแก้สมการโดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดดังนี้

- จะรู้ได้อย่างไรว่า 15 เป็นคำตอบของสมการ $2x = 30$ (เมื่อนำ 15 ไปแทนค่าของตัวแปร x แล้วทำให้สมการ $15 \times 2 = 30$ เป็นจริง)

- จากสมการ $2x = 30$ อะไรคือคำตอบของสมการ (ค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการ $2x = 30$ เป็นจริง)

- สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณช่วยในการหาคำตอบของสมการได้อย่างไรซึ่งเป็นคำถามกระตุ้นความคิดเพื่อให้ผู้เรียน มีความสงสัยใคร่รู้ และเกิดความท้าทายในความคิดที่จะเรียนมโนทัศน์ในเรื่องต่อไป

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C)

2.1 สร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิตใหม่

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ

1. ครูตั้งปัญหาทางพีชคณิตเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณให้นักเรียนพิจารณา และตอบคำถามกระตุ้นความคิดดังนี้

ปัญหาที่ 1 พิจารณาสมการ $\frac{a}{9} = 2$

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง

- จากทางด้านซ้ายของสมการ $\frac{a}{9} = 2$ ประกอบไปด้วยอะไรบ้าง (ตัวแปร a และ $\frac{1}{9}$ คูณกันอยู่)
- จะทำอย่างไรให้ทางซ้ายของสมการ $\frac{a}{9} = 2$ เหลือเพียงตัวแปร a (คูณด้วย 9 เข้าทั้งสองข้างของสมการ $\frac{a}{9} = 2$)

$$\text{จากสมการ } \frac{a}{9} = 2$$

นำ 9 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{a}{9} \times 9 = 2 \times 9$$

$$\text{ดังนั้น } a = 18$$

- สมบัติดังกล่าวที่ใช้คือสมบัติใด (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ)
- จะรู้ได้อย่างไรว่า ค่าของตัวแปร a ที่ได้เป็นคำตอบของสมการ $\frac{a}{9} = 2$ (ตรวจสอบคำตอบ โดยแทน a ด้วย 18 ในสมการ $\frac{a}{9} = 2$ ว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงสรุปได้ว่าเป็นคำตอบของสมการ)

$$\text{ตรวจสอบ แทน } a \text{ ด้วย } 18 \text{ ในสมการ } \frac{a}{9} = 2$$

$$\text{จะได้ } \frac{18}{9} = 2 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

$$\text{ดังนั้น } 18 \text{ เป็นคำตอบของสมการ } \frac{a}{9} = 2$$

มโนทัศน์ด้านการ
ตรวจสอบและ
การสรุปผล

ปัญหาที่ 2 พิจารณาสมการ $12b = 60$

- จากทางด้านซ้ายของสมการ $12b = 60$ ประกอบไปด้วยอะไรบ้าง (ตัวแปร b และ 12 คูณกันอยู่)
- จะทำอย่างไรให้ทางซ้ายของสมการ $12b = 60$ เหลือเพียงตัวแปร b (คูณด้วย $\frac{1}{12}$ เข้าทั้งสองข้างของสมการ $12b = 60$)

$$\text{จะได้ } 12b \times \frac{1}{12} = 60 \times \frac{1}{12}$$

$$\text{ดังนั้น } b = 5$$

- สมบัติดังกล่าวที่ใช้คือสมบัติใด (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ)
- จะรู้ได้อย่างไรว่า ค่าของตัวแปร b ที่ได้เป็นคำตอบของสมการ

$12b = 60$ (ตรวจสอบคำตอบ โดยแทน b ด้วย 5 ในสมการ $12b = 60$ ว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงสรุปได้ว่าเป็นคำตอบของสมการ)

$$\text{ตรวจสอบ แทน } b \text{ ด้วย } 5 \text{ ในสมการ } 12b = 60$$

$$\text{จะได้ } 12 \times 5 = 60 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

$$\text{ดังนั้น } 5 \text{ เป็นคำตอบของสมการ } 12b = 60$$

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

มโนทัศน์ด้านการ
ตรวจสอบและการ
สรุปผล

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายการแก้สมการ โดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ (เมื่อสมการอยู่ในรูป $ax = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณโดยนำ จำนวน $\frac{1}{a}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร x)

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

2.2 สรุปมโนทัศน์ทางพีชคณิตที่สร้างขึ้น

ให้นักเรียนสรุปการแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ (เมื่อสมการอยู่ในรูป $ax = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณโดยนำ จำนวน $\frac{1}{a}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร x)

มโนทัศน์ด้าน
หลักการในการ
ดำเนินการใช้บท
นิยาม ทฤษฎีบท
และสมบัติทาง
คณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C)

1. นักเรียนรวมกลุ่มแลกเปลี่ยนและตรวจสอบการแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ
2. นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเป็นรายบุคคล แล้วแลกเปลี่ยน และตรวจสอบภายในกลุ่ม
3. ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยครูทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน (Change: C)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบกับข้อสรุปที่นักเรียนสร้างขึ้นดังนี้
เมื่อสมการอยู่ในรูป $ax = b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b เป็นค่าคงตัว เราสามารถแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณโดยนำ จำนวน $\frac{1}{a}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร x)
2. ให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้องจากการนำเสนอของกลุ่มที่ทำถูกต้อง และครูทำหน้าที่อธิบายเพิ่มเติม

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C)

ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆซ้ำอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นั้นถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ถ้ายังพบนักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ครูจะชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดในมโนทัศน์นั้นๆของนักเรียนเพื่อให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. สื่อการเรียนรู้

แบบทดสอบวินิจฉัยสมรรถนะที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ

2. แหล่งศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม

2.1 ห้องสมุดโรงเรียน

2.2 ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. การวัดผล

วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ตรวจแบบทดสอบวินิจฉัยสมรรถนะที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ	แบบทดสอบวินิจฉัยสมรรถนะที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ	ร้อยละ 70 ผ่านเกณฑ์
สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

2. การประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (กำลังพัฒนา)	1 (ต้องปรับปรุง)
1. เกณฑ์การประเมินสมรรถนะทางพีชคณิตเกี่ยวกับการหลักการในการดำเนินการการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องร้อยละ 90 ขึ้นไป	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องร้อยละ 80 - 89	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องร้อยละ 60 - 79	ทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องต่ำกว่าร้อยละ 60
2. เกณฑ์การประเมินความ	ใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทาง	ใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทาง	ใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทาง	ใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทาง

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (กำลังพัฒนา)	1 (ต้องปรับปรุง)
สามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายสรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน	คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายสรุปผล และนำเสนอได้ถูกต้องแต่ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์	คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายสรุปผล และนำเสนอได้ถูกต้องบางส่วน	คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายสรุปผล และนำเสนอไม่ได้
3. เกณฑ์การประเมินความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	มีความตั้งใจและพยายามในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความอดทนและไม่ท้อแท้ต่ออุปสรรคจนทำให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ	มีความตั้งใจและพยายามในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีความอดทนและท้อแท้ต่ออุปสรรคจนทำให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สำเร็จเล็กน้อย	มีความตั้งใจและพยายามในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีความอดทนและท้อแท้ต่ออุปสรรคจนทำให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สำเร็จเป็นส่วนใหญ่	ไม่มีความตั้งใจและพยายามในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่มีความอดทนและท้อแท้ต่ออุปสรรคจนทำให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สำเร็จ
4. เกณฑ์การประเมินความมุ่งมั่นในการทำงาน	มีความมุ่งมั่นในการทำงานอย่างรอบคอบ จนงานประสบความสำเร็จเรียบร้อย ครบถ้วนสมบูรณ์	มีความมุ่งมั่นในการทำงานอย่างรอบคอบ จนงานประสบความสำเร็จเรียบร้อยส่วนใหญ่	มีความมุ่งมั่นในการทำงานอย่างรอบคอบ จนงานประสบความสำเร็จเรียบร้อยส่วนน้อย	มีความมุ่งมั่นในการทำงานแต่ไม่มีความรอบคอบ ส่งผลให้งานไม่ประสบความสำเร็จอย่างที่ควร

ชื่อ-สกุล.....
โรงเรียน.....

แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
การแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ (ครั้งที่ 1)

1. จงแก้สมการ $14a = 84$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงแก้สมการ $\frac{b}{9} = -12$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงแก้สมการ $\frac{4c}{5} = -24$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ-สกุล.....

โรงเรียน.....

แบบทดสอบวินิจฉัยมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ที่ตลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
การแก้สมการโดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันการคูณ (ครั้งที่ 2)

1. จงแก้สมการ $21a = -105$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงแก้สมการ $\frac{b}{9} = -11$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงแก้สมการ $\frac{4c}{5} = -24$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. เครื่องมือการประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบ

5.1 แบบทดสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต เรื่อง สมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล..... ชั้น.....
โรงเรียน.....

แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา
ตอนต้นประกอบด้วยข้อสอบเลือกตอบจำนวน ข้อโดยประกอบไปด้วย

- 1.1 ด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ข้อ 1-3
- 1.2 ด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ ข้อ 4-8
- 1.3 ด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ ข้อ 9-12
- 1.4 ด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ข้อ 13-17
- 1.5 ด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ข้อ 18-22
- 1.6 ด้านหลักในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ข้อ 23-27
- 1.7 ด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา ข้อ 28-32
- 1.8 ด้านการคิดคำนวณ ข้อ 33-37
- 1.9 ด้านการตรวจสอบและการสรุปผล ข้อ 38-40

2. ให้นักเรียน X ตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเดียวลงในแบบทดสอบ พร้อมแสดงเหตุผลหรือ
หลักการคิดหาคำตอบทุกข้อ

ตอนที่ 1 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้

1. $3x = 24$ เขียนเป็นประโยคภาษาตรงกับข้อใด
 - ก. จำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วยสามมีค่าเท่ากับยี่สิบสี่

- ข. สามเท่าของผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งได้สี่สิบสี่
 ค. สามเอ็กซ์มีค่าเท่ากับสี่สิบสี่
 ง. สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสี่สิบสี่

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

2. $\frac{x}{12} = 80$ เขียนเป็นประโยคภาษาตรงกับข้อใด

- ก. หนึ่งในสิบสองของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 จงหาจำนวนนั้น
 ข. เอ็กซ์ในสิบสองเท่ากับ 80
 ค. จำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 จงหาจำนวนนั้น
 ง. สิบสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 จงหาจำนวนนั้น

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

3. $5x - 1 = 9$ เขียนเป็นประโยคภาษาตรงกับข้อใด

- ก. ห้าเอ็กซ์ลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาค่าของเอ็กซ์
 ข. ห้าเอ็กซ์ของผลต่าง 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาค่าของเอ็กซ์
 ค. ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนนั้น
 ง. ห้าในจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนนั้น

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 2 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้

4. ข้อใดเปรียบเทียบค่าของ $5b$ กับ b ได้ถูกต้อง

- ก. $5b > b$ เนื่องจาก $5b = b + b + b + b + b$
 ข. $5b > b$ เนื่องจาก “b คูณ 5”
 ค. ถ้า $b > 0$ จะได้ $b < 4b$ และ $b < 0$ จะได้ $b > 5b$
 ง. $b < 5b$ เนื่องจาก b มีเพียงตัวเดียว

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

5. ตัวแปรในสมการ $5a - 2a = 18$ ตรงกับข้อใด

- ก. 18 ข. a ค. $5a - 2a$ ง. $a = 6$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

6. ตัวแปรในสมการ $-b + 21 = 25$ ตรงกับข้อใด

- ก. b ข. $-b$ ค. $b = -4$ ง. 25

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

7. “กวีมีอายุ 45 ปีมากกว่าอายุของดนน้อยอยู่ 6 ปีแม่มีอายุเท่าใด” จากโจทย์สิ่งที่กำหนดเป็นตัวแปรคือข้อใด

- ก. 6 ปี ข. มากกว่า ค. ดนนัย ง. อายุของแม่

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

8. “ประยुทธ์มีน้ำหนัก 44 กิโลกรัม น้อยกว่าประวิตร 8 กิโลกรัม ประยुทธ์หนักกี่กิโลกรัม” จากโจทย์สิ่งที่กำหนดเป็นตัวแปรคือข้อใด

- ก. น้ำหนักที่น้อยกว่า ข. ประยुทธ์มีน้ำหนัก 44 กิโลกรัม
ค. น้ำหนักของประวิตร ง. ประยुทธ์

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 3 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์

9. “หกเท่าของผลบวกของ a กับ 115” ตรงกับนิพจน์ข้อใด

- ก. $6(a + 115)$ ข. $6 + a + 115$ ค. $6a + 115$ ง. $6 + a \times 115$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

10. “สามในห้าของสองเท่าของผลต่างของ c กับ 9” ตรงกับนิพจน์ข้อใด

- ก. $3 + 5[2(c - 9)]$ ข. $3 + 5(2c - 9)$ ค. $\frac{3}{5}(2c - 9)$ ง. $\frac{3}{5}[2(c - 9)]$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

11. “จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5” ถ้าจำนวนนั้นคือ e แล้วตรงกับสมการข้อใด

- ก. $e + 1 + 3 = 5$ ข. $3e + 1 = 5$ ค. $e + 3 = 5$ ง. $2 + 3 = 5$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

12. “สามเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดได้ 49 จงหาจำนวนนั้น” ถ้าจำนวนนั้นคือ f แล้วตรงกับสมการข้อใด

- ก. $3(f - 7) = 49$ ข. $3f - 7 = 49$
ค. $3f + 1 - 7 = 49$ ง. $3(f - 1 - 7) = 49$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 5 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท
และสมบัติ

18. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $2 + 3a$ มีค่าเท่ากับ $5a$

ข. $2a - 1$ มีค่าเท่ากับ a

ค. $16a - 4a$ มีค่าเท่ากับ $12a$

ง. $16a - 2a + 6$ มีค่าเท่ากับ $20a$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

19. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $5b + 2$ มีค่าเท่ากับ $7b$

ข. $2b - 1$ มีค่าเท่ากับ 0

ค. $b - 4b$ มีค่าเท่ากับ $-3b$

ง. $5b - 2b + 4$ มีค่าเท่ากับ $7b$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

20. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $5 + 2c$ มีค่าเท่ากับ $7c$

ข. $2c - 2$ มีค่าเท่ากับ 0

ค. $16c - 4$ มีค่าเท่ากับ $12c$

ง. $11c - 2c + 3$ มีค่าเท่ากับ $9c + 3$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

21. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับการหาค่าของ a จากสมการ $2a - 2 = 18$

ก. $2a - 2 = 0$ ดังนั้น $2a - 2 = 18$ มีค่าเท่ากับ $0 = 18$ เป็นไปไม่ได้จึงไม่สามารถหาค่าของตัวแปรได้

ข. $2a - 2 = a$ ดังนั้น $2a - 2 = 18$ มีค่าเท่ากับ $a = 18$

ค. $2a - 2 = 18$ ดังนั้น $a = (10 + 2) \div 2$

ง. $2a - 2 = 0$ ดังนั้น $2a - 2 = 18$ มีค่าเท่ากับ $0 = 18$ และ $a = 0$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

22. ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใดๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $-(-a)(b) = -(-a)(-b)$

ข. $-a(bc) = (-a)(b)(-a)(c)$

ค. $(a + b)c = ac + bc$

ง. $\frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 6 การวินิจฉัยสมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักในการดำเนินการใช้พินัยม
ทฤษฎีบท และสมบัติ

23. $-7(2b - 4)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-(7 \times 2b) + 7 \times (-4)$

ข. $(-7) \times 2b + 7 \times (-4)$

ค. $(-7) \times 2b + (-7) \times (-4)$

ง. $(-7) \times 2b + (-4)$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

24. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. $12b + 2b = 14b^2$

ข. $b + 2b + 3b = 6b^3$

ค. $5b - 2b = 0$

ง. $6b - 2b + 3b = 7b$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

25. ข้อใดต่อไปนี้เป็นใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกได้ถูกต้อง

ก. $2x + 5 = 9$ จะได้ $2x = 14$

ข. $4 + 7x = 9$ จะได้ $3 + 7x = 10$

ค. $3x - 5 = 4$ จะได้ $3x - 2 = 7$

ง. $6x - 3 = 13$ จะได้ $6x = 15$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

26. ถ้า $a \div 5 = 15$ แล้ว $(a \div 5) \times 5$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 15×5

ข. $15 \times (-5)$

ค. $15 \div 5$

ง. $15 \div (-5)$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

27. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้องเกี่ยวกับการหาค่าของ a จากสมการ $-5a + 10 = 20$

ก. $a = \frac{20-10}{5}$

ข. $a = \frac{20+10}{5}$

ค. $a = \frac{20-10}{-5}$

ง. $a = \frac{20+10}{-5}$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 7 การวินิจฉัยสมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา

28. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้องเกี่ยวกับขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$

ก. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ -3 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $-3(a - 5) = 6$ เพื่อให้

วงเล็บหมดไปก่อนแล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำ $-\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ -3 หมดไป

ข. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ -3 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $-3(a - 5) = 6$ เพื่อให้

วงเล็บหมดไปก่อน แล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำผลคูณของ -3 กับ -5 บวกทั้งสองข้างสมการเพื่อให้ผลคูณดังกล่าวหมดไป

ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ โดยนำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ -5 หมดไปก่อน

ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ โดยนำ -6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ด้านขวาของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

29. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ต้องเกี่ยวกับขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$

ก. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(b + 3) = 18$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อนแล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 2 หมดไป

ข. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(b + 3) = 18$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อน แล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำผลคูณของ 2 กับ 3 บวกทั้งสองข้างสมการเพื่อให้ผลคูณดังกล่าวหมดไป

ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 3 หมดไปก่อน

ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ -18 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ด้านขวาของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

GRAD VRU

30. ขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ ข้อใดถูกต้อง

ก. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

ข. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

- ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ ต่างกัน สมการ
 $3a + 2 = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการและ สมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ -2 มา
 บวกทั้งสองข้างของสมการ
- ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ ต่างกัน สมการ
 $3a + 2 = 6$ โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างและสมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสอง
 ข้างสมการ

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

31. ขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ ข้อใดถูกต้อง
- ก. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ 1
 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ
- ข. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ
 $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ
- ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ ต่างกัน สมการ
 $5b - 1 = 11$ โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการและสมการ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มา
 คูณทั้งสองข้างสมการ
- ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ ต่างกัน สมการ
 $5b - 1 = 11$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการและ สมการ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ 1 มา
 บวกทั้งสองข้างของสมการ

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

32. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่เกี่ยวกับขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(a - 8) + 4 = 15$
- ก. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ โดยนำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 8 หมด
 ไปก่อน
- ข. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ โดยนำ -4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 4
 หมดไปก่อน

ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ โดยนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ ตัวส่วนหมดไปก่อน

ง. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(a - 8) + 4 = 15$ แล้ว ขั้นตอนถัดมาให้ นำผลคูณของ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างสมการ

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 8 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านด้านการคิดคำนวณ

33. นิพจน์ $-9b - 4b - 18 - 12$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $-13b - 30$ ข. $13b + 30$ ค. $-5b - 6$ ง. $5b + 6$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

34. นิพจน์ $-11d - 5d - 11 - 2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $-6d - 9$ ข. $6d - 9$ ค. $16d + 11$ ง. $-16d - 13$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

35. นิพจน์ $-8e + 3e - 9 + 11$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $-11e - 20$ ข. $11e + 20$ ค. $-5e + 2$ ง. $5e - 2$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

36. นิพจน์ $-15a - 9a$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $15a - 9a$ ข. $-15a + 9a$ ค. $-(15a - 9a)$ ง. $(-15a) + (-9a)$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

37. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $18x - 25x = 7x$ ข. $-30x + 25x = 5x$
ค. $x - 30x = -29x$ ง. $-15x + 9x = 6x$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

ตอนที่ 9 การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและการสรุปผล

38. ข้อใดคือคำตอบของสมการสมการ $2a + 1 = 3$ ที่ถูกต้อง

- ก. สมการ $2a + 1 = 3$ มี $a = 1$ เป็นคำตอบ
ข. $a = 1$ เป็นคำตอบของสมการ $2a + 1 = 3$
ค. 1 เป็นคำตอบของสมการ $2a + 1 = 3$

ง. $a = 1$

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

.....

39. ถ้า $3x + 2x - 13 = 11$ แล้ว $5x$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $x = 5$

ข. 5 เป็นคำตอบของสมการ $3x + 2x - 13 = 11$

ค. 5

ง. 25

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

.....

40. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น

ข. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการที่ถูกต้องจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น

ค. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการที่มีตรวจสอบคำตอบของสมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น

ง. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการที่มีตรวจสอบคำตอบจากการแก้สมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหาได้เมื่อมีการตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ปัญหานั้น

เหตุผลหรือหลักวิธีการคิดในการหาคำตอบ คือ.....

.....

GRAD VRU

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ

1. $3x = 24$ เขียนเป็นประโยคภาษาตรงกับข้อใด

ก. จำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วยสามมีค่าเท่ากับยี่สิบสี่

ข. สามเท่าของผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งได้ยี่สิบสี่

- ค. สามเอ็กซ์มีค่าเท่ากับยี่สิบสี่
ง. สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับยี่สิบสี่

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $3x = 24$ เป็นจำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วยสามมีค่าเท่ากับยี่สิบสี่ซึ่งเป็น <u>ประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</u>
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $3x = 24$ เป็นสามเท่าของผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งได้ยี่สิบสี่ซึ่งเป็น <u>ประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</u>
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $3x = 24$ เป็นสามเอ็กซ์มีค่าเท่ากับยี่สิบสี่ซึ่งเป็น <u>ประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</u>
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $3x = 24$ เป็นสามเท่าของจำนวน ๆ หนึ่งมีค่าเท่ากับยี่สิบสี่ ซึ่งเป็น <u>ประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</u>

2. $\frac{x}{12} = 80$ เขียนเป็นประโยคภาษาตรงกับข้อใด
- ก. หนึ่งในสิบสองของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 จงหาจำนวนนั้น
ข. เอ็กซ์ในสิบสองเท่ากับ 80
ค. จำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 จงหาจำนวนนั้น
ง. สิบสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 จงหาจำนวนนั้น

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $\frac{x}{12} = 80$ เป็นหนึ่งในสิบสองของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 ซึ่งเป็น <u>ประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</u>
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลง

<p>สัญลักษณ์ $\frac{x}{12} = 80$ เป็นเอ็กซ์ในสิบสองเท่ากับ 80 ซึ่งเป็นประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $\frac{x}{12} = 80$ เป็นจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 ซึ่งเป็นประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $\frac{x}{12} = 80$ เป็นสิบสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 80 ซึ่งเป็นประโยคภาษาที่ไม่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>

3. $5x - 1 = 9$ เขียนเป็นประโยคภาษาตรงกับข้อใด

- ห้าเอ็กซ์ลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาค่าของเอ็กซ์
- ห้าเอ็กซ์ของผลต่าง 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาค่าของเอ็กซ์
- ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนนั้น
- ห้าในจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนนั้น

การวินิจฉัยโน้ตศน์จากการตอบ
<p>กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $5x - 1 = 9$ เป็นห้าเอ็กซ์ลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาค่าของเอ็กซ์ซึ่งเป็นประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $5x - 1 = 9$ เป็นห้าเอ็กซ์ของผลต่าง 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาค่าของเอ็กซ์ซึ่งเป็นประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโน้ตศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $5x - 1 = 9$ เป็นห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนนั้นซึ่งเป็นประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เนื่องจากแปลงสัญลักษณ์ $5x - 1 = 9$ เป็นห้าในจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 1 มีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนนั้นซึ่งเป็นประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ที่กำหนดให้</p>

4. ข้อใดเปรียบเทียบค่าของ $5b$ กับ b ได้ถูกต้อง

- $5b > b$ เนื่องจาก $5b = b + b + b + b + b$
- $5b > b$ เนื่องจาก “b คูณ 5”
- ถ้า $b > 0$ จะได้ $b < 4b$ และ $b < 0$ จะได้ $b > 5b$
- $b < 5b$ เนื่องจาก b มีเพียงตัวเดียว

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากเปรียบเทียบค่าของ $5b$ มากกว่า b จากจำนวนของ b ที่มากกว่าโดยไม่นำค่าของตัวแปร b มาใช้ในการเปรียบเทียบซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องของความหมายของตัวแปรที่ใช้
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากเปรียบเทียบค่าของ $5b$ มากกว่า b จากที่ 5 มาคูณกับ b โดยไม่นำค่าของตัวแปร b มาใช้ในการเปรียบเทียบซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องของความหมายของตัวแปรที่ใช้
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากเปรียบเทียบค่าของ $5b$ กับ b โดยนำค่าของตัวแปร b มาใช้ในการเปรียบเทียบโดย ถ้า $b > 0$ จะได้ $b < 4b$ และ $b < 0$ จะได้ $b > 5b$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ถูกต้องของความหมายของตัวแปรที่ใช้
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากเปรียบเทียบค่าของ b น้อยกว่า $5b$ จากจำนวนของ b ที่มีตัวเดียว โดยไม่นำค่าของตัวแปร b มาใช้ในการเปรียบเทียบซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องของความหมายของตัวแปรที่ใช้

5. ตัวแปรในสมการ $5a - 2a = 18$ ตรงกับข้อใด

ก. 18

ข. a

ค. $5a - 2a$

ง. $a = 6$

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากระบุค่าคงตัว 18 เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากระบุ a เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากระบุนิพจน์ที่มีตัวแปร $5a - 2a$ เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากระบุค่าของตัวแปร $a = 6$ เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง

6. ตัวแปรในสมการ $-b + 21 = 25$ ตรงกับข้อใด

ก. b

ข. $-b$

ค. $b = -4$

ง. 25

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจากระบุ b เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุนิพจน์ที่มีตัวแปร $-b$ เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุค่าของตัวแปร $b = -4$ เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุค่าคงตัว 25 เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง

7. “กรีมี่อายุ 45 ปีมากกว่าอายุของดณัยอยู่ 6 ปีแม่มีอายุเท่าใด” จากโจทย์สิ่งที่กำหนดเป็นตัวแปรคือข้อใด

- ก. 6 ปี ข. มากกว่า ค. ดณัย ง. อายุของแม่

การวินิจฉัยมีนทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุค่าคงที่คือ 6 ปีเป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุคำกริยาคือ มากกว่าเป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุชื่อคนคือ ดณัยเป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีนทศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุอายุของแม่เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ถูกต้อง

8. “ประยुทรมี่น้ำหนัก 44 กิโลกรัม น้อยกว่าประวิตร 8 กิโลกรัม ประยुทรมี่หนักกี่กิโลกรัม” จากโจทย์สิ่งที่กำหนดเป็นตัวแปรคือข้อใด

- ก. น้ำหนักที่น้อยกว่า ข. ประยुทรมี่น้ำหนัก 44 กิโลกรัม
ค. น้ำหนักของประวิตร ง. ประยुทร

การวินิจฉัยมีนทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุคำกริยาคือ น้ำหนักที่น้อยกว่าเป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก ระบุชื่อคนและค่าคงที่คือ ประยुทรมี่น้ำหนัก 44 กิโลกรัมเป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิพจน์ที่ถูกต้องด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก <u>ระบุน้ำหนักของประวิตรเป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ถูกต้อง</u>
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายของตัวแปรที่ใช้ เนื่องจาก <u>ระบุชื่อคนคือ ประยุทธ์เป็นตัวแปรซึ่งเป็นความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้ไม่ถูกต้อง</u>

9. “หกเท่าของผลบวกของ a กับ 115” ตรงกับนิพจน์ข้อใด

- ก. $6(a + 115)$ ข. $6 + a + 115$ ค. $6a + 115$ ง. $6 + a \times 115$

การวินิจฉัยนิพจน์ที่ผิดจากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่ถูกต้องด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ หกเท่าของผลบวกของ a กับ 115 ได้ $6(a + 115)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง</u>
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ หกเท่าของผลบวกของ a กับ 115 ได้ $6 + a + 115$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง</u>
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ หกเท่าของผลบวกของ a กับ 115 ได้เป็น $6a + 115$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง</u>
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ หกเท่าของผลบวกของ a กับ 115 ได้ $6 + a \times 115$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง</u>

10. “สามในห้าของสองเท่าของผลต่างของ c กับ 9” ตรงกับนิพจน์ข้อใด

- ก. $3 + 5[2(c - 9)]$ ข. $3 + 5(2c - 9)$ ค. $\frac{3}{5}(2c - 9)$ ง. $\frac{3}{5}[2(c - 9)]$

การวินิจฉัยนิพจน์ที่ผิดจากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก

เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ สามในห้าของสองเท่าของผลต่างของ c กับ 9 ได้ $3 + 5[2(c - 9)]$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่านิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ สามในห้าของสองเท่าของผลต่างของ c กับ 9 ได้ $3 + 5(2c - 9)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่านิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ สามในห้าของสองเท่าของผลต่างของ c กับ 9 ได้ $\frac{3}{5}(2c - 9)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่านิพจน์ที่ถูกต้องด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ สามในห้าของสองเท่าของผลต่างของ c กับ 9 ได้ $\frac{3}{5}[2(c - 9)]$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

11. “จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5” ถ้าจำนวนนั้นคือ e แล้วตรงกับสมการข้อใด
 ก. $e + 1 + 3 = 5$ ข. $3e + 1 = 5$ ค. $e + 3 = 5$ ง. $2 + 3 = 5$

การวินิจฉัยนิพจน์จากคำตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ “จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5” ได้ $e + 1 + 3 = 5$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ “จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5” ได้ $3e + 1 = 5$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิพจน์ที่ถูกต้องด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ “จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5” ได้ $e + 3 = 5$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ “จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5” ได้ $2 + 3 = 5$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

12. “สามเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดได้ 49 จงหาจำนวนนั้น” ถ้าจำนวนนั้นคือ f แล้วตรงกับสมการข้อใด
 ก. $3(f - 7) = 49$ ข. $3f - 7 = 49$
 ค. $3f + 1 - 7 = 49$ ง. $3(f - 1 - 7) = 49$

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์</u> .“สามเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดได้ 49” ได้ $3(f - 7) = 49$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์</u> “สามเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดได้ 49” ได้ $3f - 7 = 49$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u>
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์</u> “สามเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดได้ 49” ได้ $3f + 1 - 7 = 49$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ เนื่องจาก <u>เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์</u> “สามเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับเจ็ดได้ 49” ได้ $3(f - 1 - 7) = 49$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u>

13. ถ้าต้องการหาค่านิพจน์ $2a + 36$ เมื่อ $a = 30$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ
- ก. แทน a ด้วย 30 ใน $2a + 36 = 0$ จะได้ $2(30) + 36 = 0$
- ข. แทน a ด้วย 30 ใน $2a + 36 = 0$ จะได้ $2(30) + 36 = 0$ เป็นเท็จ
- ค. แทน a ด้วย 30 ใน $2a + 36$ จะได้ $2(30) + 36$
- ง. แทน a ด้วย 30 ใน $2a + 36 = 0$ จะได้ $2(30) + 36 = 0$ และ $2(30) = -36$ เป็นเท็จ

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจนิพจน์เป็นสมการ จึงแปลงนิพจน์ $2a + 36$ เป็นสมการ $2a + 36 = 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u> และเมื่อแทนค่า a ด้วย 30 ทำให้ $2(30) + 36 = 0$ เป็นคำตอบที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u>
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจนิพจน์เป็นสมการ จึงแปลงนิพจน์ $2a + 36$ เป็นสมการ $2a + 36 = 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u> และเมื่อแทนค่า a ด้วย 30 ทำให้ $2(30) + 36 = 0$ เป็นเท็จเป็นคำตอบที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u>

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์เนื่องจากดำเนินการแทน a ด้วย 30 ใน $2a + 36$ ได้ $2(30) + 36$ โดย <u>ไม่แปลงนิพจน์เป็นสมการ</u> ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎี

บาท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจนิพจน์เป็นสมการ จึงแปลงนิพจน์ $2a + 36$ เป็นสมการ $2a + 36 = 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง และเมื่อแทนค่า x ด้วย 30 ทำให้ $2(30) = -36$ เป็นเท็จ เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

14. ฉันซื้อไอศกรีมสองแท่ง ถ้าไอศกรีมแท่งหนึ่ง ราคา a บาท และอีกแท่งหนึ่งราคา 30 บาท ฉันต้องจ่ายเงินเท่าไร

ก. $a + 30$

ข. $a + 30 = 0$

ค. $a + 30 = 0$ ดังนั้น $a = -30$

ง. $a + 30 = 0$ ดังนั้น ฉันต้องจ่ายเงิน 30 บาท

การวินิจฉัยข้อบกพร่องจากการตอบ

กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่ถูกต้องด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์พีชคณิต $a + 30$ โดยไม่แปลงเป็นสมการซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจว่านิพจน์เป็นสมการเมื่อเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์พีชคณิตจึงแปลงนิพจน์ $a + 30$ เป็นสมการ $a + 30 = 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจว่านิพจน์เป็นสมการเมื่อเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์พีชคณิตจึงแปลงนิพจน์ $a + 30$ เป็นสมการ $a + 30 = 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง และเมื่อดำเนินการแก้สมการทำให้ $a = -30$ เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจว่านิพจน์เป็นสมการเมื่อเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นนิพจน์พีชคณิตจึงแปลงนิพจน์ $a + 30$ เป็นสมการ $a + 30 = 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง และเมื่อดำเนินการแก้สมการทำให้ ฉันต้องจ่ายเงิน 30 บาทเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

15. สมการ $x + a = x + b$ มี x เป็นตัวแปร และ a, b เป็นจำนวนใดๆข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ

ก. ถ้า $a = b$ แล้ว สมการ $x + a = x + b$ จะมีคำตอบมากมาย

ข. ถ้า $a > b$ แล้ว สมการ $x + a = x + b$ จะมีคำตอบมากมาย

ค. ถ้า $a < b$ แล้ว สมการ $x + a = x + b$ จะมีคำตอบเดียว

ง. ถ้า $a \neq b$ แล้ว สมการ $x + a = x + b$ จะมีคำตอบเดียว

การวินิจฉัยข้อบกพร่องจากการตอบ

กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่ถูกต้องด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจลักษณะคำตอบสมการ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเท่ากัน ค่าคงที่เท่ากัน ($a = b$) จะมีคำตอบมากมายซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท

<p>และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจลักษณะคำตอบสมการ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเท่ากัน ค่าคงที่มากกว่ากัน ($a > b$) จะมีคำตอบมากมายซึ่งเป็นการเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโมโนโทนี่ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจลักษณะคำตอบสมการ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเท่ากัน ค่าคงที่น้อยกว่ากัน ($a < b$) จะมีคำตอบเดียวซึ่งเป็นการเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโมโนโทนี่ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจลักษณะของคำตอบเข้าใจลักษณะคำตอบสมการ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเท่ากัน ค่าคงที่ไม่เท่ากัน ($a \neq b$) จะมีคำตอบเดียวซึ่งเป็นการเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง</p>

16. ถ้าสมการ $ax + b = 0$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปร
- ข. a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปร และ $b \neq 0$
- ค. a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปร และ $a \neq 0$
- ง. a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปร และ $a \neq b$

การวินิจฉัยโมโนโทนี่จากการตอบ
<p>กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีโมโนโทนี่ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปร $ax + b = 0$ ซึ่งมี a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปร โดยไม่กำหนด $a \neq 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโมโนโทนี่ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปร $ax + b = 0$ ซึ่งมี a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปรโดยไม่กำหนด $a \neq 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโมโนโทนี่ที่ถูกต้องด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจที่ถูกต้องรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปร $ax + b = 0$ ซึ่งมี x, b เป็นค่าคงที่ a เป็นตัวแปร และกำหนด $a \neq 0$</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโมโนโทนี่ที่คลาดเคลื่อนด้านความหมายและลักษณะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปร $ax + b = 0$ ซึ่งมี a และ b เป็นค่าคงที่ x เป็นตัวแปร และกำหนด $a \neq b$ แทน $a \neq 0$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง</p>

17. ถ้าสมการ $cy^n + d = 0$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มี y เป็นตัวแปร และ c, d, n เป็นจำนวนใดๆข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $c \neq 0$ และ $n = 1$
- ข. $c \neq 0$ และ $n \neq 1$
- ค. $d \neq 0$ และ $n > 0$
- ง. $d \neq 0$ และ $n < 0$

<p>กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $5b$ กับ 2 เท่ากับ $7b$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $2b$ กับ -1 เท่ากับ 0 ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ประเภทเดียวกันคือ b กับ $-4b$ เท่ากับ $-3b$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $15b$ กับ $-2b$ และ 4 เท่ากับ $7b$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>

20. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง

ก. $5 + 2c$ มีค่าเท่ากับ $7c$

ข. $2c - 2$ มีค่าเท่ากับ 0

ค. $16c - 4$ มีค่าเท่ากับ $12c$

ง. $11c - 2c + 3$ มีค่าเท่ากับ $9c + 3$

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
<p>กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ 5 กับ $2c$ เท่ากับ $7c$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $2c$ กับ -2 เท่ากับ 0 ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $16c$ กับ -4 เท่ากับ $12c$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่คล้ายกันคือ $11c$ กับ $-2c$ และ 3 เท่ากับ $9c + 3$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด</p>

21. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้องเกี่ยวกับการหาค่าของ a จากสมการ $2a - 2 = 18$

ก. $2a - 2 = 0$ ดังนั้น $2a - 2 = 18$ มีค่าเท่ากับ $0 = 18$ เป็นไปไม่ได้จึงไม่สามารถหาค่าของตัวแปรได้

ข. $2a - 2 = a$ ดังนั้น $2a - 2 = 18$ มีค่าเท่ากับ $a = 18$

ค. $2a - 2 = 18$ ดังนั้น $a = (10 + 2) \div 2$

ง. $2a - 2 = 0$ ดังนั้น $2a - 2 = 18$ มีค่าเท่ากับ $0 = 18$ และ $a = 0$

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ	
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $2a - 2 = 0$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด และเมื่อดำเนินการต่อทำให้ $0 = 18$ เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง	
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $2a - 2 = a$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด และเมื่อดำเนินการต่อทำให้ $a = 18$ เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง	
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเข้าใจ $2a - 2$ เป็นพจน์ที่ไม่คล้ายกันไม่สามารถดำเนินการรวมพจน์กันได้ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ถูกต้อง และเมื่อดำเนินการต่อทำให้ $a = (10 + 2) \div 2$ เป็นคำตอบที่ถูกต้อง	
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่คล้ายกันคือ $2a - 2 = 0$ ซึ่งเป็นการดำเนินการรวมพจน์ที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด และเมื่อดำเนินการต่อทำให้ $a = 0$ เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง	

22. ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $-(-a)(b) = -(-a)(-b)$

ข. $-a(bc) = (-a)(b)(-a)(c)$

ค. $(a + b)c = ac + bc$

ง. $\frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ	
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการแจกแจงเครื่องหมายลบกับพจน์ที่อยู่ในรูปการคูณคือ $-(-a)(b) = -(-a)(-b)$ ซึ่งเป็นการใช้สมบัติการแจกแจงที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด	
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการแจกแจง $-a$ กับพจน์ที่อยู่ในรูปการคูณคือ $-a(bc) = (-a)(b)(-a)(c)$ ซึ่งเป็นการใช้สมบัติการแจกแจงที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด	

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ	
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการแจกแจง c กับพจน์ที่อยู่ในรูปการบวกคือ $(a + b)c = ac + bc$ ซึ่งเป็น การใช้สมบัติการแจกแจงตามเงื่อนไขที่กำหนด	

กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขอบเขตหรือเงื่อนไขการใช้พินัยม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการแจกแจง $\frac{1}{c}$ กับพจน์ที่อยู่ในรูปการคูณคือ $\frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$ ซึ่งเป็นการใช้สมบัติการแจกแจงที่เกินเงื่อนไขที่กำหนด

23. $-7(2b - 4)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-(7 \times 2b) + 7 \times (-4)$

ข. $(-7) \times 2b + 7 \times (-4)$

ค. $(-7) \times 2b + (-7) \times (-4)$

ง. $(-7) \times 2b + (-4)$

การวินิจฉัยนิพจน์จากการตอบ

กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการแจกแจงเฉพาะค่าคงตัว 7 คือ $-7(2b - 4) = -(7 \times 2b) + 7 \times (-4)$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติการแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการแจกแจงเครื่องหมายลบเฉพาะพจน์แรก เท่าคือ $-7(2b - 4) = (-7) \times 2b + 7 \times (-4)$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติการแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิพจน์ที่ถูกต้องด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการแจกแจง -7 ทุกพจน์ คือ $-7(2b - 4) = (-7) \times 2b + (-7) \times (-4)$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติการแจกแจงที่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการแจกแจง -7 เฉพาะพจน์แรก คือ $-7(2b - 4) = (-7) \times 2b + (-4)$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติการแจกแจงที่ไม่ถูกต้อง

24. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. $12b + 2b = 14b^2$

ข. $b + 2b + 3b = 6b^3$

ค. $5b - 2b = 0$

ง. $6b - 2b + 3b = 7b$

การวินิจฉัยนิพจน์จากการตอบ

กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ทั้งสัมประสิทธิ์และเลขชี้กำลังของตัวแปรคือ $12b$ กับ $2b$ เท่ากับ $14b^2$ ซึ่งเป็นหลักการการดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่ถูกต้อง

กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิพจน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยม

ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ทั้งสัมประสิทธิ์และเลขชี้กำลังของตัวแปรคือ b กับ $2b$ และ $3b$ เท่ากับ $6b^3$ ซึ่งเป็นหลักการการดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์ทั้งสัมประสิทธิ์และเลขชี้กำลังของตัวแปรคือ $5b$ กับ $-2b$ เท่ากับ 0 ซึ่งเป็นหลักการการดำเนินการรวมพจน์ที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากดำเนินการรวมพจน์โดยนำสัมประสิทธิ์มาบวกกันส่วนตัวแปรเป็นชุดเดิมคือ $6b$ กับ $-2b$ และ $3b$ เท่ากับ $7b$ ซึ่งเป็นหลักการการดำเนินการรวมพจน์ที่ถูกต้อง

25. ข้อใดต่อไปนี้จะใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกได้ถูกต้อง

ก. $2x + 5 = 9$ จะได้ $2x = 14$

ข. $4 + 7x = 9$ จะได้ $3 + 7x = 10$

ค. $3x - 5 = 4$ จะได้ $3x - 2 = 7$

ง. $6x - 3 = 13$ จะได้ $6x = 15$

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $2x + 5$ นำ 5 มาลบ จะได้ $2x$ และจาก 9 นำ 5 มาบวกจะได้ 14 จึงตรงกับตัวเลือก $2x + 5 = 9$ จะได้ $2x = 14$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $4 + 7x$ นำ 1 มาลบ จะได้ $3 + 7x$ และจาก 9 นำ 1 มาบวกจะได้ 10 จึงตรงกับตัวเลือก $4 + 7x = 9$ จะได้ $3 + 7x = 10$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $3x - 5$ นำ 3 มาบวก จะได้ $3x - 2$ และจาก 4 นำ 3 มาบวกจะได้ 7 จึงตรงกับตัวเลือก $3x - 5 = 4$ จะได้ $3x - 2 = 7$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ถูกต้อง คือ การบวกจะต้องบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $6x - 3$ นำ 3 มาบวก จะได้ $6x$ และจาก 13 นำ 2 มาบวกจะได้ 15 จึงตรงกับตัวเลือก $6x - 3 = 13$ จะได้ $6x = 15$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ไม่ถูกต้อง

26. ถ้า $a \div 5 = 15$ แล้ว $(a \div 5) \times 5$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 15×5

ข. $15 \times (-5)$

ค. $15 \div 5$

ง. $15 \div (-5)$

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านหลักการในการดำเนินการใช้พินัยมทฤษฎีบท

<p>และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $a \div 5$ นำ 5 มาคูณ จะได้ $(a \div 5) \times 5$ และจาก 15 นำ 5 มาคูณจะได้ 15×5 จึงตรงกับตัวเลือก $(a \div 5) \times 5 = 15 \times 5$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ <u>ถูกต้อง</u> คือ การคูณจะต้องคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $a \div 5$ นำ 5 มาคูณ จะได้ $(a \div 5) \times 5$ และจาก 15 นำ -5 มาคูณจะได้ $15 \times (-5)$ จึงตรงกับตัวเลือก $(a \div 5) \times 5 = 15 \times (-5)$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u></p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $a \div 5$ นำ 5 มาคูณ จะได้ $(a \div 5) \times 5$ และจาก 15 นำ 5 มาหารจะได้ $15 \div 5$ จึงตรงกับตัวเลือก $(a \div 5) \times 5 = 15 \div 5$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u></p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก $a \div 5$ นำ 5 มาคูณ จะได้ $(a \div 5) \times 5$ และจาก 15 นำ -5 มาหารจะได้ $15 \div 5$ จึงตรงกับตัวเลือก $(a \div 5) \times 5 = 15 \div (-5)$ ซึ่งเป็นหลักการใช้สมบัติของการเท่ากันที่ <u>ไม่ถูกต้อง</u></p>

27. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้องเกี่ยวกับการหาค่าของ a จากสมการ $-5a + 10 = 20$

ก. $a = \frac{20-10}{5}$ ข. $a = \frac{20+10}{5}$ ค. $a = \frac{20-10}{-5}$ ง. $a = \frac{20+10}{-5}$

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ

<p>กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการที่<u>ไม่ถูกต้อง</u>โดยคูณ $\frac{1}{5}$ แทนคูณด้วย $-\frac{1}{5}$ ในขั้นตอนที่ 2 ของการแก้สมการ</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการที่<u>ไม่ถูกต้อง</u>โดยบวก 10 แทนบวกด้วย -10 และ คูณด้วย $\frac{1}{5}$ แทนคูณด้วย $-\frac{1}{5}$ ในขั้นตอนที่ 2 ของการแก้สมการ</p>

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ

<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการที่<u>ถูกต้อง</u>โดยบวกด้วย -10 และ คูณด้วย $-\frac{1}{5}$</p>

กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านหลักการในการดำเนินการใช้บทนิยาม
ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการที่ไม่ถูกต้องโดย
บวก 10 แทนบวกด้วย -10 ในขั้นตอนแรกของการแก้สมการ

28. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้องเกี่ยวกับขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$
- ก. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ -3 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $-3(a - 5) = 6$ เพื่อให้
วงเล็บหมดไปก่อนแล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำ $-\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ -3 หมดไป
- ข. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ -3 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $-3(a - 5) = 6$ เพื่อให้
วงเล็บหมดไปก่อน แล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำผลคูณของ -3 กับ -5 บวกทั้งสองข้างสมการเพื่อ
ให้ผลคูณดังกล่าวหมดไป
- ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ โดยนำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของ
สมการเพื่อให้ -5 หมดไปก่อน
- ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ โดยนำ -6 มาบวกทั้งสองข้างของ
สมการเพื่อให้ด้านขวาของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ

กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจาก
เข้าใจถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ -3 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $-3(a - 5) = 6$ เพื่อให้วงเล็บ
หมดไปก่อนแล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำ $-\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ -3 หมดไป ซึ่งเป็น
การทำผิดขั้นตอนหรือผิดพลาดขั้นต้น

กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจ
ขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ -3 คูณเข้าไปใน
วงเล็บของสมการ $-3(a - 5) = 6$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อน แล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำผลคูณของ -3
กับ -5 บวกทั้งสองข้างสมการเพื่อให้ผลคูณดังกล่าวหมดไป ซึ่งเป็นการทำถูกขั้นตอนหรือถูกลำดับ
ขั้นตอน

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ

กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจาก
เข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ โดยนำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของ
สมการเพื่อให้ -5 หมดไปก่อน ซึ่งเป็นการซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดพลาดขั้นต้น

กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $-3(a - 5) = 6$ โดยนำ -6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ด้านขวาของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์ซึ่งเป็นการดำเนินการขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้อง

29. ข้อใดต่อไปนี้เป็นขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$
- ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(b + 3) = 18$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อนแล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 2 หมดไป
 - ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(b + 3) = 18$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อน แล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำผลคูณของ 2 กับ 3 บวกทั้งสองข้างสมการเพื่อให้ผลคูณดังกล่าวหมดไป
 - ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 3 หมดไปก่อน
 - ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ -18 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ด้านขวาของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจถ้าดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(b + 3) = 18$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อนแล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 2 หมดไปซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(b + 3) = 18$ เพื่อให้วงเล็บหมดไปก่อน แล้วขั้นตอนถัดมาต้องนำผลคูณของ 2 กับ 3 บวกทั้งสองข้างสมการเพื่อให้ผลคูณดังกล่าวหมดไปซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 3 หมดไปก่อนซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(b + 3) = 18$ โดยนำ -18 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ด้านขวาของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์ซึ่งเป็นการดำเนินการขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้อง

30. ขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ ข้อใดถูกต้อง
- ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

- ข. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ
- ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ ต่างกัน สมการ $3a + 2 = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการและ สมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ
- ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ กับ $3(a + 2) = 6$ ต่างกัน สมการ $3a + 2 = 6$ โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างและสมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างสมการ

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างของสมการซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญา เนื่องจากขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ และสมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ ซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $3a + 2 = 6$ โดยนำ -2 มาบวกทั้งสองข้างและสมการ $3(a + 2) = 6$ โดยนำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างสมการซึ่งเป็นการทำถูกขั้นตอนหรือถูกลำดับขั้นตอน

31. ขั้นตอนในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ ข้อใดถูกต้อง
- ก. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

- ข. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ เหมือนกัน โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ
- ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ ต่างกัน สมการ $5b - 1 = 11$ โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการและสมการ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างสมการ
- ง. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ กับ $5(b - 1) = 6$ ต่างกัน สมการ $5b - 1 = 11$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการและ สมการ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ ซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ ซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการและ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างสมการ ซึ่งเป็นการทำถูกขั้นตอนหรือถูกลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $5b - 1 = 11$ โดยนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการและสมการ $5(b - 1) = 6$ โดยนำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ ซึ่งเป็นการทำถูกขั้นตอนหรือถูกลำดับขั้นตอน

32. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องเกี่ยวกับขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(a - 8) + 4 = 15$
- ก. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ โดยนำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 8 หมดไปก่อน

- ข. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ โดยนำ -4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 4 หดไปก่อน
- ค. ขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ โดยนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ ตัวส่วน หดไปก่อน
- ง. ถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(a - 8) + 4 = 15$ แล้ว ขั้นตอนถัดมาให้ นำผลคูณของ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างสมการ

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(a - 8) + 4 = 15$ โดยนำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 8 หดไปก่อนซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(a - 8) + 4 = 15$ โดยนำ -4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ 4 หดไปก่อนซึ่งเป็นการทำถูกขั้นตอนหรือถูกลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจขั้นตอนแรกในการดำเนินการแก้สมการ $2(a - 8) + 4 = 15$ โดยนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ตัวส่วนหดไปก่อนซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากเข้าใจถ้าดำเนินการแก้สมการโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บของสมการ $2(a - 8) + 4 = 15$ แล้ว ขั้นตอนถัดมาให้ นำผลคูณของ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างสมการซึ่งเป็นการทำผิดขั้นตอนหรือผิดลำดับขั้นตอน

33. นิพจน์ $-9b - 4b - 18 - 12$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $-13b - 30$ ข. $13b + 30$ ค. $-5b - 6$ ง. $5b + 6$

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านความคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-9b - 4b = 13b$ และ $-18 - 12 = 30$ ดังนั้น $-9b - 4b - 18 - 12 = -13b - 30$ โดยไม่ละเลยเครื่องหมายลบใน

<p>การคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ถูกต้อง</p> <p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-9b - 4b$ มีค่าเท่ากับ $9b + 4b = 13b$ และ $-18 - 12$ มีค่าเท่ากับ $18 + 12 = 30$ ดังนั้น $-9b - 4b - 18 - 12 = 13b + 30$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบที่กับจำนวนเต็มลบไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-9b - 4b$ มีค่าเท่ากับ $-(9b - 4b) = -5b$ และ $-18 - 12$ มีค่าเท่ากับ $-(18 - 12) = -6$ ดังนั้น $-9b - 4b - 18 - 12 = -5b - 6$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบที่กับจำนวนเต็มลบไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-9b - 4b$ มีค่าเท่ากับ $9b - 4b = 5b$ และ $-18 - 12$ มีค่าเท่ากับ $18 - 12 = 6$ ดังนั้น $-9b - 4b - 18 - 12 = 5b + 6$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบไม่ถูกต้อง</p>

34. นิพจน์ $-11d - 5d - 11 - 2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-6d - 9$

ข. $6d - 9$

ค. $16d + 11$

ง. $-16d - 13$

<p>การวินิจฉัยโมทัศน์จากการตอบ</p> <p>กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-11d - 5d$ มีค่าเท่ากับ $-(11d - 5d) = -6d$ และ $-11 - 2$ มีค่าเท่ากับ $-(11 - 2) = -9$ ดังนั้น $-11d - 5d - 11 - 2 = -6d - 9$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-11d - 5d$ มีค่าเท่ากับ $11d - 5d = 6d$ และ $-11 - 2$ มีค่าเท่ากับ $11 - 2 = 9$ ดังนั้น $-11d - 5d - 11 - 2 = 6d - 9$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-11d - 5d$ มีค่าเท่ากับ $-(11d + 5d) = -16d$ และ $-11 - 2$ มีค่าเท่ากับ $-(11 + 2) = -13$ ดังนั้น $-11d - 5d - 11 - 2 = -16d - 13$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง</p>
<p>กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโมทัศน์ที่ถูกต้องด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-11d - 5d = -16d$ และ $-11 - 2 = -13$ ดังนั้น $-11d - 5d - 11 - 2 = -16d - 13$ โดยไม่ละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ถูกต้อง</p>

35. นิพจน์ $-8e + 3e - 9 + 11$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-11e - 20$

ข. $11e + 20$

ค. $-5e + 2$

ง. $5e - 2$

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-8e + 3e$ มีค่าเท่ากับ $-(8e + 3e) = -11e$ และ $-9 + 11$ มีค่าเท่ากับ $-(9 + 11) = -20$ ดังนั้น $-8e + 3e - 9 + 11 = -11e - 20$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-8e + 3e$ มีค่าเท่ากับ $8e + 3e = 11e$ และ $-9 + 11$ มีค่าเท่ากับ $9 + 11 = 20$ ดังนั้น $-8e + 3e - 9 + 11 = 11e + 20$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-8e + 3e = -5e$ และ $-9 + 11 = 2$ ดังนั้น $-8e + 3e - 9 + 11 = -5e + 2$ โดยไม่ละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-8e + 3e$ มีค่าเท่ากับ $8e - 3e = 5e$ และ $-9 + 11$ มีค่าเท่ากับ $9 - 11 = -2$ ดังนั้น $-8e + 3e - 9 + 11 = 5e - 2$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง

36. นิพจน์ $-15a - 9a$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $15a - 9a$ ข. $-15a + 9a$ ค. $-(15a - 9a)$ ง. $(-15a) + (-9a)$

การวินิจฉัยนิทศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-15a - 9a = 15a - 9a$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-15a - 9a = -15a + 9a$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีนิทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-15a - 9a = -(15a - 9a)$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีนิทศน์ที่ถูกต้องด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-15a - 9a = (-15a) + (-9a)$ โดยไม่ละเอียดเครื่องหมายลบในการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ถูกต้อง

37. ข้อใดต่อไปนี้เป็น ถูกต้อง

- ก. $18x - 25x = 7x$ ข. $-30x + 25x = 5x$
 ค. $x - 30x = -29x$ ง. $-15x + 9x = 6x$

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $18x - 25x = 7x$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบจากการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-30x + 25x = 5x$ โดยไม่ละเอียดเครื่องหมายลบจากการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $x - 30x = -29x$ โดยไม่ละเอียดเครื่องหมายลบจากการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการคิดคำนวณ เนื่องจากเข้าใจ $-15x + 9x = 6x$ โดยละเอียดเครื่องหมายลบจากการคิดคำนวณซึ่งเป็นการบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกที่ไม่ถูกต้อง

38. ข้อใดคือคำตอบของสมการสมการ $2a + 1 = 3$ ที่ถูกต้อง

- ก. สมการ $2a + 1 = 3$ มี $a = 1$ เป็นคำตอบ
- ข. $a = 1$ เป็นคำตอบของสมการ $2a + 1 = 3$
- ค. 1 เป็นคำตอบของสมการ $2a + 1 = 3$
- ง. $a = 1$

การวินิจฉัยมีโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากสรุปสมการ $2a + 1 = 3$ มีสมการ $a = 1$ เป็นคำตอบซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากสรุปสมการ $a = 1$ เป็นคำตอบของสมการ $2a + 1 = 3$ ซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากสรุป 1 เป็นคำตอบของสมการ $2a + 1 = 3$ ซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากสรุปสมการ $a = 1$ เป็นคำตอบของสมการซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

39. ถ้า $3x + 2x - 13 = 11$ แล้ว $5x$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $x = 5$
- ข. 5 เป็นคำตอบของสมการ $3x + 2x - 13 = 11$
- ค. 5
- ง. 25

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของปัญหาจึงระบุ $x = 5$ เป็นคำตอบของปัญหาซึ่งเป็นการสรุปคำตอบที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของปัญหาจึงระบุ 5 เป็นคำตอบของสมการ $3x + 2x - 13 = 11$ และเป็นคำตอบของปัญหาซึ่งเป็นการสรุปคำตอบที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของปัญหาจึงระบุ 5 เป็นคำตอบของปัญหาซึ่งเป็นการสรุปคำตอบที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจการสรุปคำตอบของปัญหาว่า 25 เป็นคำตอบของปัญหาซึ่งเป็นการสรุปคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา

40. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น
- ข. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการที่ถูกต้องจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น
- ค. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการที่มีตรวจสอบคำตอบของสมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น
- ง. ถ้าสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาแล้วคำตอบจากการแก้สมการที่มีตรวจสอบคำตอบจากการแก้สมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหาได้เมื่อมีการตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ปัญหานั้น

การวินิจฉัยมโนทัศน์จากการตอบ
กรณีตอบข้อ ก แสดงว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่

ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ข แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ค แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการที่มีการตรวจสอบคำตอบของสมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ไม่ถูกต้อง
กรณีตอบข้อ ง แสดงว่ามีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตรวจสอบและสรุปผล เนื่องจากเข้าใจว่าคำตอบที่ได้จากสมการที่มีการตรวจสอบคำตอบของสมการจะเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหาได้เมื่อมีการตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ปัญหานั้นซึ่งเป็นความเข้าใจในการสรุปคำตอบที่ถูกต้อง



5.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว

.....

คำชี้แจง

- แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในช่อง ก ข ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบ
- ห้ามนักเรียนทำเครื่องหมายใดๆลงในแบบทดสอบเป็นอัตรา
- เมื่อทำข้อสอบเสร็จเรียบร้อยแล้ว หรือหมดเวลา ให้นักเรียนส่งแบบทดสอบ พร้อมกระดาษคืนผู้ควบคุมการสอบ
- ในกรณีมีข้อสงสัยให้ถามผู้ควบคุมการสอบ

-
- การหาค่าของนิพจน์พีชคณิตทำได้อย่างไร
 - แทนตัวแปรในนิพจน์พีชคณิตด้วยจำนวนที่ต้องการแล้วคำนวณหาค่านิพจน์
 - แก้สมการเพื่อหาค่านิพจน์พีชคณิต
 - แทนตัวแปรในพีชคณิตเพื่อให้มีค่าเท่ากับศูนย์
 - แทนตัวแปรในพีชคณิตด้วยจำนวนแล้วดำเนินการแก้สมการ
 - ค่าของนิพจน์ $\frac{1}{2}(75a - 520)$ เมื่อ $a = -20$
 - 260
 - 520
 - 1,010
 - 1,010
 - ค่าของนิพจน์ $4(7 + a)$ เมื่อ $a = 13$
 - 13
 - 20
 - 80
 - 420
 - “จำนวนซึ่งน้อยกว่า 99 อยู่ a” ตรงกับนิพจน์ข้อใด
 - $99 - a$
 - $99 + a$
 - $a = -99$
 - $99a$
 - “ผลต่างของ a กับ 8หารด้วย 15” ตรงกับนิพจน์ข้อใด
 - $\frac{a + -8}{15}$
 - $\frac{a - 8}{15}$
 - $a - 8 = 15$
 - $\frac{a - 8}{15} = 0$
 - “ครึ่งหนึ่งของผลต่างของ a กับ 50” ตรงกับนิพจน์ข้อใด
 - $\frac{1}{2}a - 50$
 - $\frac{a}{2} - 50$
 - $\frac{1}{2}(a - 50)$
 - $\frac{1}{2}(a + 50)$
 - ข้อใดแสดงว่าจำนวนที่อยู่ในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการ
 - $x + 18 = 40$ [20]
 - $14 + x = 10$ [4]

- ค. $2x - 1 = 7$ [2]
 ง. $3x + 2 = 5$ [1]
8. ข้อใดแสดงว่าจำนวนที่อยู่ในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการ
 ก. $2 - x = 10$ [8]
 ข. $2x + 1 = 7$ [-3]
 ค. $5x - 1 = 4$ [1]
 ง. $3x + 2 = 5$ [1]
9. สมการในข้อใดที่แทน x ด้วย 1 แล้วทำให้สมการเป็นจริง
 ก. $21 - x = 10$
 ข. $2x + 1 = -1$
 ค. $x - 1 = 4$
 ง. $9x + 2 = 11$
10. ถ้า $5a + b = c$ และ $c = 16$ แล้ว $5a + b = 16$ เป็นจริงตามสมบัติของการเท่ากันข้อใด
 ก. สมบัติสมมาตร ข. สมบัติถ่ายทอด
 ค. สมบัติการบวก ง. สมบัติการคูณ
11. ถ้า $a + 5 = 10$ แล้ว $a + 5 - 2 = 10 - 2$ เป็นจริงตามสมบัติของการเท่ากันข้อใด
 ก. สมบัติสมมาตร ข. สมบัติถ่ายทอด
 ค. สมบัติการบวก ง. สมบัติการคูณ
12. ถ้า $3a = 10$ แล้ว $\frac{3a}{-7} = \frac{10}{-7}$ เป็นจริงตามสมบัติของการเท่ากันข้อใด
 ก. สมบัติสมมาตร ข. สมบัติถ่ายทอด
 ค. สมบัติการบวก ง. สมบัติการคูณ
13. $2y - 4 = z$ และ $z = 6$ ดังนั้น = 6 จำนวนในช่วงว่างเป็นข้อใด
 ก. z ข. y ค. $y - 4$ ง. $2y - 4$
14. จากสมการ $6 - 3a = -9$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 1 ข. -1 ค. 5 ง. -5
15. จากสมการ $5a + 3 = -3a - 5$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 4 ข. -4 ค. 1 ง. -1
16. จากสมการ $3a - 4 + a = 20$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 4 ข. 6 ค. 20 ง. 24
17. จากสมการ $12 = 0.5a + 4$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 4 ข. 4.5 ค. 16 ง. 16.5
18. จากสมการ $0.4a = 1.3 - 0.2a - 1$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 5 ข. 0.5 ค. 0.4 ง. 0.2
19. จากสมการ $0.3a - 1.8 + 0.2a = 0.7$ คำตอบของสมการคือข้อใด

- ก. 5 ข. -5 ค. 0.7 ง. -0.7
20. จากสมการ $\frac{a}{5} = -75$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 15 ข. -15 ค. 375 ง. -375
21. จากสมการ $\frac{2a}{3} + 5 = 9$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 4 ข. 6 ค. 9 ง. $2\frac{2}{3}$
22. จากสมการ $\frac{a-3}{6} = \frac{7}{2}$ คำตอบของสมการคือข้อใด
 ก. 24 ข. -24 ค. 21 ง. -21
23. ถ้า $\frac{a}{5} = -15$ แล้ว $2a + 1$ เท่ากับข้อใด
 ก. 150 ข. -150 ค. 149 ง. -149
24. ถ้า $a + 5 = 7$ แล้ว $a + 1$ มีค่าเท่ากับข้อใด
 ก. 2 ข. 3 ค. 7 ง. 13
25. $1\frac{1}{5}$ เป็นคำตอบของสมการในข้อใด
 ก. $\frac{x}{5} = 6$ ข. $\frac{x}{6} = 5$
 ค. $\frac{5x}{6} = 1$ ง. $\frac{6x}{5} = 1$
26. -9 เป็นคำตอบของสมการในข้อใด
 ก. $\frac{2x}{3} = 6$ ข. $-\frac{2x}{3} = 6$
 ค. $\frac{2-x}{3} = 6$ ง. $-\frac{2x}{3} = -6$
27. 15 เป็นคำตอบของสมการใน ข้อใด
 ก. $\frac{2x}{3} - 6 = 4$ ข. $\frac{2x}{3} + 6 = 4$
 ค. $\frac{x}{3} - 6 = 4$ ง. $11 - 18x = 35$
28. นายชิตรมีเงินมากกว่าครูปรีชา 9 บาท ทั้งสองคนมีเงินรวมกัน 65 บาท จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเงินของนายชิตราและครูปรีชา
 ก. $(x + 9) + x = 65$ ข. $(x - 9) + x = 65$
 ค. $x + 9 = 65$ ง. $x - 9 = 65$

29. ชูวิทย์ได้รับเงินปันผลมาจำนวนหนึ่ง หลังจากนั้นไปซื้อพัดลมราคา 899 บาท แล้วยังเหลือเงินอยู่อีก 450 บาท จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเงินปันผลที่ชูวิทย์ได้รับ
- ก. $x - 450 = 899$ ข. $x - 899 = 450$
 ค. $899 - x = 450$ ง. $x - 899 + 450 = 0$
30. เศษสามส่วนห้าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 15 อยู่ 60 จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนนั้น
- ก. $\frac{3}{5}x - 15 = 60$ ข. $\frac{3}{5}x + 15 = 60$
 ค. $\frac{3}{5}x - 15 = 0$ ง. $\frac{3}{5}x + 15 = 0$
31. จำนวนซึ่งน้อยกว่า x อยู่ 6 คือ 18 ข้อใดเขียนสมการได้ถูกต้อง
- ก. $1 - x = 6 + 8$ ข. $6x - 1 = 18$
 ค. $x + 6 = 18$ ง. $x - 6 = 18$
32. “อีก 3 ปีข้างหน้าเด็กชายบุญ จะมีอายุครบ 18 ปี” จงเขียนสมการเพื่อหาอายุปัจจุบันของเด็กชายบุญ
- ก. $x - 3 = 18$ ข. $x + 3 = 18$
 ค. $x - 3 = 0$ ง. $x + 3 = 18$
33. ปัจจุบัน นิมีอายุน้อยกว่าพ่อ 30 ปี เมื่อ 10 ปีที่แล้ว พ่อมีอายุเป็น 4 เท่าของนิ จงเขียนสมการเพื่อหาอายุปัจจุบันของนิ
- ก. $x - 30 + 10 = 4(x + 10)$
 ข. $x + 30 - 10 = 4(x - 10)$
 ค. $x + 30 + 10 = 4(x + 10)$
 ง. $x - 30 - 10 = 4(x - 10)$
34. ผลบวกของสี่เท่าของจำนวน x หนึ่งกับหกเป็นสามข้อใดเขียนสมการได้ถูกต้อง
- ก. $4x + 6 = 3$
 ข. $4 + 6x = 3$
 ค. $4x + 6 = 3x$
 ง. $4x + 1 + 6 = 3$
35. “เมื่อไก่อมีอายุ 10 ปี พ่อของไก่ออายุ 46 ปี อยากทราบว่า เมื่อพ่อของไก่ออายุเป็น 4 เท่าของไก่อ ไก่อจะมีอายุกี่ปีสิ่งที่โจทย์ต้องการคือข้อใด
- ก. พ่อของไก่ออายุเป็น 4 เท่าของไก่อ
 ข. อายุของพ่อและอายุไก่อรวมกัน
 ค. อายุของพ่อ
 ง. อายุของไก่อ
36. “แดงเลี้ยงแพะและไก่อรวมกัน 80 ตัว เมื่อนับจำนวนขาของแพะและขาของไก่อรวมกันได้ 294 จงหาว่ามีจำนวนแพะและจำนวนไก่อมีอย่างละกี่ตัว” สิ่งที่โจทย์ต้องการคือข้อใด
- ก. จำนวนแพะ
 ข. จำนวนขาของแพะและไก่อ

- ค. จำนวนแพะและจำนวนไก่
ง. จำนวนแพะและจำนวนไก่รวมกัน
37. “ถ้านำ 5 คูณกับผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 59 จะได้ผลลัพธ์ 520” จำนวนนั้นมีค่าเท่าไร
ก. 45 ข. 59 ค. 104 ง. 163
38. เมื่อ 3 ปีที่แล้วปรีชามีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุลุงจรรยา ถ้าปัจจุบันปรีชามีอายุ 8 ปี จงหาอายุปัจจุบันของลุงจรรยา
ก. 41 ปี ข. 33 ปี ค. 30 ปี ง. 8 ปี
39. มีขนมเค้กอยู่ 15 ชิ้น ซื้อมาเพิ่มอีกจำนวนหนึ่ง แล้วนำขนมเค้กไปแจกน้อง ๆ 20 คน ได้รับคนละ 4 ชิ้นพอดี พี่ซื้อขนมเค้กมาเพิ่มกี่ชิ้น
ก. 15 ชิ้น ข. 20 ชิ้น ค. 65 ชิ้น ง. 80 ชิ้น
40. ลุงจรรยาวัดด้านยาวของห้องเรียนได้ยาว 12 เมตร แต่เขารู้ว่าความยาวของห้องเป็น 40 เมตร จงหาว่าห้องเรียนนี้กว้างเท่าไร
ก. 40 เมตร ข. 20 เมตร ค. 12 เมตร ง. 8 เมตร





ภาคผนวก จ

แบบประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
พืชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

GRAD VRU

**แบบประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้
เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

คำชี้แจง

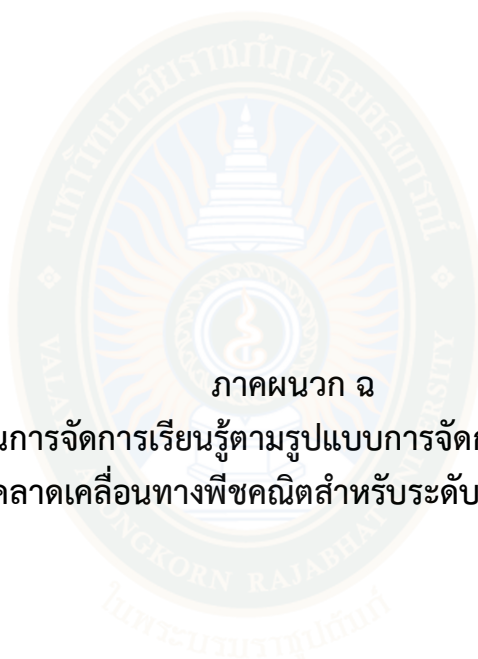
1. แบบประเมินนี้ใช้สำหรับประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีหัวข้อประเมิน 4 ด้าน คือ ด้านที่ 1 ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ด้านที่ 2 วัตถุประสงค์ของรูปแบบ ด้านที่ 3 กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ และด้านที่ 4 การวัดและประเมินผลของรูปแบบ

2. ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ท่านเห็นว่ามีความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบ ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

- | | | |
|---|---------|---------------------------------------|
| 5 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มากที่สุด |
| 4 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มาก |
| 3 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ปานกลาง |
| 2 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อย |
| 1 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อยที่สุด |

รายการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	5	4	3	2	1
1. ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของของรูปแบบการจัดการเรียนรู้					
1.1 แนวคิดทฤษฎีที่นำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้					
1.2 หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความชัดเจนและแสดงจุดเน้นของรูปแบบ					
1.3 หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้สามารถนำไปใช้ได้จริง					
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ					
2.1 สอดคล้องกับหลักการของรูปแบบ					
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้					
2.3 วัตถุประสงค์มีความชัดเจนและสามารถนำไปปฏิบัติได้					
3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ					
3.1 สอดคล้องกับหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ					
3.2 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ					
3.3 มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน					
3.5 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 1 ชั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) มีความเหมาะสม					
3.6 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 2 ชั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) มีความเหมาะสม					
3.7 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 3 ชั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) มีความเหมาะสม					
3.8 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 4 ชั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่มีความเหมาะสมคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C)					
3.9 การจัดกิจกรรมชั้นที่ 5 ชั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) มีความเหมาะสม					
4. การวัดและประเมินผลของรูปแบบ					
4.1 การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับขั้นการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้					
4.2 การวัดและประเมินผลสามารถปฏิบัติได้จริง					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม.....



ภาคผนวก ฉ

แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยน
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

GRAD VRU

**แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้
เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

คำชี้แจง

1. แบบประเมินนี้ใช้สำหรับประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีหัวข้อประเมิน 4 ด้าน คือ ด้านที่ 1 องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ด้านที่ 2 จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านที่ 4 สื่อการเรียนรู้และเอกสารอ้างอิง

2. ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ท่านเห็นว่ามีความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบ ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

- | | | |
|---|---------|---------------------------------------|
| 5 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มากที่สุด |
| 4 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้มาก |
| 3 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ปานกลาง |
| 2 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อย |
| 1 | หมายถึง | ความเหมาะสมและความเป็นไปได้น้อยที่สุด |

รายการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	5	4	3	2	1
1. องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้					
1.1 องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ครบถ้วนและมีความสัมพันธ์กัน					
1.2 องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่เป็นระบบ					
1.3 แผนการจัดการเรียนรู้มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินชัดเจน					
2. จุดประสงค์การเรียนรู้					
2.1 สอดคล้องกับตัวชี้วัดที่กำหนด					
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้					
2.3 ครอบคลุมพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการและด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์					
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้					
3.2 มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน					
3.3 มีความเหมาะสมกับระยะเวลาในการสอน					
3.4 มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนและสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน					
3.5 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 1 ชั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) มีความเหมาะสม					
3.6 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 2 ชั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) มีความเหมาะสม					
3.7 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 3 ชั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) มีความเหมาะสม					
3.8 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 4 ชั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียน (Change: C) มีความเหมาะสม					
3.9 การจัดกิจกรรมขั้นที่ 5 ชั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) มีความเหมาะสม					
4. สื่อการเรียนรู้และเอกสารอ้างอิง					
4.1 มีความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของรูปแบบเนื้อหา สารการเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้					
4.2 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับวัยของผู้เรียน					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ช
ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

GRAD VRU

ตารางที่ 1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ฟิสิกส์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่							รวม	IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5	6	7			
1	1	1	1	0	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
2	1	1	0	1	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
3	1	1	1	0	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
4	1	1	0	1	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
5	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	0	1	6	0.86	ใช้ได้
9	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
10	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
11	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
12	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
13	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
14	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
15	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
16	1	1	0	1	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
17	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
18	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
19	1	1	1	0	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
20	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่							รวม	IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5	6	7			
21	1	1	1	1	1	1	0	6	0.86	ใช้ได้
22	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
23	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
24	1	1	1	0	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
25	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
26	1	1	1	1	1	1	0	6	0.86	ใช้ได้
27	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
28	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
29	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
30	1	1	1	1	1	0	1	6	0.86	ใช้ได้
31	1	1	1	1	1	0	1	6	0.86	ใช้ได้
32	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
33	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
34	1	1	1	0	1	1	1	6	0.86	ใช้ได้
35	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
36	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
37	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
38	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
39	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
40	1	1	1	0	1	1	1	0	0.86	ใช้ได้

ตารางที่ 2 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรตัวแปรเดียว

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่							รวม	IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5	6	7			
1	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
9	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
10	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
11	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
12	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
13	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
14	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
15	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
16	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
17	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
18	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
19	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
20	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่							รวม	IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5	6	7			
21	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
22	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
23	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
24	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
25	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
26	1	1	1	1	1	1	0	6	0.86	ใช้ได้
27	1	1	1	1	1	1	0	6	0.86	ใช้ได้
28	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
29	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
30	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
31	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
32	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
33	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
34	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
35	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
36	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
37	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
38	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
39	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้
40	1	1	1	1	1	1	1	7	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 3 แสดงความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวินิจฉัยนิมโทศัพท์ที่
คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ข้อที่	p	r	แปลผล
1	0.51	0.81	ใช้ได้
2	0.56	0.76	ใช้ได้
3	0.50	0.79	ใช้ได้
4	0.46	0.79	ใช้ได้
5	0.50	0.74	ใช้ได้
6	0.45	0.71	ใช้ได้
7	0.51	0.66	ใช้ได้
8	0.54	0.76	ใช้ได้
9	0.53	0.81	ใช้ได้
10	0.50	0.74	ใช้ได้
11	0.53	0.74	ใช้ได้
12	0.53	0.79	ใช้ได้
13	0.51	0.71	ใช้ได้
14	0.54	0.76	ใช้ได้
15	0.56	0.91	ใช้ได้
16	0.54	0.84	ใช้ได้
17	0.53	0.74	ใช้ได้
18	0.59	0.84	ใช้ได้
19	0.44	0.61	ใช้ได้
20	0.41	0.64	ใช้ได้
21	0.49	0.69	ใช้ได้
22	0.56	0.64	ใช้ได้
23	0.46	0.64	ใช้ได้
24	0.55	0.71	ใช้ได้
25	0.49	0.66	ใช้ได้
26	0.43	0.74	ใช้ได้
27	0.45	0.66	ใช้ได้
28	0.53	0.84	ใช้ได้
29	0.45	0.66	ใช้ได้
30	0.59	0.81	ใช้ได้

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ข้อที่	p	r	แปลผล
31	0.53	0.71	ใช้ได้
32	0.53	0.64	ใช้ได้
33	0.46	0.66	ใช้ได้
34	0.44	0.56	ใช้ได้
35	0.45	0.74	ใช้ได้
36	0.46	0.66	ใช้ได้
37	0.48	0.66	ใช้ได้
38	0.45	0.71	ใช้ได้
39	0.44	0.69	ใช้ได้
40	0.40	0.69	ใช้ได้

วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต
สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\}$$

$$r_{tt} = \frac{40}{40-1} \left\{ 1 - \frac{6.45}{34.34} \right\}$$

$$r_{tt} = \frac{40}{39} (1 - 0.19)$$

$$r_{tt} = 0.83$$

ตารางที่ 4 แสดงความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรตัวแปรเดียว

ข้อที่	p	r	แปลผล
1	0.73	0.25	ใช้ได้
2	0.60	0.40	ใช้ได้
3	0.65	0.30	ใช้ได้
4	0.70	0.30	ใช้ได้
5	0.60	0.40	ใช้ได้
6	0.60	0.50	ใช้ได้
7	0.55	0.40	ใช้ได้
8	0.63	0.35	ใช้ได้
9	0.60	0.40	ใช้ได้
10	0.65	0.40	ใช้ได้
11	0.65	0.30	ใช้ได้
12	0.43	0.35	ใช้ได้
13	0.50	0.40	ใช้ได้
14	0.60	0.30	ใช้ได้
15	0.63	0.35	ใช้ได้
16	0.55	0.30	ใช้ได้
17	0.63	0.35	ใช้ได้
18	0.70	0.40	ใช้ได้
19	0.63	0.35	ใช้ได้
20	0.63	0.35	ใช้ได้
21	0.55	0.30	ใช้ได้
22	0.53	0.35	ใช้ได้
23	0.55	0.40	ใช้ได้
24	0.58	0.45	ใช้ได้
25	0.60	0.40	ใช้ได้
26	0.60	0.40	ใช้ได้
27	0.65	0.40	ใช้ได้
28	0.60	0.40	ใช้ได้
29	0.58	0.45	ใช้ได้
30	0.53	0.45	ใช้ได้

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ข้อที่	p	r	แปลผล
31	0.50	0.40	ใช้ได้
32	0.55	0.40	ใช้ได้
33	0.55	0.40	ใช้ได้
34	0.50	0.40	ใช้ได้
35	0.60	0.40	ใช้ได้
36	0.65	0.40	ใช้ได้
37	0.60	0.50	ใช้ได้
38	0.55	0.50	ใช้ได้
39	0.63	0.45	ใช้ได้
40	0.60	0.40	ใช้ได้

วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรตัวแปรเดียว

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\}$$

$$r_{tt} = \frac{40}{40-1} \left\{ 1 - \frac{6.29}{25.30} \right\}$$

$$r_{tt} = \frac{40}{39} (1 - 0.25)$$

$$r_{tt} = 0.77$$

ตารางที่ 4 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ							รวม	ค่าเฉลี่ย	แปลผล
	คนที่									
	1	2	3	4	5	6	7			
ทฤษฎี/หลักการ/แนวคิดของของรูปแบบการจัดการเรียนรู้										
1. แนวคิดทฤษฎีที่นำมาพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้	3	5	5	5	5	5	5	33	4.72	มากที่สุด
2. หลักการของรูปแบบการจัดการ เรียนรู้มีความชัดเจนและแสดง จุดเน้นของรูปแบบ	4	5	5	4	5	5	5	33	4.72	มากที่สุด
3. หลักการของรูปแบบการจัดการ เรียนรู้สามารถนำไปใช้ได้จริง	4	5	5	4	5	5	5	33	4.72	มากที่สุด
วัตถุประสงค์ของรูปแบบ										
1. สอดคล้องกับหลักการของ รูปแบบ	4	5	4	5	5	3	5	31	4.43	มาก
2. สามารถวัดและประเมินผลได้	4	5	4	5	5	3	3	29	4.43	มาก
3. วัตถุประสงค์มีความชัดเจนและ สามารถนำไปปฏิบัติได้	4	4	4	5	5	3	4	29	4.14	มาก
กระบวนการจัดการเรียนรู้ ของรูปแบบ										
1. สอดคล้องกับหลักการของ รูปแบบการจัดการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4	5	33	4.71	มากที่สุด
2. สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ	4	5	5	5	5	4	5	33	4.71	มากที่สุด
3. มีความเหมาะสมกับวัยของ นักเรียน	4	5	5	5	5	4	5	33	4.71	มากที่สุด
4. มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนและ สัมพันธ์ต่อกัน	4	4	5	5	5	5	4	32	4.57	มากที่สุด
5. การจัดกิจกรรมขั้นที่ 1 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) มีความ เหมาะสม	4	4	5	5	5	4	4	31	4.43	มาก

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ							รวม	ค่าเฉลี่ย	แปลผล
	คนที่									
	1	2	3	4	5	6	7			
6. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 2 ชั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) มีความ เหมาะสม	4	4	5	5	5	4	4	31	4.43	มาก
7. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 3 ชั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่ นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) มี ความเหมาะสม	4	4	5	4	5	4	4	30	4.29	มาก
8. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 4 ชั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่มีความ เหมาะสมคลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ของนักเรียน (Change: C)	4	4	5	5	5	4	4	31	4.43	มาก
9. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 5 ชั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง พีชคณิต (Check: C) มีความ เหมาะสม	4	4	5	5	5	4	4	31	4.43	มาก
การวัดและประเมินผลของ รูปแบบ										
1. การวัดและประเมินผล สอดคล้องกับขั้นการจัดการเรียนรู้ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	3	5	4	4	5	4	5	30	4.29	มาก
2. การวัดและประเมินผล สามารถปฏิบัติได้จริง	3	5	4	5	5	4	5	31	4.43	มาก

ตารางที่ 5 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ชื่อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ							รวม	ค่าเฉลี่ย	แปลผล
	คนที่									
	1	2	3	4	5	6	7			
องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้										
1. องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ครบถ้วนและมีความสัมพันธ์กัน	5	5	5	5	5	4	5	34	4.86	มากที่สุด
2. องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่เป็นระบบ	5	5	5	5	5	4	5	34	4.86	มากที่สุด
3. แผนการจัดการเรียนรู้มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินชัดเจน	5	5	5	5	5	4	5	34	4.86	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้										
1. สอดคล้องกับตัวชี้วัดที่กำหนด	5	5	4	5	4	5	5	33	4.71	มากที่สุด
2. สามารถวัดและประเมินผลได้	4	5	4	4	4	5	4	30	4.28	มาก
3. ครอบคลุมพฤติกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการและด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	5	5	4	5	4	5	5	33	4.71	มากที่สุด
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้										
1. สอดคล้องกับจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด
2. มีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน	5	4	4	4	5	5	5	32	4.57	มากที่สุด
3. มีความเหมาะสมกับระยะเวลาในการสอน	5	4	5	4	5	5	5	33	4.71	มากที่สุด
4. มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนและสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ							รวม	ค่าเฉลี่ย	แปลผล
	คนที่									
	1	2	3	4	5	6	7			
5. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 1 ชั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ (Connection: C) มีความเหมาะสม	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด
6. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 2 ชั้นสร้างมโนทัศน์ทางพีชคณิต (Construction: C) มีความเหมาะสม	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด
7. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 3 ชั้นตรวจสอบมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่ นักเรียนสร้างขึ้น (Check: C) มีความเหมาะสม	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด
8. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 4 ชั้นเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของ นักเรียน (Change: C) มีความเหมาะสม	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด
9. การจัดกิจกรรมชั้นที่ 5 ชั้นตรวจสอบการปรับเปลี่ยนมโน ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต (Check: C) มีความเหมาะสม	5	4	5	5	5	5	5	34	4.86	มากที่สุด
สื่อการเรียนรู้และเอกสารอ้างอิง										
1. มีความสอดคล้องกับ จุดมุ่งหมายของรูปแบบเนื้อหา สาระการเรียนรู้ และกิจกรรมการ เรียนรู้	5	4	4	4	5	4	5	31	4.42	มาก
2. มีความเหมาะสมสอดคล้องกับ วัยของผู้เรียน	5	4	4	4	5	4	5	31	4.42	มาก

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ - นามสกุล	นายอดิเรก เฉลียวฉลาด
วัน เดือน ปี ที่เกิด	10 มกราคม 2525
สถานที่เกิด	จังหวัดสระบุรี
ที่อยู่ปัจจุบัน	39/3 หมู่ 5 ตำบลธารเกษม อำเภอพระพุทธบาท จังหวัดสระบุรี 18120
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2550	ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี
พ.ศ. 2551	ประกาศนียบัตรบัณฑิต สาขาวิชาบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี
พ.ศ. 2547	ครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาเอกคณิตศาสตร์ สถาบันราชภัฏเทพสตรี
ประวัติการทำงาน	
พ.ศ. 2548	ครู โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท
พ.ศ. 2554	รองผู้อำนวยการสถานศึกษา โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท
พ.ศ. 2557	รองผู้อำนวยการสถานศึกษา วิทย์ฐานรองผู้อำนวยการชำนาญการ โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท
พ.ศ. 2561	ผู้อำนวยการสถานศึกษา วิทย์ฐานรองผู้อำนวยการชำนาญการ โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ผู้อำนวยการสถานศึกษา
ที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนเทศบาลพระพุทธบาท
รางวัลหรือทุนการศึกษาที่ได้รับ	- หนึ่งแสนครูดี ครูสภา - ศิษย์เก่าดีเด่น มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี - ผู้บริหารสถานศึกษาดีเด่นด้านการดำเนินตามหลัก ปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง - วิทยากรฝึกอบรม เทคนิคการทำวิจัย และเลือกใช้สถิติ สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี - ผู้ทรงคุณวุฒิการวางกรอบแนวทางการพัฒนาคณะ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี - ผู้ทรงคุณวุฒิการวิพากษ์หลักสูตรระดับปริญญาโท สาขา หลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี

