



การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทาง
คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ทศทัศน์ บุญตา

GRAD VRU
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์
พ.ศ. 2565



THE DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL MODEL FOR ENHANCING
THE DEPTH OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR GRADE 8 STUDENTS

THOSHATUS BOONTA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY
IN CURRICULUM AND INSTRUCTION

GRADUATE SCHOOL

VALAYA ALONGKORN RAJABHAT UNIVERSITY
UNDER THE ROYAL PATRONAGE PATHUM THANI

2022

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ชื่อนักศึกษา ทศทัศน์ บุญตา
รหัสประจำตัว 61B74680103
ปริญญา ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธาน ประธาน (ผู้ทรงคุณวุฒิ)
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณ จ้อยทอง) (รองศาสตราจารย์ ดร.ภัทราวดี มากมี)

..... กรรมการ กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อรสา จรุงธรรม) (รองศาสตราจารย์ ดร.สมบัติ คชสิทธิ์)

..... กรรมการ กรรมการ
(อาจารย์ ดร.พิทักษ์ นิลนพคุณ)

..... กรรมการ กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อรสา จรุงธรรม)

..... กรรมการและเลขานุการ กรรมการและเลขานุการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณ จ้อยทอง)

..... ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้ทรงคุณวุฒิ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อังตรา ประเสริฐสิน)

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.กันต์ฤทัย คลังพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ 17 เดือน กันยายน พ.ศ. 2564

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

ทศทัศน์ บุญตา. (2565). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน. อาจารย์ที่ปรึกษา : รศ.ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง รศ.ดร.อรสา จรุงธรรม

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาทางสังคมศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน 2) พัฒนารูปแบบการเรียนการสอน และ 3) ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน การดำเนินการวิจัย มี 3 ระยะ คือ ระยะแรก ศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนจากนั้นยืนยันผลการศึกษาโดยผู้เชี่ยวชาญ 9 ท่าน ระยะที่สอง พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย จากนั้นประเมินความเหมาะสมโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน และระยะที่สาม ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดคูบัว (วัฒนานันทอุทิศ) สังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 36 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{x} = 3.74$, S.D. = 0.47) 2) คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 3.62$, S.D. = 0.57) 3) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 3.64$, S.D. = 0.58) และ 4) แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก ฉบับที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน ฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น และฉบับที่ 4 แบบแสดงวิธีทำ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92, 0.95, 0.72 และ 0.88 ตามลำดับ สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ สถิติทดสอบที

ผลการวิจัยพบว่า 1) ข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอน ได้แก่ (1) สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (2) รูปแบบการจัดการเรียนการสอนต้องเน้นการเรียนรู้ผ่านตัวแบบการคิดค้นแปรและพัฒนาการคิดค้นแปรด้วยการชี้แนะแบบไต่ระดับ และ (3) ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มี 4 ระดับ ได้แก่ ระดับที่ 1 ระลึกได้ ระดับที่ 2 ทักษะ/ความคิดรวบยอด ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์ และระดับที่ 4 การคิดเชิงขยายความคิด 2) รูปแบบการเรียนการสอน มีองค์ประกอบดังนี้ (1) หลักการ (2) วัตถุประสงค์ (3) เนื้อหาสาระ (4) ขั้นตอนการเรียนการสอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาค้นแปร ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาค้นแปร ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาค้นแปร ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด และขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาค้นแปรใหม่ และ (5) การวัดและประเมินผล และ 3) ผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน พบว่า (1) ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ระดับ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ (2) ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ระดับ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มซึ่งเท่ากับ 57.60 คะแนน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($\bar{x} = 70.46$ จากคะแนนเต็ม 96 คะแนน S.D. = 13.32 และ $t = 4.71$)

องค์ความรู้ที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้ คือ รูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แนวใหม่ที่จะได้เรียนรู้แบบไต่ระดับจากง่ายไปซับซ้อนโดยผ่านการเรียนรู้ผ่านตัวแบบและฝึกฝนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาค้นแปรอย่างช้า ๆ ทีละขั้นตอนอย่างเป็นระบบ ช่วยให้มีความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ระดับ คือ 1) ระลึกได้ 2) ทักษะ/ความคิดรวบยอด 3) การคิดเชิงกลยุทธ์ และ 4) การคิดเชิงขยายความคิดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน และไม่เคยพบเจอมาก่อนในชีวิตจริงได้

คำสำคัญ : รูปแบบการเรียนการสอน ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์

Thoshatus Boonta. (2022). The Development of an Instructional Model for Enhancing the Depth of Mathematical Knowledge for Grade 8 Students. Doctor of Philosophy (Curriculum and Instruction). Advisors: Assoc. Prof. Dr.Suwana Juithong, Assoc. Prof. Dr.Orasa Charoontham

ABSTRACT

This research was research and development design. The objectives of this research were to 1) explore the basic information and synthesizing of factors, 2) develop, and 3) study the effect of an instructional model. The research procedure comprised 3 phases: consists of 1) the synthesis of components an instructional model and approved by 9 educators, 2) the developing of an instructional model and approved by 5 educators, 3) study the effect of an instructional model. The sample group of this research was a class 36 students in grade 8 section 3 at Watkubon (Wattananan U-Thit) school under department of education in Bangkok, in the second semester of academic year 2020. They were selected by multi-stage random sampling. Instruments comprised 1) an instructional model for enhancing the depth of mathematics knowledge for grade 8 students was suitable at the highest level ($\bar{x} = 3.74$, S.D. = 0.47). 2) An instructional model manual was suitable at the highest level ($\bar{x} = 3.62$, S.D. = 0.57). 3) Learning management plans was suitable at the highest level ($\bar{x} = 3.64$, S.D. = 0.58). And 4) the depth of mathematics knowledge test; four multiple choice items, complex multiple choices items, short answer items and paper-pencil test with the reliability were 0.92, 0.95, 0.72 and 0.88 respectively. The data were analyzed by using basic statistics; frequency, mean, standard deviation, percentage and t-test for dependent samples and one sample t-test.

The major findings were as follows: 1) The basic information of an instructional model involved the following characteristics: (1) mathematical learning management conditions, (2) instructional model: learning by model and development variety thinking step by step, (3) the depth of mathematics knowledge which consisted of four level including recall, skill/concept, strategic thinking and extended thinking. 2) An instructional model consists of five components: (1) principles, (2) objectives, (3) content, (4) five stages of instructional procedures including step 1; modeling, step 2; try to problem solving, step 3; articulation and reflection, step 4; coaching and scaffolding, and step 5; exploration, and (5) measurement and evaluation. And 3) after participation in attended the learning activities; (1) The depth of mathematics knowledge score from four level of the students had significantly higher than the score before attending learning activities at 0.05 level, and (2) the depth of mathematics knowledge score from four level of the students was higher than criterion-referenced 60 percent of total 96 scores with 57.60 scores at 0.05 level ($\bar{x} = 70.46$ from total 96 scores, S.D. = 13.32 and $t = 4.71$).

The body knowledge gain from this research: The instructional model is a new mathematical activity design which can learn mathematical from simple to complex by model and variable mathematical problem situations on slow but sure way, step by step and systematically. It's can make the depth of mathematical knowledge (1) Recall, 2) Skill/Concept, 3) Strategic Thinking and 4) Extended Thinking) and make the mathematical problem-solving skill for solve the unseen or complex mathematical problem situations in real life.

Keywords: The Instructional Model, The Depth of Mathematics Knowledge, Mathematics Knowledge

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาของ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จ้อยทอง ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.อรสา จรุงธรรม กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้เมตตาให้คำปรึกษา แนะนำความรู้ และตรวจข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง จนวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ที่เกี่ยวข้องมาเป็นคณะกรรมการสอบป้องกันวิทยานิพนธ์ ประกอบด้วย ได้แก่ รองศาสตราจารย์ ดร.ภัทราวดี มากมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัจจรา ประเสริฐสิน รองศาสตราจารย์ ดร.สมบัติ คชสิทธิ์ และอาจารย์ ดร.พิทักษ์ นิลนพคุณ

ขอกราบขอบพระคุณ คณาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยในการศึกษาตามหลักสูตร สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ทำให้ผู้วิจัยได้เรียนรู้ว่า การศึกษาในระดับดุษฎีบัณฑิตมิได้สิ้นสุดเพียงแต่การทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงลงเท่านั้น หากแต่ยังซึมซับกระบวนการเรียนรู้ที่ผ่านมาและพร้อมที่จะนำไปพัฒนา ปรับปรุง ถ่ายทอด และก่อให้เกิดประโยชน์แก่ผู้อื่น สังคม และประเทศชาติต่อไป

ขอกราบขอบพระคุณ สำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร (กองพัฒนาข้าราชการครู กรุงเทพมหานคร) ที่ให้การสนับสนุนทุนการศึกษาต่อในระดับดุษฎีบัณฑิต กราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการสำนักการศึกษา กรุงเทพมหานคร สำนักงานยุทธศาสตร์การศึกษา (ส่วนนโยบายและแผนการศึกษา) ผู้อำนวยการเขตคลองสามวา หัวหน้าฝ่ายการศึกษาเขตคลองสามวา และผู้อำนวยการสถานศึกษาโรงเรียนวัดคูบอง (วัดน่านนันทอุทิศ) ที่อนุเคราะห์ให้ผู้วิจัยทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลในการวิจัย และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนวัดคูบอง (วัดน่านนันทอุทิศ) ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยในครั้งนี้เป็นอย่างดี คุณค่าของวิทยานิพนธ์นี้ ขอเทิดทูนพระคุณแต่บุพการีที่อบรมบ่มเพาะให้ผู้วิจัยซึมซับกับคำว่า มุ่งมั่น พยายาม มาโดยตลอด

ทศทัศน์ บุญตา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 คำถามการวิจัย.....	5
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
1.4 สมมติฐานของการวิจัย.....	6
1.5 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	6
1.6 ขอบเขตของการวิจัย.....	8
1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	11
1.8 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	14
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	15
2.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560).....	16
2.2 การประเมิน PISA.....	27
2.3 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	42
2.4 แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา.....	81
2.5 ทฤษฎีความผันแปร.....	88

2.6 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดค้นแปรกับระดับความลึกของความรู้ทาง คณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา.....	91
2.7 รูปแบบการเรียนการสอนและการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน	94
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	129
3.1 รูปแบบการดำเนินการวิจัย	129
3.2 การดำเนินการวิจัย	137
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	170
4.1 ผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยข้อที่ 1 เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์ องค์ประกอบรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของ ความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	170
4.2 ผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยข้อที่ 2 เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อ ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	173
4.3 ผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยข้อที่ 3 เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการ สอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	189
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	191
5.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	191
5.3 สรุปผลการวิจัย	192
5.4 อภิปรายผล	193
5.5 ข้อเสนอแนะ.....	200
บรรณานุกรม.....	203
ภาคผนวก.....	236
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	237
ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	255

ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	287
ภาคผนวก ง ผลการยืนยันการศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบ ของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	304
ภาคผนวก จ การหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญ ในการประเมินระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบวัด ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	309
ภาคผนวก ฉ ผลการหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญ ในการประเมินระหว่างข้อสอบกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	313
ภาคผนวก ช ผลการประเมินแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ	318
ภาคผนวก ซ ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ ในแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	320
ภาคผนวก ฌ คะแนนจากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	324
ภาคผนวก ฎ ผลการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนและวิเคราะห์ เนื้อหาข้อมูลที่ได้จากบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	334
ภาคผนวก ฏ ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	345
ภาคผนวก ฐ หนังสือรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์และหนังสือขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย.....	351
ประวัติผู้วิจัย.....	356

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 จำนวนโรงเรียนและจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการประเมิน PISA ตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2018.....	30
ตารางที่ 2 ผลการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2018 เทียบกับคะแนนเฉลี่ยของ OECD.....	40
ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบแนวคิดของ Bloom กับ Webb.....	45
ตารางที่ 4 ผลการสังเคราะห์ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	51
ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบข้อคำถามตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	64
ตารางที่ 6 ผลการวิเคราะห์ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	65
ตารางที่ 7 ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดค้นแปรกับระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา.....	91
ตารางที่ 8 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน.....	98
ตารางที่ 9 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน.....	105
ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานสำหรับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน.....	108
ตารางที่ 11 ผลการสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน.....	110
ตารางที่ 12 ผลการสังเคราะห์วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน.....	111
ตารางที่ 13 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน.....	112
ตารางที่ 14 ผลการสังเคราะห์บทบาทของครู.....	114
ตารางที่ 15 ผลการสังเคราะห์บทบาทนักเรียน.....	118
ตารางที่ 16 ผลการสังเคราะห์แนวทางการวัดและประเมินผล.....	121
ตารางที่ 17 การดำเนินการใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development).....	131
ตารางที่ 18 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 1).....	148
ตารางที่ 19 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 2).....	148

ตารางที่ 20 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 3).....	149
ตารางที่ 21 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 4).....	149
ตารางที่ 22 เกณฑ์การแปลความหมายระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	151
ตารางที่ 23 ตารางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	163
ตารางที่ 24 ผลการสังเคราะห์ห้องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	172
ตารางที่ 25 ผลการประเมินองค์ประกอบของโครงสร้างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ	173
ตารางที่ 26 ผลการประเมินคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ	176
ตารางที่ 27 ผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ	177
ตารางที่ 28 ผลการหาคุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ	181
ตารางที่ 29 ผลการประเมินแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	182
ตารางที่ 30 ผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน	189
ตารางที่ 31 ผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม.....	190

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของ ความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	7
ภาพที่ 2 ภาพรวมของการดำเนินการวิจัย 3 ระยะ.....	129
ภาพที่ 3 รูปแบบการวิจัยแบบ One group pretest-posttest design.....	157
ภาพที่ 4 รูปแบบการวิจัยแบบ One group posttest design.....	158
ภาพที่ 5 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น.....	188



GRAD VRU

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คนดี คนเก่ง และมีคุณภาพ เป็นลักษณะของคนไทยที่ต้องการดังปรากฏในยุทธศาสตร์ชาติ พ.ศ. 2561 – 2580 (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2559) และเป็นวัตถุประสงค์ของการพัฒนาคนไทยดังปรากฏในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่ 12 พ.ศ. 2560 – 2564 (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2559) รวมถึงแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2574 ได้มุ่งเป้าพัฒนาคนไทยทุกช่วงวัยให้ได้รับการศึกษาและเรียนรู้อย่างมีคุณภาพ ทั้งนี้ เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ยมากและต่ำกว่าหลายประเทศในแถบเอเชีย โดยเฉพาะผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2560)

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่จัดให้นักเรียนได้เรียนในทุกระดับ ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากลภาษาหนึ่งที่จำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตและการประกอบอาชีพและความรู้ทางคณิตศาสตร์ถือเป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนรู้สาขาวิชาอื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ คอมพิวเตอร์ การบัญชี เป็นต้น โดยในการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจะต้องได้รับทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการหรือขั้นตอน (Procedural knowledge) เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองประเภทนี้มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งานอย่างมาก (อัมพร ม้าคนอง, 2559) ดังนั้น จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้รับความรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองประเภทดังกล่าวข้างต้นเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ต่อไป

การศึกษาด้านคณิตศาสตร์ในระดับนานาชาติ ซึ่งจัดโดยองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา หรือ OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) คือ โปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) มีเป้าหมายเพื่อศึกษาความสามารถของแต่ละบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสามารถแปลงปัญหา ใช้คณิตศาสตร์ และตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทของโลกชีวิตจริง รวมถึง การใช้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อบรรยาย อธิบาย และคาดการณ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้แต่ละบุคคลทราบถึงบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อโลกนี้และสร้างพื้นฐานที่ดีในการลงข้อสรุปและการตัดสินใจ ซึ่งเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับพลเมืองในศตวรรษที่ 21 ที่ต้องมีความสร้างสรรค์ มีการคิดอย่างไตร่ตรอง และมีส่วนร่วมต่อสังคมส่วนรวม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2563)

การจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ของ OECD แบ่งออกเป็น 6 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 คือ สามารถตอบคำถามที่เคยพบมาก่อน มีข้อมูลชัดเจนให้และถามตรง ๆ อย่างชัดเจน แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคย และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ (มีคะแนนต่ำสุด 358 คะแนน) ระดับ 2 ตีความ แปลความ และใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ คิววิธีการแก้ปัญหา ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา (มีคะแนนต่ำสุด

420 คะแนน) ระดับ 3 เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ตีความ แปลความและใช้สถานการณ์จากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผล สร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ (มีคะแนนต่ำสุด 482 คะแนน) ระดับ 4 แก้ปัญหาที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน ใช้เหตุผลได้ สร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งได้ (มีคะแนนต่ำสุด 545 คะแนน) ระดับ 5 เลือก เปรียบเทียบ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิววิเคราะห์การทำงานได้ (มีคะแนนต่ำสุด 607 คะแนน) และระดับ 6 สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ตีความ และโต้แย้งได้ชัดเจน อธิบายสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ได้ (มีคะแนนต่ำสุด 669 คะแนน) (OECD, 2018) ซึ่งจะเห็นได้ว่า ระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์จะค่อย ๆ มีการใช้วิธีการคิดแก้ปัญหาที่มีความลึกและซับซ้อนลงไปเรื่อย ๆ

ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ของ OECD สอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาดังนี้ ระดับระลึกได้ (Recall) เป็นความสามารถในการจดจำนิยาม สูตร กฎ ศัพท์ คุณสมบัติข้อเท็จจริง กระบวนการ ขั้นตอน แก้ปัญหาได้และนำมาใช้อธิบายหรือบรรยายข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ ตาราง กราฟ รวมถึงการแก้ปัญหาต่าง ๆ โดยใช้วิธีการเดิมที่เคยเรียนมาได้ สอดคล้องกับ PISA ระดับ 1 ระดับทักษะ/ความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นความสามารถในการตัดสินใจเลือกและใช้วิธีการแก้ปัญหา ใช้การอธิบายการบรรยายข้อมูล การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ สอดคล้องกับ PISA ระดับ 2 – 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นความสามารถในการนำข้อมูลหลักฐานที่พบมาอธิบายความสัมพันธ์ อธิบายความคิดรวบยอดเพื่อนำไปสู่การวางแผน การคาดเดาคำตอบและลงมือหาคำตอบได้ สอดคล้องกับ PISA ระดับ 4 และระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นความสามารถในการนำวิธีการมาประยุกต์หรือออกแบบวิธีการแก้ปัญหาลงมือหาคำตอบ ประเมินผลการแก้ปัญหาและวิจารณ์วิธีการที่ใช้แก้ปัญหา สอดคล้องกับ PISA ระดับ 5 – 6 (Georgia Department of Education, 2018; Hess et al, 2009; IOWA Department of Education, 2019; Krulik & Rudnick, 1996; Sizemore, 2015; Webb, 2002; Wilson & Jame, 1971)

สำหรับผลจากการเข้าร่วมโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ของประเทศไทยครั้งล่าสุดคือ PISA 2018 ปรากฏว่า ในภาพรวมนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ 419 คะแนนซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (487 คะแนน) เมื่อเปรียบเทียบกับ PISA 2015 พบว่า มีคะแนนเพิ่มขึ้น 5 คะแนน แต่ในการทดสอบทางสถิติถือว่า ไม่มีการเปลี่ยนแปลง เมื่อพิจารณาคะแนนรายกลุ่ม พบว่า กลุ่มโรงเรียนเน้นวิทยาศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับเดียวกับกลุ่มประเทศ/เศรษฐกิจที่มีคะแนนสูงสุดห้าอันดับแรก และกลุ่มโรงเรียนสาธิตของมหาวิทยาลัยมีคะแนนสูงกว่าค่าเฉลี่ย OECD ส่วนกลุ่มโรงเรียนอื่น ๆ มีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ซึ่งกลุ่มโรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 398 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) จากการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ย 398 คะแนนกับการจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ OECD พบว่า อยู่ระดับที่ 1 หรืออาจกล่าวได้ว่า นักเรียนในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับที่ 2 ซึ่งถือว่าเป็นระดับพื้นฐานที่นักเรียนควรรู้เพื่อที่จะสามารถใช้

ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ได้ นั่นหมายความว่า นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานและไม่เพียงพอที่จะใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาได้หรืออาจอีกนัยหนึ่งได้ว่า นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่เพียงระดับระลึกได้ (Recall) เท่านั้น ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องหาวิธีการพัฒนานักเรียนให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่สามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

การพัฒนานักเรียนให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่สามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้นั้น สิ่งที่จะต้องให้ความสำคัญอีกประการหนึ่งคือ รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลการศึกษาวิจัย พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนมีอิทธิพลทางบวกต่อระดับความรู้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (นิตยา จันตะคุณ, 2560; มารศรี แนวจำปา และณรงค์ฤทธิ์ อินทะนาม, 2560) ฉะนั้น การมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ลึกซึ้งของนักเรียนส่วนหนึ่งมาจากตัวครูโดยเฉพาะการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ดังนั้น สิ่งที่จะช่วยส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้คือ การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับประเทศไทยในศตวรรษที่ 21 และยุค Thailand 4.0 ต้องเน้นสอนและฝึกทักษะทางปัญญา การเรียนรู้ทักษะกระบวนการใด ๆ จะเกิดขึ้นได้ดีเมื่อนักเรียนรู้และเข้าใจวิธีการหรือขั้นตอนของทักษะนั้น ได้เห็นการกระทำที่เป็นลำดับขั้นตอนของทักษะนั้น ได้เห็นตัวแบบที่ดี ได้ลองทำตามกระบวนการของทักษะนั้น ได้รับความรู้เสริมที่ช่วยให้การกระทำตามกระบวนการมีประสิทธิภาพขึ้น ได้ฝึกและใช้กระบวนการนั้นในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน หลากหลายอย่างเพียงพอ ได้รับแรงจูงใจ (Motivation) และแรงเสริม (Reinforcement) ได้รับข้อมูลป้อนกลับ (Feedback) จากการประเมินทักษะระหว่างเรียนและได้รับการกระตุ้นการคิดสร้างสรรค์ มีการปรับปรุงทักษะนั้นให้ดีขึ้นและมีการคิดสร้างสรรค์พัฒนาทักษะให้ก้าวหน้า (ทิตนา แชมมณี, 2557)

นอกจากนี้แล้ว การส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์จนถึงระดับที่สามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้นั้นจะต้องทำให้นักเรียนจดจำสิ่งที่เรียนได้ เกิดเข้าใจสรุปเป็นความคิดรวบยอดผ่านการฝึกฝนจนเกิดทักษะจนสามารถตัดสินใจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา ออกแบบวิธีการแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ ประเมินผลการแก้ปัญหา เปรียบเทียบจุดเด่นของแต่ละวิธีได้อย่างมีเหตุผล รวมถึง ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้อธิบายเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ด้วยจึงจะถือว่าบรรลุจุดหมายการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ที่คาดหวังให้นักเรียนรู้คณิต (Numeracy) ที่มีใช้แค่คิดเลขเป็น (Arithmetic) แต่ต้องตีความหมายและเข้าใจความคิดต่าง ๆ ที่สื่อสารออกมาในรูปของคณิตศาสตร์ (แม็ค เอ็ดดูเคชั่น, 2557) ดังนั้น จึงสามารถนำแนวคิดดังกล่าวข้างต้นมาใช้แนวทางการพัฒนานักเรียนให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ถึงระดับการแก้ปัญหาหรือแก้สถานการณ์ต่าง ๆ ได้

การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยเน้นกระบวนการคิดทั้งเนื้อหาและการนำไปใช้ให้กับนักเรียน ครูต้องแสดงให้เห็นกลไกทางความคิดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้สังเกตวิธีการคิดของครูทุกขั้นตอนได้ใช้สติปัญญาไตร่ตรองจนสามารถสร้างรูปการณ์คิดทางคณิตศาสตร์หรือวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นของตนเองได้ การสอนทักษะกระบวนการที่มีประสิทธิภาพต้องอาศัยตัวแบบที่ดีให้นักเรียนได้เห็น

และลองทำตาม ดังนั้น ครูจึงต้องทำหน้าที่เป็นแบบอย่างในกระบวนการคิดที่สอน หรือแสวงหาตัวแบบที่ดีมาเป็นแบบอย่างให้นักเรียน ซึ่งเป็นเรื่องที่ยังเป็นปัญหาสำหรับครูส่วนใหญ่ (ทิตานา แชมมณี, 2557)

สำหรับแนวคิดทฤษฎีที่จะนำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนนั้น จากการศึกษาวิจัย ผู้วิจัยพบว่า การพัฒนานักเรียนเพื่อให้ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้โดยใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา (Cognitive Apprenticeship) (ภริติ ฤทธิเดช, 2553) ซึ่งแนวคิดนี้จะช่วยพัฒนานักเรียนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ การใฝ่รู้ และการกำกับตนเองของนักเรียนได้ ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนสถานการณ์ที่จะได้รับความรู้และทักษะสำหรับนำไปใช้จริงผ่านการอธิบายอย่างชัดเจนจากต้นแบบ (Modeling) ได้รับการชี้แนะ (Coaching) การช่วยเหลือ (Scaffolding) จากครูสอนโดยการพูดแบบชัดแจ้ง (Articulation) นักเรียนได้สะท้อนความคิด ความเข้าใจของตนเอง (Reflection) ได้สำรวจค้นหา (Exploration) จากการฝึกฝนแก้โจทย์ปัญหาที่ท้าทายด้วยและครู่ค่อย ๆ ถอยห่างลดการชี้แนะหรือช่วยเหลือ (Fading) (Collins, Brown, & Newman, 1987) จะทำให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการที่ครูใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนส่งผลให้มีเจตคติที่ดี เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งจนสามารถนำไปใช้ในการศึกษาต่อ การดำเนินชีวิต และการทำงานต่อไป

นอกจากนี้ ยังทฤษฎีที่น่าสนใจคือ ทฤษฎีความผันแปร ซึ่งในประเทศจีนมีการใช้ความผันแปรในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนจีน มีคะแนนสอบ PISA สูง ความผันแปรดังกล่าวนี้ ประกอบด้วย 1) ความผันแปรทางแนวคิด (Conceptual variation) ครูจะเสนอโจทย์ปัญหาที่มีความผันแปรอย่างเป็นระบบเพื่อให้นักเรียนมองเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ซ่อนอยู่ 2) ความผันแปรทางกระบวนการ (Procedural variation) ที่เน้นให้นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายเพื่อแก้โจทย์ปัญหาข้อเดียว และ 3) ความผันแปรทางการประยุกต์ใช้ (Apply variation) เป็นการประยุกต์ ดัดแปลง ปรับใช้วิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาไปใช้ในกลุ่มปัญหาที่คล้ายคลึงกัน (Gu, Huang, & Marton, 2004) ในประเทศสหรัฐอเมริกาและประเทศโปรตุเกส ซึ่งเป็นประเทศที่มีคะแนนสอบ PISA ต่ำกว่าประเทศจีน มีการนำความผันแปรไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่เป็นระบบ (Sun, 2013) ส่วนในประเทศมาเลเซียซึ่งเป็นประเทศที่มีคะแนนสอบ PISA สูงกว่าประเทศไทยมีการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีความผันแปรส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตและแรงจูงใจในการเรียนรู้สูงขึ้น (Jing et al., 2017)

จากข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยเห็นว่า ทฤษฎีความผันแปรมีคุณค่าต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมาก ดังจะเห็นได้จากการประเมิน PISA 2018 ประเทศจีน ประเทศสหรัฐอเมริกา ประเทศโปรตุเกส และประเทศมาเลเซีย มีคะแนนสอบด้านคณิตศาสตร์สูงกว่าประเทศไทย ดังนี้ ประเทศจีน 591 คะแนน ประเทศสหรัฐอเมริกา 478 คะแนน ประเทศโปรตุเกส 492 คะแนน ประเทศมาเลเซีย 440 คะแนน ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะการที่ครูได้ช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นลักษณะสำคัญต่าง ๆ ของวิธีการคิด เห็นมุมมองต่าง ๆ ของวิธีการคิดของครู เนื่องจากทฤษฎีความผันแปรเชื่อว่า “เมื่อบางแง่มุมของปรากฏการณ์แตกต่างกันไป ในขณะที่ส่วนอื่น ๆ ยังถูกคงที่ไว้จะมีส่วนที่ผันแปรไปเพื่อให้

นักเรียนมองเห็นมโนทัศน์ในรูปแบบที่แตกต่างกัน” (Leung, 2017) จะช่วยให้นักเรียนได้รับความรู้เป็นขั้น ๆ พัฒนานักเรียนอย่างต่อเนื่องผ่านประสบการณ์การแก้ปัญหาและสร้างความรู้ที่มีโครงสร้างเป็นอย่างดี (Huang & Leung, 2004) ซึ่งการที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการวิเคราะห์คำตอบ หาความสัมพันธ์ของส่วนที่คงที่และส่วนที่เปลี่ยนแปลงจะช่วยให้นักเรียนจดจำเรื่องที่เรียนได้ดีขึ้น สามารถประมาณการเพื่อหาคำตอบได้เมื่อเจอปัญหาในลักษณะเดียวกัน เมื่อนักเรียนจดจำเนื้อหาที่เรียนได้ รู้จักการใช้วิธีการหาคำตอบจะช่วยให้ นำความรู้ ทักษะ/มโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ หากนักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนการคิดแบบผันแปรอย่างต่อเนื่องจะเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อการทำความเข้าใจเนื้อหาความรู้ ทักษะ/มโนทัศน์และนำไปใช้ในสถานการณ์ที่มีลักษณะเดียวกันและต่างกันอย่างอื่นด้วย ทั้งนี้ จะทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกลงไปเรื่อย ๆ สามารถช่วยเติมเต็มความรู้ครบถ้วนทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการลึกซึ้งเพียงพอที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ เหตุผลที่ผู้วิจัยสนใจทำการศึกษาในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากเป็นกลุ่มที่ใกล้จะจบการศึกษาภาคบังคับตามพระราชบัญญัติการศึกษาภาคบังคับ พ.ศ. 2545 ซึ่งมีอายุย่างเข้าปีที่สิบหก OECD ใช้นักเรียนอายุ 15 ปีเป็นกลุ่มตัวอย่างในการประเมิน PISA เพราะได้รับความรู้และทักษะสำคัญหลัก ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในชีวิตและการทำงานในอนาคตหลังที่นักเรียนได้ออกจากโรงเรียน นอกจากนี้ เด็กกลุ่มนี้จะมีเจตคติเชิงบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถคิดได้ในทุก ๆ แบบและทุก ๆ แบบของวิธีคิด เรียนรู้เรื่องยาก ๆ เรื่องที่เป็นนามธรรมซับซ้อนให้เข้าใจได้ (ศรีเรือน แก้วกังวาล, 2545) สอดคล้องกับคำกล่าวของพือาเจต์ที่ว่า เด็กในช่วงนี้จะเริ่มคิดเป็นผู้ใหญ่สามารถคิดหาเหตุผลนอกจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถตั้งสมมติฐานและทฤษฎี สนใจที่จะคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรม (ทิตินา แคมมณี, 2561; สุรางค์ โค้วตระกูล, 2559)

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเลือกศึกษาในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในครั้งนี้ เพื่อเป็นการช่วยเหลือ พัฒนานักเรียนตามนโยบายของสำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานครดังปรากฏในแผนพัฒนาการศึกษาขั้นพื้นฐานกรุงเทพมหานคร ฉบับที่ 2 (พ.ศ. 2560 – 2563) ที่มียุทธศาสตร์การยกระดับคุณภาพมาตรฐานการศึกษาและเสริมสร้างความเข้มแข็งทางวิชาการมุ่งพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้นอย่างน้อยร้อยละ 60 (สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร, 2559) เพื่อเป็นการเตรียมนักเรียนให้พร้อมที่จะเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น นำไปใช้ในชีวิตประจำวันและการทำงานในอนาคต รวมถึง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ยุ่งยากในลักษณะการประเมิน PISA ได้ต่อไป

1.2 คำถามการวิจัย

1.2.1 ข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นอย่างไร

1.2.2 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลักษณะเป็นอย่างไร

1.2.3 ผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นอย่างไร

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.3.1 เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3.2 เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3.3 เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3.3.1 เพื่อเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.3.3.2 เพื่อเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

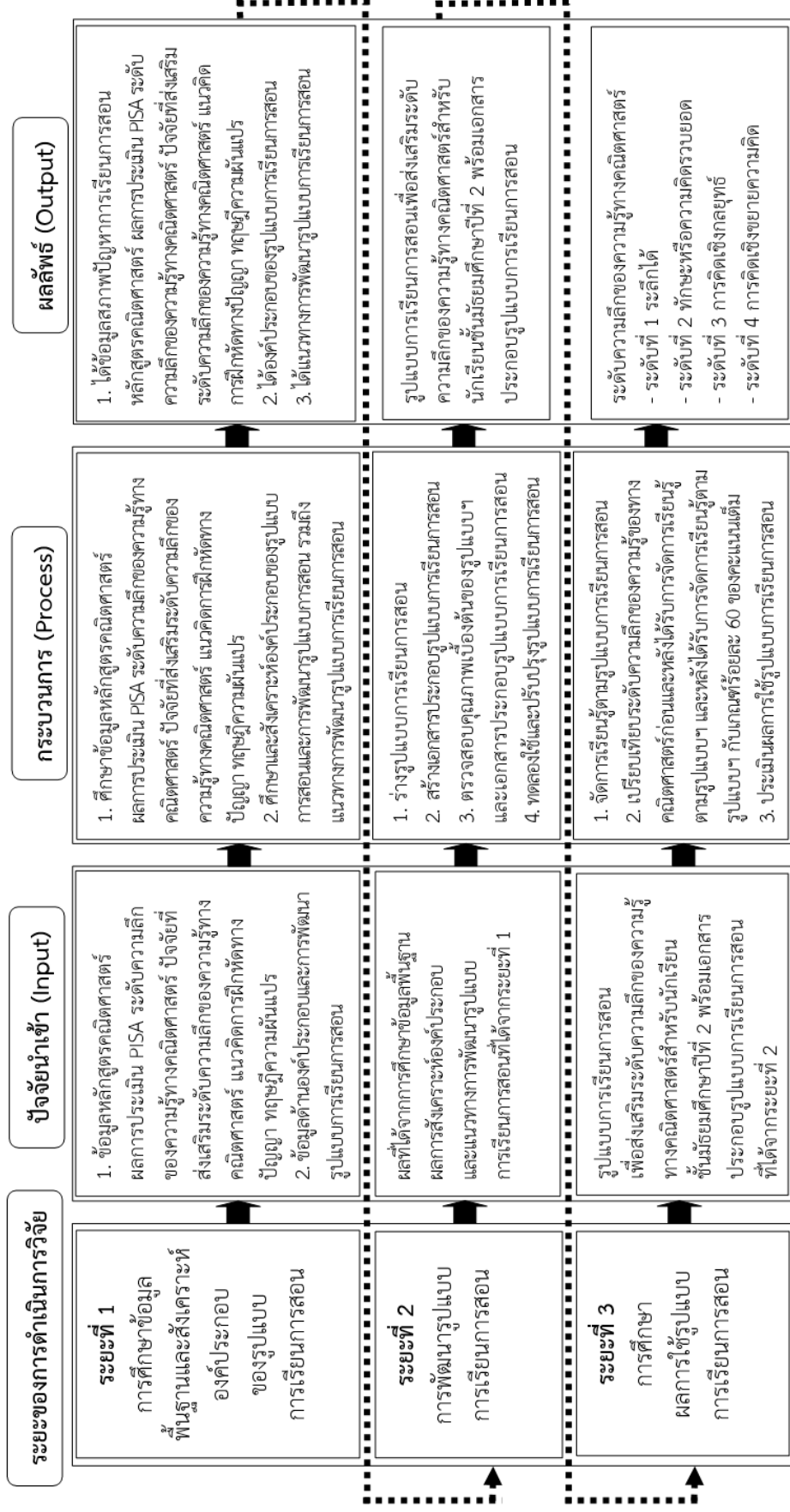
1.4 สมมติฐานของการวิจัย

1.4.1 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

1.4.2 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

1.5 กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารตำราวิชาการ งานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ผลการประเมิน PISA ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ แนวคิด การฝึกหัดทางปัญญา ทฤษฎีความผันแปร รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อนำมาใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนำไปสู่การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ต่อไป ซึ่งผู้วิจัยมีกรอบแนวคิดในการวิจัยครั้งนี้ ดังภาพที่ 1 ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.6 ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ มีขอบเขตของการวิจัย ดังนี้

1.6.1 ระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการศึกษา 2 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2) ขั้นที่ 2 สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่

1) ข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2) องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แหล่งข้อมูล

ขั้นที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

แหล่งข้อมูล ได้แก่

1) เอกสารหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2) เอกสารผลการเข้าร่วมโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA)

3) เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

4) เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

5) เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

6) เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีความผันแปร

7) ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 9 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและพัฒนาหลักสูตร 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน

ขั้นที่ 2 สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนและแนวทางการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

แหล่งข้อมูล ได้แก่ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน และ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 9 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและพัฒนาหลักสูตร 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน

1.6.2 ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการศึกษา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นที่ 1 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น

- 2) ขั้นที่ 2 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสมของเครื่องมือวิจัยที่สร้างขึ้น
- 3) ขั้นที่ 3 ทดลองนำร่องรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัยที่สร้างขึ้น
- 4) ขั้นที่ 4 ปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย

ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่

- 1) ความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอน
- 2) ความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของเครื่องมือวิจัย
- 3) คุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 4) คุณภาพของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แหล่งข้อมูล

ขั้นที่ 1 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น

แหล่งข้อมูล ได้แก่

- 1) ผลที่ได้จากการศึกษาระยะที่ 1
- 2) ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานและการสอนคณิตศาสตร์ 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัย การวัดและประเมินผล การศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 1 ท่าน

ขั้นที่ 2 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสมของเครื่องมือประกอบรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น

แหล่งข้อมูล ได้แก่ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานและการสอนคณิตศาสตร์ 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัย การวัดและประเมินผล การศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 1 ท่าน

ขั้นที่ 3 ศึกษาทดลองนำร่องรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัยที่สร้างขึ้น

แหล่งข้อมูล คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งไม่ใช่ในกลุ่มตัวอย่างแต่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน

ขั้นที่ 4 ปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย

แหล่งข้อมูล คือ ผลที่ได้จากการทดลองนำร่องรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น

1.6.3 ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการศึกษา 3 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นที่ 1 การดำเนินการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้ว
- 2) ขั้นที่ 2 ประเมินผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่

1. ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ระดับที่ 1 ระดับที่ 2 ทักษะหรือความคิดรวบยอด ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์ และ ระดับที่ 4 การคิดเชิงขยายความคิด

แหล่งข้อมูล

ขั้นที่ 1 การดำเนินการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้ว

แหล่งข้อมูล คือ นักเรียนในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน

ขั้นที่ 2 ประเมินผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

แหล่งข้อมูล คือ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ใน โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2563 จำนวน 327 ห้องเรียนจาก 108 โรงเรียน รวมนักเรียนทั้งสิ้น 11,498 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ใน โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2563 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 36 คน ได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้กลุ่มสำนักงานเขตเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งประกอบด้วย กลุ่มกรุงเทพมหานคร กลุ่มกรุงเทพใต้ กลุ่มกรุงเทพเหนือ กรุงเทพมหานคร และกรุงเทพมหานคร ได้ตัวอย่างมา 1 กลุ่มสำนักงานเขต คือ กลุ่มกรุงเทพตะวันออก ประกอบด้วย เขตบางกะปิ สะพานสูง บึงกุ่ม คันนายาว ลาดกระบัง มีนบุรี หนองจอก คลองสามวา และประเวศ

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยสำนักงานเขตเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 สำนักงานเขตคือ สำนักงานเขตคลองสามวา ซึ่งประกอบด้วย เครือข่ายโรงเรียนที่ 50 และเครือข่ายโรงเรียนที่ 51

ขั้นตอนที่ 3 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้กลุ่มเครือข่ายโรงเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 กลุ่มเครือข่ายโรงเรียน คือ เครือข่ายโรงเรียนที่ 50 ประกอบด้วย โรงเรียนที่จัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นคือ โรงเรียนวัดพระยาสุเรนทร์ (บุญมีอนุกุล) และโรงเรียนวัดคูบอน (วัฒนานันทอุทิศ)

ขั้นตอนที่ 4 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้โรงเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 โรงเรียนคือ โรงเรียนวัดคูบอน (วัฒนานันทอุทิศ) ซึ่งมีห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้อง คือ ห้องเรียน ม.2/1 ห้องเรียน ม.2/2 และห้องเรียน ม.2/3

ขั้นตอนที่ 5 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 ห้องเรียนคือ ห้องเรียน ม.2/3 ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 36 คน

1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.7.1 รูปแบบการเรียนการสอน (Instructional Model) หมายถึง การจัดองค์ประกอบของการจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบ มีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจนโดยยึดหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดขั้นตอนการเรียนการสอนอาศัยวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ เข้าไปช่วยให้สภาพการเรียนการสอนเป็นไปตามหลักการที่ยึดถือ และมีการวัดและประเมินผลของรูปแบบ

1.7.2 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (An Instructional Model for Enhancing the Depth of Mathematical Knowledge for Grade 8 Students) หมายถึง การจัดองค์ประกอบของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยนำแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรมาสังเคราะห์และนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีองค์ประกอบที่สำคัญ ได้แก่ 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหาสาระ 4) ขั้นตอนการเรียนการสอน และ 5) การวัดและประเมินผล ซึ่งขั้นตอนการเรียนการสอนมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1 โดยครูใช้คลิปวิดีโอ บทความ ภาพ บัตรความรู้ การแสดงให้ดูเพื่อนำเสนอตัวอย่างการทำงานทางคณิตศาสตร์ว่ามีขั้นตอนหรือกระบวนการอย่างไรตามลำดับตั้งแต่ต้นจนจบอย่างช้า ๆ ค่อยเป็นค่อยไป โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบแล้วช่วยกันตอบคำถามเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอน ครูอาจต้องถามย้ำซ้ำทวนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเป็นระยะ ๆ จนมั่นใจแล้วว่า นักเรียนเข้าใจ จากนั้นจึงจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 3-6 คน ประกอบด้วย นักเรียนเก่ง 1-2 คน ปานกลาง 1-2 คน และอ่อน 1-2 คน เพื่อให้นักเรียนได้ทำงานทางคณิตศาสตร์ตามตัวอย่างด้วยการทำแบบฝึกหัดที่มีความยากอยู่ในระดับเดียวกันกับตัวอย่างที่นำเสนอไป 1 ข้อ เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มทำเสร็จ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ช่วยกันสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3 โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีความยากมากขึ้นไปอีกหนึ่งระดับ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้เรียนรู้จากการฝึกฝนการแก้สถานการณ์ปัญหาแล้วสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในลักษณะเดียวกันกับครูและเพื่อนจึงเป็นสิ่งสำคัญในขั้นนี้

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนได้นำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ของกลุ่ม เปรียบเทียบวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ของกลุ่มแล้วช่วยกันสรุปเป็นวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของชั้นเรียน จากนั้นวิเคราะห์ นำเสนอจุดเด่น จุดควรพัฒนาของตนเอง และเสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุงตนเองในการทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้นำทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) มาใช้ในการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่แบบยากมากยิ่งขึ้นจนกลายเป็นกลยุทธ์ของตนเองเพื่อให้มีระดับความลึกของความรู้

ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด เป็นขั้นพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3 โดยครูพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่จะช่วยส่งเสริมหรือพัฒนาทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ให้มากขึ้น โดยกระตุ้นให้นักเรียนที่เก่งกว่าคอยช่วยเหลือ ให้คำปรึกษานักเรียนที่อ่อนกว่าจนเข้าใจ วิธีการทำงานคณิตศาสตร์และทำงานได้ด้วยตนเองเป็นรายบุคคลจากนั้นนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเองต่อกลุ่มและร่วมกันอภิปรายสรุปผลการแก้ไขปรับปรุงพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ในกลุ่ม แล้วจึงให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีระดับความยากเพิ่มมากขึ้นไปอีกหนึ่งระดับเพื่อให้นักเรียนได้ขยายความคิดเป็นการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) ของตนเองออกไปโดยใช้การเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิดวิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ติความ แปลความ และโต้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตน อธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้

ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) ในขั้นนี้เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่โดยครูให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาจากแบบฝึกหัดที่แตกต่างไปจากเดิมนับเป็นขั้นที่สุดขั้นหนึ่ง เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การใช้ได้จริงเปรียบเสมือนการถ่ายโอนการเรียนรู้จากชั้นเรียนไปสู่การนำความรู้ไปใช้จริง การฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่เคยเจอมาก่อนเป็นรายบุคคลตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

1.7.3 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (The Depth of Mathematical Knowledge) หมายถึง การจัดระดับความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1.7.3.1 ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคย และมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหามาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1

1.7.3.2 ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ

วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ตามตัวอย่างอย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียว หรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มา นั้น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ ใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ คิดวิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมาตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

1.7.3.3 ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อนสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการตีความ แปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตนเองได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 4

1.7.3.4 ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมโดยใช้การเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิดวิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ตีความ แปลความ และได้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตน อธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

1.7.4 การจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (The Depth of Mathematical Knowledge Rating) หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก 16 ข้อ ข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน 8 ข้อ ข้อสอบแบบตอบสั้น รวม 4 ข้อ และข้อสอบเขียนตอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลา 3 ชั่วโมง มีเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีการสร้างและแปลความหมายจากฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของนักเรียนมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยนักเรียนจะต้องได้คะแนนในแต่ละระดับตั้งแต่ร้อยละ 50 ไล่ระดับขึ้นไป ดังนี้

- 1) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 4 เมื่อทำข้อสอบในทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป
- 2) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 3 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1, 2 และ 3 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50
- 3) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 2 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 และ 2 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

4) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 1 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 2 และ/หรือ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

5) นักเรียนจะไม่สามารถจัดระดับได้ เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้น้อยกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ทำข้อสอบในระดับอื่น ๆ ระดับใดระดับหนึ่งหรือทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

1.7.5 ผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอน (Effects of Using Instructional Model) หมายถึง ผลสำเร็จที่เกิดจากการนำรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไปใช้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน โดยพิจารณาจาก

1.7.5.1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างหลังเรียนกับก่อนเรียน

1.7.5.2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

1.8 ประโยชน์ที่ได้รับ

1.8.1 นักเรียนได้เรียนรู้ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรและได้รับการส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.8.2 ครูได้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสำหรับนำไปใช้จัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 และยุค Thailand 4.0 และเพื่อนำไปใช้สำหรับเตรียมความพร้อมนักเรียนในการเข้ารับการประเมิน PISA

1.8.3 ครูได้นำแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรมาใช้ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเพื่อให้สอดคล้องกับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

1.8.4 ผู้บริหารสถานศึกษานำข้อมูลสารสนเทศที่ได้จากการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนไปใช้เป็นแนวทางการพัฒนาครูและบุคลากรที่เกี่ยวข้องให้มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อใช้เป็นแนวทางสำหรับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในประเด็นหัวข้อดังนี้

2.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

- 2.1.1 เป้าหมายหลักสูตร
- 2.1.2 สาระพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
- 2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
- 2.1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 2.1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์
- 2.1.6 คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- 2.1.7 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง
- 2.1.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 การประเมิน PISA

- 2.2.1 ความเป็นมาของการประเมิน PISA
- 2.2.2 ประเทศไทยกับการประเมิน PISA
- 2.2.3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครกับการประเมิน PISA
- 2.2.4 กรอบการวัดและการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์
- 2.2.5 การจัดระดับความลึกของความรู้ตามแนวทางการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์
- 2.2.6 ผลการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์

2.3 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

- 2.3.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.3.2 ความหมายและการจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.3.3 การวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.3.4 ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.3.5 การพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.4 แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

- 2.4.1 กลยุทธ์การเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา
- 2.4.2 การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

2.5 ทฤษฎีความผันแปร

- 2.5.1 ประวัติความเป็นมาของทฤษฎีความผันแปร
- 2.5.2 กระบวนการที่ผันแปร

2.6 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดค้นแปรรูปกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา

2.7 รูปแบบการเรียนการสอนและการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

2.7.1 ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอน

2.7.2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

2.8 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.8.1 หลักการของรูปแบบ

2.8.2 วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

2.8.3 ขั้นตอนการเรียนการสอน

2.8.4 การวัดและประเมินผล

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.9.1 งานวิจัยในประเทศ

2.9.2 งานวิจัยต่างประเทศ

2.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ประเทศไทยได้ประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลังการปฏิรูปการศึกษาในปีพุทธศักราช 2542 ต่อมาปรับปรุงเป็นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อให้มีความทันสมัย สอดคล้องกับความรู้และทักษะที่จำเป็นในโลกปัจจุบันและอนาคต ล่าสุดปีพุทธศักราช 2560 ได้พัฒนาเป็นหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมีจำนวนมากและมีความซ้ำซ้อน จึงจัดสาระการเรียนรู้เป็น 3 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น นอกจากนี้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกแยกออกไปจากสาระการเรียนรู้ แต่ ทว่า ยังคง 5 ทักษะสำคัญไว้ดังเดิม ซึ่งได้แก่ 1) ทักษะการแก้ปัญหา 2) ทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3) ทักษะการเชื่อมโยง 4) ทักษะการให้เหตุผล และ 5) ทักษะการคิดสร้างสรรค์ โดยมุ่งเน้นประเมินความสามารถทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการประเมินเนื้อหาสาระ รวมถึงมีการตัดและเพิ่มบางเนื้อหาด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560)

2.1.1 เป้าหมายหลักสูตร

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียนเมื่อจบหลักสูตร ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎีในสาระคณิตศาสตร์ที่จำเป็น พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ได้

2. มีความสามารถในการแก้ปัญหา สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยง ให้เหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์

3. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ตลอดจน การประกอบอาชีพ

4. มีความสามารถในการเลือกใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูลที่เหมาะสม เพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงานและการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า เป้าหมายของหลักสูตรมุ่งให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ รวมถึง ความสามารถในการเลือกและใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องได้รับทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการหรือขั้นตอน (Procedural knowledge) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองประเภทนี้มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งานอย่างมาก (อัมพร ม้าคนอง, 2559) ดังนั้น จะเห็นได้ว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีเป้าหมายในการพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการหรือขั้นตอน (Procedural knowledge) นั้นเอง

2.1.2 สาระพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กำหนดสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนไว้ ดังนี้

1. จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2. การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติการเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า สาระพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ ประกอบด้วย จำนวนและพีชคณิตศาสตร์ การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น ซึ่งใกล้เคียงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหาสำหรับการประเมิน PISA 2021 ที่กำหนดไว้ 4 เรื่อง ได้แก่ 1) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) พบในสาระจำนวนและพีชคณิต 2) ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape) พบในสาระการวัดและเรขาคณิต 3) ปริมาณ (Quantity) พบในสาระการวัดและเรขาคณิต 4) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) พบในสาระสถิติและความน่าจะเป็น (OECD, 2018) ดังนั้น จะเห็นได้ว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ค่อนข้างที่จะมีการปรับปรุงให้เนื้อหาสาระมีความใกล้เคียงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหาสำหรับการประเมิน PISA 2021 ค่อนข้างมาก

2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์สมการ และอสมการอธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

2. สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

3. สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้นความน่าจะเป็นและนำไปใช้

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต 3 มาตรฐานการเรียนรู้ สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต 2 มาตรฐานการเรียนรู้ และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น 2 มาตรฐานการเรียนรู้ รวมทั้งหมด 3 สาระ 7 มาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งเน้นความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา ดังนั้น จะเห็นได้ว่า สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

มีความสอดคล้องกับเป้าหมายของหลักสูตรและสาระพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี นอกจากนี้แล้วจะเห็นว่า ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา ตัวชี้วัดที่ 1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม มีสาระการเรียนรู้แกนกลางที่จะต้องเรียน เรื่อง สถิติ คือ 1) การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ และฮิสโทแกรม 2) ค่ากลางของข้อมูล ประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และ ฐานนิยม รวมถึง การแปลความหมายผลลัพธ์และการนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง ซึ่งเป็นเนื้อหาสำหรับการประเมิน PISA ด้วย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกเนื้อหาเรื่อง สถิติ มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้

2.1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ หรือเนื้อหาใหม่ ๆ ทั้งนี้ เพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์วางแผนแก้ปัญหาและเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง
2. ความสามารถในการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายสรุปผลและนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
3. ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง
4. ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผลรับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ
5. ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งสอดคล้องกับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามการประเมิน PISA ของ OECD ซึ่งได้แก่ 1) การสื่อสาร (Communication) ตรงกับการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) ไม่ปรากฏในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) 3) การแสดงแทน (Representation) ตรงกับการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 4) การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง

(Reasoning and Argument) ตรงกับการให้เหตุผล 5) การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising Strategies for Solving Problem) ตรงกับการแก้ปัญหาและการคิดสร้างสรรค์ 6) การใช้สัญลักษณ์ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Learning and Operations) ตรงกับการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools) ไม่ปรากฏในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ดังนั้น จะเห็นได้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีความสอดคล้องกับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามการประเมิน PISA ของ OECD บางประการ แต่ต้องเพิ่มการพัฒนาด้านการทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools) ให้กับนักเรียนให้มากขึ้น

2.1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อให้ นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี
2. มองเห็นที่สามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้
3. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล
5. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนคือ การให้เหตุผลอุปนัย เชื่อในความสามารถของคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง มุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่น รวมถึง ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ แล้วนำไปใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น จะเห็นว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีจุดเน้นเรื่องการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง ความมุ่งมั่นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการคิดซ้ำ ๆ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้ใช้ฝึกกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ในการประเมิน PISA ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 3) การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องมีการฝึกกระบวนการคิดหรือการฝึกหัดทางปัญญาด้วยการฝึกคิดแบบซ้ำ ๆ

2.1.6 คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
6. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
7. มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำ ความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
8. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ
9. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
10. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการรูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
11. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
12. มีความรู้ความเข้าใจ ในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
13. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
14. มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่องและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม
15. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็น และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดและนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ทั้ง 14 ข้อ สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เลือกพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพตามข้อ 14 คือ มีความรู้ ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ ไฮโปแกรม ค่ากลางของข้อมูล ซึ่งเป็นเนื้อหาสาระในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเข้าถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีโอกาสพบได้ในชีวิตจริงให้นักเรียนได้ทดลองคิด ทดลองแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง ฝึกคิด ฝึกปฏิบัติ ฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาซ้ำ ๆ อย่างหลากหลาย

2.1.7 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกำหนดไว้ในแต่ละชั้นปีแตกต่างกันไป นักเรียนจะเรียนรู้ครบตามสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีตัวชี้วัดเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และสาระการเรียนรู้แกนกลางเป็นขอบข่ายเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่ต้องเรียนรู้ ดังนี้

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต้องเรียนรู้ 4 มาตรฐาน 8 ตัวชี้วัด ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต 2 มาตรฐาน 5 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) จำนวนตรรกยะที่เน้นจำนวนเต็ม ทศนิยม เศษส่วน 2) เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก 3) อัตราส่วน สัดส่วนและร้อยละ 4) สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5) สมการเชิงเส้นสองตัวแปร สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต 1 มาตรฐาน 2 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) การสร้างทางเรขาคณิต 2) มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น 1 มาตรฐาน 1 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ สถิติที่เน้นแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง กราฟเส้น และแผนภูมิรูปร่างกลม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ต้องเรียนรู้ 5 มาตรฐาน 11 ตัวชี้วัด ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต 2 มาตรฐาน 3 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) จำนวนตรรกยะที่เน้นเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม 2) จำนวนจริงที่เน้นรากที่สองและรากที่สาม 3) พหุนามดีกรีสอง สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต 2 มาตรฐาน 7 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก 2) ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก 3) การสร้างทางเรขาคณิต 4) เส้นขนาน 5) การแปลงทางเรขาคณิต 6) ความเท่ากันทุกประการ 7) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น 1 มาตรฐาน 1 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ สถิติที่เน้นแผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ ไฮโปแกรม ค่ากลางของข้อมูลซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ต้องเรียนรู้ 6 มาตรฐาน 12 ตัวชี้วัด ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต 2 มาตรฐาน 5 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) การแยกตัวประกอบของพหุนามพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง 2) ฟังก์ชันกำลังสอง 3) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4) สมการกำลังสองตัวแปร 3) ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 4) สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต 2 มาตรฐาน 5 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) พื้นที่ผิวของพีระมิด กรวยและทรงกลม 2) ปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลม 3) ความคล้าย 4) อัตราส่วน

ตรีโกณมิติ 5) วงกลม สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น 2 มาตรฐาน 2 ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางที่ต้องเรียนรู้ ได้แก่ 1) สถิติที่เน้นแผนภาพกล่อง 2) ความน่าจะเป็น

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนในทุกระดับชั้นจะได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ครบทั้ง 3 สาระ โดยจำนวนมาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางหรือเนื้อหาสาระที่กำหนดจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้น ดังนี้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียนรู้ 4 มาตรฐาน 8 ตัวชี้วัด 8 เนื้อหาสาระ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรียนรู้ 5 มาตรฐาน 11 ตัวชี้วัด และ 11 เนื้อหาสาระ และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรียนรู้ 6 มาตรฐาน 12 ตัวชี้วัด และ 12 เนื้อหาสาระ โดยเนื้อหาสาระจะค่อย ๆ มีความยาก ซับซ้อน และเป็นนามธรรมเพิ่มขึ้นไปเรื่อย ๆ ดังนั้น จะเห็นได้ว่า จะต้องมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้พัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นเป็นตอนโดยเน้นให้นักเรียนจดจำเนื้อหาสาระที่ได้เรียนรู้มาให้ได้ก่อนจากนั้นมีการฝึกฝน ฝึกปฏิบัติ ฝึกคิดแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ที่ค่อย ๆ เพิ่มระดับความยุ่งยาก ซับซ้อนไปขึ้นเรื่อย ๆ จนสามารถที่จะคิดเชิงกลยุทธ์ คิดเชิงขยายความคิดออกไปเรื่อย ๆ มีการออกแบบวิธีการแก้ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหาที่สอดคล้องกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ที่ใช้ในการประเมิน PISA กล่าวคือ เมื่อพบปัญหาในโลกชีวิตจริงจะต้องคิดหรือแปลงปัญหานั้นโดยคิดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นคิดวางแผนและลงมือแก้ปัญหานั้นด้วยหลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ออกมาแล้วจะต้องมีการตีความกลับไปเพื่ออธิบายผลลัพธ์นั้นในโลกชีวิตจริง รวมทั้งจะต้องมีการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ด้วย นั่นเอง

2.1.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้มุ่งเน้นการวัดและการประเมินการปฏิบัติงานในสภาพที่เกิดขึ้นจริงหรือที่ใกล้เคียงกับสภาพจริง รวมทั้งการประเมินเกี่ยวกับสมรรถภาพของนักเรียนเพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้จากการท่องจำ โดยใช้วิธีการประเมินที่หลากหลายจากการที่นักเรียน ได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้เผชิญกับปัญหาจากสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์จำลอง ได้แก้ปัญหา สืบค้นข้อมูล และนำความรู้ไปใช้รวมทั้งแสดงออกทางการคิด การวัดและประเมินผลดังกล่าวมีจุดประสงค์สำคัญดังต่อไปนี้

1. เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและตัดสินผลการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เพื่อนำผลที่ได้จากการตรวจสอบไปปรับปรุงพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ยั่งยืน

2. เพื่อวินิจฉัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การสืบค้น การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำความรู้ไปใช้การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ การควบคุมกระบวนการคิด และนำผลที่ได้จากการวินิจฉัยนักเรียนไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม

3. เพื่อรวบรวมข้อมูลและจัดทำสารสนเทศด้านการจัดการเรียนรู้โดยใช้ข้อมูลจากการประเมินผลที่ได้ในการสรุปผลการเรียนของนักเรียนและเป็นข้อมูลป้อนกลับแก่นักเรียนหรือผู้เกี่ยวข้องตามความเหมาะสม รวมทั้งนำสารสนเทศไปใช้วางแผนบริหารการจัดการศึกษาของสถานศึกษา

การกำหนดจุดประสงค์ของการวัดและประเมินผลอย่างชัดเจนจะช่วยให้เลือกใช้วิธีการและเครื่องมือวัดผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถวัดได้ในสิ่งที่ต้องการวัดและนำผลที่ได้ไปใช้งานได้จริง ซึ่งการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีแนวทางที่สำคัญดังนี้

1. ต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง โดยใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันเองและระหว่างนักเรียนกับครู นักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ ครูยังสามารถใช้คำตอบของนักเรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและพัฒนาการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อีกด้วย

2. ต้องสอดคล้องกับความรู้ความสามารถของนักเรียนที่ระบุไว้ตามตัวชี้วัดซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ครูจะต้องกำหนดวิธีการวัดและประเมินผลเพื่อใช้ตรวจสอบว่านักเรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้และต้องแจ้งตัวชี้วัดในแต่ละเรื่องให้นักเรียนทราบโดยทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้นักเรียนได้ปรับปรุงตนเอง

3. ต้องครอบคลุมด้านความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือการทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้งสามด้าน ซึ่งงานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะดังนี้

3.1 สารในงานหรือกิจกรรมต้องเน้นให้นักเรียนได้ใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 วิธีหรือทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3.3 เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหามีลักษณะปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดภาพ เป็นต้น

3.5 งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เห็นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. ต้องใช้วิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม และใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลและสนเทศเกี่ยวกับนักเรียน เช่น กรณีที่ต้องการวัดและประเมินผลเพื่อนำไปใช้ในการตัดสินใจผลการเรียน อาจใช้วิธีการต่าง ๆ อาทิ การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด การทำใบกิจกรรม รวมไปถึงการทดสอบ หรือการทดสอบย่อย กรณีที่ต้องการวัดและประเมินผลเพื่อเป็นการตรวจสอบพัฒนาการการเรียนรู้ของนักเรียนโดยเฉพาะในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้วิธีการต่าง ๆ อาทิ การสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน หรือการทำโครงการ ทั้งนี้ การเลือกใช้วิธีการวัดที่เหมาะสมและเครื่องมือที่มีคุณภาพจะทำให้ครูผู้สอนสามารถวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้ตรงตามวัตถุประสงค์ ครูจะได้ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับความรู้

ความสามารถของนักเรียนได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน ฉะนั้น ครูผู้สอนต้องตระหนักให้มากกว่า เครื่องมือวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินตามวัตถุประสงค์หนึ่ง อาจจะไม่เหมาะกับการนำไปใช้กับอีกวัตถุประสงค์หนึ่งได้ อาทิ แบบทดสอบที่ใช้ในการแข่งขันหรือการคัดเลือกอาจจะไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ตัดสินผลการเรียนรู้ เป็นต้น

5. การวัดและประเมินผลเป็นกระบวนการที่ใช้สะท้อนความรู้ความสามารถของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนมีข้อมูลในการปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเองให้ดีขึ้น ในขณะที่ครูสามารถนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ ดังนี้

5.1 ประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่นักเรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียน หรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดและประเมินผลจะช่วยให้ครูนำไปใช้ประโยชน์ ในการจัดการเรียนรู้ดังนี้ 1) จัดกลุ่มนักเรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตาม ความถนัด ความสนใจ และความสามารถของนักเรียน 2) วางแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูพิจารณาเลือกตัวชี้วัด เนื้อหาสาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานและทักษะของนักเรียน และสอดคล้องกับการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

5.2 ประเมินระหว่างเรียน เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ครูสามารถดำเนินการในเรื่องต่อไปนี้ 1) ศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นระยะ ๆ ว่านักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่านักเรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้น ครูจะได้หาทางแก้ไขได้ทันที่ 2) ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ถ้าพบว่านักเรียนไม่เข้าใจบทเรียนใดจะได้จัดให้เรียนซ้ำหรือให้นักเรียนเรียนรู้บทใดได้เร็วกว่าที่กำหนดไว้จะได้ปรับวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของนักเรียนแต่ละคน

5.3 ประเมินหลังเรียน เป็นการประเมินเพื่อนำผลที่ได้ไปใช้สรุปผลการเรียนรู้หรือเป็นการวัดและประเมินผลแบบสรุปรวบยอดหลังจากสิ้นสุดภาคการศึกษาหรือปีการศึกษาของนักเรียน รวมทั้งครูสามารถนำผลการประเมินที่ได้ไปใช้ในการวางแผนและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดทำขึ้นเพื่อตรวจสอบผลการเรียนรู้และจัดระดับผลการเรียนรู้ของนักเรียนให้ออกมาอยู่ในรูปของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทำให้ครูได้ข้อมูลสารสนเทศสำหรับนำไปปรับปรุงการเรียนรู้ของนักเรียนเพื่อวินิจฉัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำให้ครูได้ข้อมูลสารสนเทศนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียน และเพื่อรวบรวมข้อมูลสารสนเทศทั้งหมดให้เป็นระบบทำให้ผู้บริหารนำไปใช้เป็นแนวทางการวางแผนบริหารจัดการการศึกษา ซึ่งการวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องวัดให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ครอบคลุมทั้งความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์อย่างต่อเนื่องทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม

โดยใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลสารสนเทศได้น่าเชื่อถือและนำไปสู่การพัฒนาให้นักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้น เพื่อให้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ข้อมูลสารสนเทศที่ตรงกับความสามารถที่แท้จริงของนักเรียน จึงจำเป็นที่จะต้องประเมินนักเรียนเป็นระยะ ๆ ทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ควรศึกษาพัฒนาการการเรียนรู้ ติดตามความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน มีการให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ เติมเต็มความรู้ความสามารถหรือทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามศักยภาพของนักเรียนแต่ละบุคคลที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคล ควรมีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากหลายแหล่ง เช่น การสังเกต การทดสอบ การสัมภาษณ์ เป็นต้น และที่สำคัญควรมีการประเมินนักเรียนในแง่มุมของการประเมิน PISA เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์พร้อมที่จะเข้าสู่การประเมิน PISA แล้วหรือไม่ โดยใช้เครื่องมือประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนได้แสดงออกถึงเรื่องการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ผู้วิจัยวิเคราะห์สาระสำคัญของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และแนวทางการนำมาใช้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้านการทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools)
2. มุ่งพัฒนานักเรียนโดยใช้การฝึกกระบวนการคิดหรือการฝึกหัดทางปัญญาด้วยการฝึกคิดแบบซ้ำ ๆ
3. มุ่งพัฒนานักเรียนให้เข้าถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีโอกาสพบได้ในชีวิตจริงให้นักเรียนได้ทดลองคิด ทดลองแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง ฝึกคิด ฝึกปฏิบัติ ฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาซ้ำ ๆ อย่างหลากหลาย
4. มุ่งพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นเป็นตอนโดยเน้นให้นักเรียนจดจำเนื้อหาสาระที่ได้เรียนรู้มาให้ได้ก่อนจากนั้นมีการฝึกฝน ฝึกปฏิบัติ ฝึกคิดแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ที่ค่อย ๆ เพิ่มระดับความยุ่งยาก ซับซ้อนไปขึ้นเรื่อย ๆ จนสามารถที่จะคิดเชิงกลยุทธ์ คิดเชิงขยายความคิดออกไปเรื่อย ๆ มีการออกแบบวิธีการแก้ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ที่ใช้ในการประเมิน PISA คือ เมื่อพบปัญหาในโลกชีวิตจริงจะต้องคิดหรือแปลงปัญหานั้นโดยคิดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นคิดวางแผนและลงมือแก้ปัญหานั้นด้วยหลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ออกมาแล้วจะต้องมีการตีความกลับไปเพื่ออธิบายผลลัพธ์นั้นในโลกชีวิตจริง รวมทั้งจะต้องมีการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ด้วย
5. มุ่งประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 3) การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

กล่าวโดยสรุป จากการศึกษาดูเอกสารหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จึงนำไปสู่การเลือกเนื้อหาสาระสำหรับการวิจัยในครั้งนี้คือ แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม ค่าเฉลี่ย

เลขคณิต มัธยมศึกษา และฐานนิยม เนื่องจากเป็นเนื้อหาสาระที่ใช้ในการประเมิน PISA และสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ไ้ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

2.2 การประเมิน PISA

ในประเทศไทยมีหน่วยงานที่ทำหน้าที่รับผิดชอบดูแลการดำเนินงานและประสานงานเกี่ยวกับการประเมิน PISA คือ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ โดยเป็นผู้ดำเนินงานโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ในประเทศไทยในฐานะศูนย์แห่งชาติ (National Center) ซึ่งดำเนินงานด้านกระบวนการวิจัยเป็นหลักและให้ข้อมูลเชิงนโยบายที่ได้จากผลการประเมิน PISA แก่หน่วยงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการศึกษาและยกระดับคุณภาพการศึกษาต่อไป นอกจากนี้ สสวท. ยังมีหน้าที่รับผิดชอบดำเนินงานวิจัย PISA ตามข้อกำหนดขององค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) โดยประสานงานเพื่อดำเนินการร่วมกับกระทรวงศึกษาธิการ โรงเรียนระดับมัธยมศึกษาทั้งสายสามัญและสายอาชีวศึกษาในทุกสังกัดของกระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร สำนักประสานและพัฒนากิจการศึกษาท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย และกระทรวงการอุดมศึกษา วิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม และให้บริการข้อมูลจากการประเมินผล PISA ที่เป็นประโยชน์แก่องค์กรดังกล่าวทั้งในด้านคุณภาพการศึกษาและสิ่งแวดล้อมทางการเรียนเพื่อการแก้ไขจุดอ่อนและการดำรงไว้ซึ่งจุดแข็งในระบบการศึกษาของแต่ละองค์กร ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าข้อมูลจากเว็บไซต์ <https://pisathailand.ipst.ac.th> ของ สสวท. สามารถสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับการประเมิน PISA ได้ดังหัวข้อต่อไปนี้

2.2.1 ความเป็นมาของการประเมิน PISA

การประเมิน PISA มีชื่ออย่างเป็นทางการว่า “โปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล” หรือโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ มาจากชื่อในภาษาอังกฤษว่า Programme for International Student Assessment และใช้อักษรที่มาจากอักษรตัวแรกของคำมาเป็นตัวย่อเรียกสั้น ๆ PISA อ่านออกเสียงภาษาไทยว่า “ปิซา” เป็นการทำงานที่ริเริ่มโดยองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาของประเทศต่าง ๆ ในการเตรียมความพร้อมให้เยาวชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง โดย PISA เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน ปัจจุบันนี้มีประเทศจากทั่วโลกเข้าร่วม PISA มากกว่า 80 ประเทศ

PISA ประเมินสมรรถนะที่เรียกว่า Literacy หรือใช้คำเรียกในภาษาไทยก่อนหน้านี้นี้ว่า “การรู้เรื่อง” และปัจจุบันได้ใช้คำว่า “ความฉลาดรู้” แทน PISA เลือกประเมินความฉลาดรู้ในสามด้าน ได้แก่ ความฉลาดรู้ด้านการอ่าน (Reading Literacy) ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และความฉลาดรู้ด้านวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy)

PISA แบ่งการประเมินออกเป็น 2 รอบ กล่าวคือ รอบที่ 1 (Phase I: PISA 2000 PISA 2003 และ PISA 2006) และรอบที่ 2 (Phase II: PISA 2009 PISA 2012 และ PISA 2015) ในการประเมินผลนักเรียนจะวัดความรู้ทั้ง 3 ด้าน แต่จะเน้นหนักในด้านใดด้านหนึ่งในการประเมินแต่ละระยะ กล่าวคือ

1. การประเมินผลระยะที่ 1 (PISA 2000 และ PISA 2009) เน้นด้านการอ่าน โดยกำหนดน้ำหนักข้อสอบด้านการอ่าน 60% และที่เหลือเป็นด้าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ อย่างละ 20%

2. การประเมินผลระยะที่ 2 (PISA 2003 และ PISA 2012) เน้นด้านคณิตศาสตร์ โดยกำหนดน้ำหนักข้อสอบด้านคณิตศาสตร์ 60% และด้านการอ่านและวิทยาศาสตร์อย่างละ 20%

3. การประเมินผลระยะที่ 3 (PISA 2006 และ PISA 2015) เน้นด้านวิทยาศาสตร์ โดยกำหนดน้ำหนักข้อสอบด้านวิทยาศาสตร์ 60% และด้านการอ่านและคณิตศาสตร์อย่างละ 20%

นอกจากข้อสอบของ PISA จะประเมินความฉลาดรู้ (Literacy) ในสามด้าน ได้แก่ ความฉลาดรู้ด้านการอ่าน (Reading Literacy) ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และความฉลาดรู้ด้านวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) แล้ว ยังมีการสำรวจข้อมูลพื้นฐานของนักเรียน และการจัดการเรียนการสอน ข้อสอบของ PISA มีความน่าสนใจและท้าทาย โดยมีหลากหลายสถานการณ์ในชีวิตจริงให้นักเรียนอ่าน แต่ละสถานการณ์อาจมีหลายคำถามและหลากหลายรูปแบบในการตอบคำถาม เช่น เลือกตอบ เขียนตอบสั้น ๆ และเขียนอธิบาย ในการประเมินที่ผ่านมา นักเรียนจะทำข้อสอบในเล่มแบบทดสอบ

PISA 2015 ได้ปรับเปลี่ยนรูปแบบการประเมินจากแบบทดสอบแบบกระดาษ (Paper Test) แบบทดสอบบนคอมพิวเตอร์ (Test on Computer) โดยใช้การคลิกเลือกตอบ พิมพ์คำตอบ ใช้เมาส์ลากและวางคำตอบหรือคลิกเลือกคำตอบจากรายการที่กำหนดให้ การประเมินของ PISA ใช้เวลาสองชั่วโมงในการทำแบบทดสอบและใช้เวลาอีกประมาณหนึ่งชั่วโมงในการตอบแบบสอบถามเกี่ยวกับตัวนักเรียนและการเรียน นอกจากนี้ ยังมีแบบสอบถามสำหรับโรงเรียนที่ต้องตอบบนคอมพิวเตอร์เพื่อให้ข้อมูลเกี่ยวกับการบริหารจัดการการศึกษาภายในโรงเรียน

PISA เลือกประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่งเป็นวัยที่จบการศึกษาภาคบังคับ การสุ่มตัวอย่างนักเรียนทำตามระบบอย่างเคร่งครัด เพื่อประกันว่านักเรียนเป็นตัวแทนของนักเรียนทั้งระบบ อีกทั้งการวิจัยในทุกขั้นตอนต้องอยู่ภายใต้การควบคุมดูแลของ OECD ทุกประเทศต้องทำตามกฎเกณฑ์และวิธีการที่กำหนดอย่างเคร่งครัด เพื่อให้การวิจัยมีคุณภาพอยู่ในระดับเดียวกัน และข้อมูลของทุกประเทศมีมาตรฐานเดียวกัน เพื่อให้สามารถนำมาวิเคราะห์ร่วมกันได้ และตามข้อตกลงในการดำเนินงานการประเมิน PISA ของ OECD ไม่อนุญาตให้เปิดเผยรายชื่อของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.2.2 ประเทศไทยกับการประเมิน PISA

การประเมิน PISA นั้นมีความแตกต่างจากการศึกษาการประเมินผลนานาชาติ หรือ TIMSS ซึ่ง TIMSS มองผลตามหลักสูตรที่นักเรียนเรียนอยู่หรือเรียกว่า มองผลปัจจุบัน เนื่องจากข้อสอบของ TIMSS จึงถามความรู้ในเนื้อหาวิชาตามหลักสูตร ในขณะที่ PISA มองไปที่อนาคต เนื่องจาก ข้อสอบของ PISA จะถามในเรื่องของการใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการที่จำเป็นจะต้อง

นำไปใช้ในการดำรงชีวิตมากกว่าความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในหลักสูตร (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) ทั้งนี้ จากข้อแตกต่างข้อการประเมิน TIMSS กับ PISA ดังกล่าวข้างต้น ซึ่งมีประโยชน์ต่อการนำผลการประเมินไปใช้ในการพัฒนาการจัดการศึกษาในประเทศ โครงการประเมิน PISA ในระยะแรกจึงมีหลายประเทศที่ไม่ได้เป็นสมาชิกของ OECD รวมถึงประเทศไทยได้แสดงความสนใจในโครงการ และแสดงความจำนงเข้าร่วมโครงการประเมิน จึงส่งผลให้ OECD จัดโครงการคู่ขนานที่เรียกว่า PISA Plus ขึ้นเพื่อให้ประเทศที่มีใช้สมาชิกเข้าร่วมในการประเมิน ซึ่งเริ่มช้ากว่าประเทศสมาชิกที่ได้ดำเนินการล่วงหน้าไปแล้วแต่นำข้อมูลมาวิเคราะห์ร่วมกัน

การประเมิน PISA 2000 ตรงกับปี พ.ศ. 2543 ประเทศไทยได้เข้าร่วมการประเมินเป็นครั้งแรกในฐานะประเทศที่ไม่ได้เป็นสมาชิกของ OECD แต่เข้าร่วมในฐานะประเทศร่วม (Partner countries) เพื่อต้องการตรวจสอบคุณภาพของระบบการศึกษา และสมรรถนะของนักเรียน วิทยกรรมการศึกษาระดับมัธยมศึกษาเกี่ยวกับความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับอนาคต โดยใช้มาตรฐานของประเทศที่พัฒนาแล้วเป็นเกณฑ์ชี้วัด โดยเข้าร่วมในโครงการคู่ขนาน PISA Plus ในการประเมิน PISA ครั้งนั้นมีนักเรียนไทยเข้าร่วมการประเมิน 5,433 คน สิ่งที่ประเทศไทยได้รับจากการเข้าร่วมโครงการไม่ใช่การบอกลำดับที่บนสเกลนานาชาติ แต่ถือว่าเป็นกระบวนการนับตั้งแต่จุดเน้นในการเตรียมประชากรในอนาคตทั้งด้านความรู้และทักษะหลัก ๆ ที่ประเทศที่พัฒนาทางเศรษฐกิจให้ความสำคัญ วิธีการประเมินที่แตกต่างจากวิธีเดิม ๆ และผลการประเมินที่สามารถให้ข้อมูลพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์เชิงนโยบายเพราะจะบอกถึงคุณภาพการศึกษาไทย และชี้ทิศทางการเตรียมประชากรเพื่ออนาคต นอกจากนี้ ผลการวิจัยจะบอกความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะของนักเรียนกับตัวแปรต่าง ๆ ได้แก่ ภาควิทยาศาสตร์ สภาพเศรษฐกิจ สังคม ทรัพยากรของโรงเรียน การจัดการในโรงเรียน เป็นต้น และจะเป็นข้อมูลที่รายงานให้ระดับนโยบายทางการศึกษาเพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการจัดการและปรับปรุงการพัฒนาหลักสูตร การพัฒนาครูและบุคลากรทางการศึกษา รวมไปถึงการจัดการเรียนการสอนของประเทศให้มีคุณภาพทัดเทียมกับนานาชาติต่อไป

ในการประเมิน PISA สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ จะเป็นผู้ดำเนินโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล หรือ PISA ในประเทศไทยโดยประสานความร่วมมือกับหน่วยงานภายนอกทั้งในและต่างประเทศเพื่อให้การดำเนินงานเป็นไปอย่างเต็มประสิทธิภาพและบรรลุเป้าหมาย สำหรับการดำเนินงานภายในประเทศ สสวท. ได้แต่งตั้งคณะกรรมการระดับชาติ ซึ่งประกอบไปด้วยผู้แทนจากสำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานเลขาธิการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชนสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร และสำนักประสานและพัฒนาการจัดการศึกษาท้องถิ่น กรมการปกครองส่วนท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย โดยมีบทบาทหน้าที่ในการให้คำปรึกษา ข้อเสนอแนะ และติดต่อประสานงานกับโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ประเทศไทยได้กำหนดกรอบการสุ่มตัวอย่าง (sampling frame) ในการประเมิน PISA เป็นนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่งเป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ขึ้นไปจากโรงเรียนทุกสังกัด ได้แก่

1. โรงเรียนในสังกัดของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
2. โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน
3. โรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร
4. โรงเรียนในสังกัดกรมส่งเสริมการปกครองท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย
5. โรงเรียนสาธิตของมหาวิทยาลัย สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา
6. วิทยาลัยในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา

ซึ่งประเทศไทยได้เข้าร่วมการประเมิน PISA มาอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ปี พ.ศ. 2543 (PISA 2000) และดำเนินการต่อเนื่องมาใน PISA 2003, PISA 2006, PISA 2009, PISA 2012, PISA 2015 และครั้งล่าสุดคือ PISA 2018 โดย OECD จะจัดการประเมินต่อเนื่องทุกสามปี จำนวนโรงเรียนและจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการประเมิน PISA ตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2018 สรุปได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 จำนวนโรงเรียนและจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการประเมิน PISA ตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2018

จำนวนโรงเรียนและนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการประเมิน PISA	จำนวนโรงเรียน	จำนวนนักเรียน
PISA 2000	179	5,433
PISA 2003	179	5,236
PISA 2006	212	6,192
PISA 2009	230	6,225
PISA 2012	239	6,606
PISA 2015	273	8,249
PISA 2018	290	8,633

จากตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่า มีจำนวนโรงเรียนและจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามลำดับ ผลที่ได้ก็คือ ช่วยเพิ่มอำนาจการกระจายตัวของกลุ่มตัวอย่างให้เป็นตัวแทนที่ดีของประชากรมากขึ้น สามารถเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างได้กว้างขวางครอบคลุมโรงเรียนและนักเรียนไทยมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผลที่ได้จากการประเมินการนำความรู้และทักษะที่ได้เรียนในห้องเรียน ในโรงเรียนมาใช้ในโลกชีวิตจริงวิ่งเข้าใกล้ความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น และสามารถนำข้อมูลผลสัมฤทธิ์จากการทำแบบทดสอบและข้อมูลเกี่ยวกับตัวนักเรียน รวมทั้งข้อมูลนโยบาย การบริหารจัดการ และการจัดการเรียนการสอนจากผู้บริหารของโรงเรียนไปใช้เป็นต้นทุนข้อมูลคุณภาพการศึกษาของประเทศเพื่อนำไปสู่การประเมินและพัฒนานโยบายทางการศึกษา การพัฒนาหลักสูตร การพัฒนาครูและบุคลากรทางการศึกษา รวมไปถึงการจัดการเรียนการสอนของประเทศให้มีคุณภาพทัดเทียมกับนานาชาติต่อไป นั่นเอง

2.2.3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครกับการประเมิน PISA

จากการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการประเมิน PISA พบว่า โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร เข้าร่วมการประเมิน PISA มาอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ปี พ.ศ. 2543 (PISA 2000) และดำเนินการต่อเนื่องมาใน PISA 2003, PISA 2006, PISA 2009, PISA 2012, PISA 2015 และครั้งล่าสุดคือ PISA 2018 โดยในครั้งแรก PISA 2000 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครถูกจัดอยู่ในกลุ่มโรงเรียนในสังกัดกระทรวงมหาดไทยและกรุงเทพมหานคร ซึ่งได้แก่ โรงเรียนของสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร และสำนักบริหารการศึกษาท้องถิ่น (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) และได้แยกออกมาจากกลุ่มดังกล่าวในการประเมิน PISA 2003 มาจนถึงครั้งล่าสุดคือ PISA 2018 (สุนีย์ คล้ายนิล, 2549)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่า สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร ได้เล็งเห็นความสำคัญและประโยชน์จากการประเมิน PISA อย่างมาก จึงให้โรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครเป็นกลุ่มตัวอย่างในการประเมิน PISA มาตั้งแต่เริ่มการประเมิน PISA ครั้งแรกตั้งแต่ปี 2000 จนมาถึงครั้งล่าสุดคือ PISA 2018 ผ่านการประเมิน PISA มากกว่า 7 ครั้ง ในรอบเกือบสองทศวรรษ สะท้อนให้เห็นถึงวิสัยทัศน์ทางการบริหารและความต้องการยกระดับคุณภาพการศึกษา ดังได้กล่าวถึงผลประโยชน์ที่จะได้จากการเข้าร่วมประเมิน PISA มาแล้วข้างต้น และจากการตัดสินใจเข้าร่วมการประเมิน PISA ย่อมส่งผลให้มีสิ่งที่จะต้องมีการปรับเปลี่ยนเคลื่อนไหวหมุนเวียนเพื่อการจัดการศึกษาในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร อย่างแน่นอน ไม่ว่าจะเป็นการปรับเปลี่ยนนโยบายการจัดการศึกษาของสำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานคร การเตรียมความพร้อมทั้งศึกษานิเทศก์ ผู้บริหารสถานศึกษา ครู นักเรียน จึงนับเป็นความมุ่งมั่นทางการจัดการศึกษาที่จะได้ผลิบานความรู้ เบ่งบานผลผลิตทางการศึกษาที่มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น และฟันเฟืองเล็ก ๆ นี้ก็จะช่วยขับเคลื่อนการศึกษาไทยให้ก้าวไกลไปได้ในอนาคต ผู้วิจัยจึงคิดว่า สำนักงานการศึกษากรุงเทพมหานคร น่าจะได้เรียนรู้ผลลัพธ์จากการเข้าร่วมการประเมิน PISA มามากพอสมควรสำหรับการพัฒนาองค์ความรู้ทางการศึกษาของตนเอง

2.2.4 กรอบการวัดและการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์

การประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางการประเมิน PISA มีจุดมุ่งหมายหลักเพื่อต้องการพัฒนาตัวชี้วัดว่า ระบบการศึกษาของประเทศที่ร่วมโครงการสามารถให้การศึกษเพื่อเตรียมตัวเยาวชนอายุ 15 ปี ให้พร้อมที่จะมีบทบาทหรือมีส่วนร่วมสร้างสรรค์ และดำเนินชีวิตอย่างมีคุณภาพในสังคมได้มากน้อยเพียงใด การประเมินของ PISA มีจุดมุ่งหมายมุ่งศึกษาไปทีอนาคตมากกว่าปัจจุบัน ทั้งนี้ เพื่อหาคำตอบว่า หลังจากที่นักเรียนได้เรียนรู้ในห้องเรียน ในโรงเรียนแล้วสามารถนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ในโลกชีวิตจริงทั้งสถานการณ์ของธรรมชาติ สังคม และวัฒนธรรมที่บุคคลนั้น ๆ อาศัยอยู่ได้หรือไม่ อย่างไร

ปกติคนเราจะต้องพบกับสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น การจับจ่ายใช้สอย การเดินทาง การทำอาหาร การจัดระเบียบการเงินของตน การประเมินสถานการณ์ การตัดสินใจประเด็นปัญหาทางสังคมการเมือง ฯลฯ ซึ่งความรู้คณิตศาสตร์สามารถเข้ามาช่วยทำให้การมองประเด็น การตั้งปัญหา หรือการแก้ปัญหาที่มีความชัดเจนยิ่งขึ้น การใช้คณิตศาสตร์ดังกล่าวนี้ แม้จะต้องมีรากฐานมาจากทักษะคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน แต่ก็จำเป็นต้องมีความสามารถในการใช้ทักษะนั้น ๆ ในสถานการณ์

อื่น ๆ นอกเหนือไปจากสถานการณ์ของปัญหาคณิตศาสตร์ล้วน ๆ หรือแบบฝึกคณิตศาสตร์ที่เรียนในโรงเรียนที่นักเรียนจะสามารถคิดอยู่ในวงจำกัดของเนื้อหาวิชา โดยไม่ต้องคำนึงถึงความเป็นจริงมากนัก แต่การใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริงนักเรียนต้องรู้จักสถานการณ์ หรือสิ่งแวดล้อมของปัญหา ต้องเลือกตัดสินใจว่าจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อย่างไร

การประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ของ OECD เรียกว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ซึ่งหมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย และทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยส่วนหนึ่งของนิยามของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่กล่าวว่า “ความสามารถของแต่ละบุคคลในการคิด การใช้ และการตีความคณิตศาสตร์...” สามคำนี้มีประโยชน์และมีความสำคัญในการจัดการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถอธิบายได้ว่า แต่ละคนสามารถเชื่อมโยงบริบทของปัญหากับคณิตศาสตร์ได้อย่างไร และแก้ปัญหาอย่างไร กระบวนการทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 กระบวนการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) ดังนี้

1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
2. การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
3. การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

การรู้ว่่านักเรียนสามารถเข้าไปมีส่วนร่วมในแต่ละกระบวนการเหล่านี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใดนั้น เป็นสิ่งสำคัญต่อการจัดทำนโยบายทางการศึกษาในปัจจุบัน ผลการสำรวจของ PISA ในกระบวนการการคิดในเชิงคณิตศาสตร์ ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถรู้และบอกโอกาสที่จะใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ของปัญหา แล้วให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแปลงสถานการณ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใด ส่วนการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถคำนวณ ดำเนินการ และประยุกต์แนวคิดหลักและข้อเท็จจริงที่นำไปสู่การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์กับปัญหาที่ถูกเปลี่ยนให้เป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ได้ดีเพียงใด และสำหรับกระบวนการตีความ ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสะท้อนข้อสรุปและวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตีความผลที่ได้ไปสู่บริบทปัญหาในโลกชีวิตจริง และระบุได้ว่าผลลัพธ์หรือข้อสรุปเป็นเหตุเป็นผลหรือไม่

การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งนิยามของคำว่า “การคิด” ในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการรู้และบอกโอกาสในการใช้คณิตศาสตร์ แล้วกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหาที่พบในสถานการณ์ กระบวนการของการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์คือ การที่บุคคลตัดสินใจได้ว่าส่วนใดที่เขาสามารถดึงคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหา โดยบุคคลเหล่านี้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตคณิตศาสตร์ และกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การใช้เครื่องหมายแทน และลักษณะจำเพาะให้กับปัญหาในโลกชีวิตจริง ซึ่งสามารถให้เหตุผล ตั้งสมมติฐาน และพิจารณาข้อจำกัดได้อย่างสมเหตุสมผล กระบวนการนี้ประกอบด้วย

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และการระบุตัวแปรที่สำคัญ
- 2) การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ รวมถึง กฎเกณฑ์ ความสัมพันธ์ และแบบรูปของปัญหา

หรือสถานการณ์ การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น 3) การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลังแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และจากการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่รวบรวมได้จากบริบท 4) การแสดงแทนสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม 5) การแสดงแทนปัญหาในหลากหลายวิธี รวมถึง การจัดการกับปัญหาให้สอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสม 6) การรู้ เข้าใจ และการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาเฉพาะกับบริบทของปัญหากับภาษาที่เป็นสัญลักษณ์และภาษาอย่างเป็นทางการที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์ 7) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ หรือการแสดงแทนการรู้แ่งมุมต่าง ๆ ของปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักข้อเท็จจริง หรือวิธีดำเนินการ 8) การใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ เช่น ตารางโปรแกรมทำงาน หรือรายการที่มีให้บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งนิยามของคำว่า “การใช้” ในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการประยุกต์แนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่แต่ละคนแสดงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ และค้นหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น แสดงการคำนวณ การแก้สมการ การลงข้อสรุปจากสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้เชิงสัญลักษณ์ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การใช้สัญลักษณ์แทนและการจัดการกับรูปร่างและรูปทรง และการวิเคราะห์ข้อมูล สร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา สร้างกฎเกณฑ์ ระบุความเชื่อมโยงระหว่างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ กระบวนการนี้ประกอบด้วย 1) การคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ 2) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเทคโนโลยีเพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม 3) การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา 4) การดำเนินการในเรื่องจำนวน ข้อมูลและข้อสนเทศเกี่ยวกับกราฟและสถิติ นิพจน์พีชคณิตและสมการ และการแสดงแทนทางเรขาคณิต 5) การสร้างแผนภาพ กราฟ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากสิ่งเหล่านั้น 6) การใช้และการสลับที่ระหว่างการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในกระบวนการแก้ปัญหา 7) การสร้างข้อสรุปทั่วไปบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่เกิดจากการนำวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา 8) การสะท้อนข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ การอธิบายและการแสดงเหตุผลต่อผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนิยามของคำว่า “การตีความ” ในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มุ่งเน้นไปที่ความสามารถของแต่ละบุคคลในการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง ซึ่งรวมถึงการแปลความหมายของวิธีแก้ปัญหาหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปที่บริบทของปัญหา และตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากันได้กับบริบทของ

ปัญหาหรือไม่ บุคคลที่ใช้กระบวนการนี้อาจจะสร้างและสื่อสารคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งในบริบทของปัญหา และการสะท้อนทั้งกระบวนการสร้างแบบจำลองและผลที่ได้ กระบวนการประเภทนี้รวม “ตีความ” และ “ประเมิน” ไว้ด้วยกัน ประกอบด้วย 1) การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปบริบทโลกชีวิตจริง 2) การประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหามathematics ในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง ความเข้าใจว่าบริบทในชีวิตจริงส่งผลกระทบบต่อผลลัพธ์และวิธีคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองอย่างไร เพื่อตัดสินใจว่าจะต้องปรับปรุงหรือปรับเปลี่ยนไปใช้ในสถานการณ์ได้อย่างไร 3) การอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา 4) ความเข้าใจขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์และวิธีแก้ปัญหามathematics ทางคณิตศาสตร์ 5) การวิจารณ์และระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหามathematics

ส่วนความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในกรอบโครงสร้างการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ มี 7 ข้อ ดังต่อไปนี้

1. การสื่อสาร (Communication) ความสามารถของแต่ละบุคคลที่รับรู้การมีอยู่ของสิ่งที่ท้าทาย และถูกกระตุ้นให้รู้และเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การอ่าน การถอดรหัส และการตีความข้อความ คำถาม ภาระงานหรือสิ่งต่าง ๆ ที่ทำให้แต่ละคนสามารถสร้างแบบจำลองสถานการณ์ขึ้นมาในใจ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการเข้าใจปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น และการคิดสร้างปัญหา ในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหามathematics ผลที่ได้ทันทีอาจจำเป็นต้องมีการสรุปและนำเสนอ หลังจากที่พบวิธีแก้ปัญหามathematics แล้ว ผู้แก้ปัญหามathematics จำเป็นต้องนำเสนอวิธีแก้ปัญหามathematics นั้น และบางครั้งต้องมีการอธิบาย และให้เหตุผลกับผู้อื่นด้วย

2. การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง ซึ่งรวมทั้งการสร้างโครงสร้าง การสร้างแนวคิดหลัก การสร้างสมมติฐาน และ/หรือการคิดแบบจำลอง หรือการตีความ หรือการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เชื่อมโยงกับปัญหาเดิม

3. การแสดงแทน (Representation) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์มักเกี่ยวข้องกับการแสดงเครื่องหมายแทนของสิ่งต่าง ๆ และสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์อยู่บ่อยครั้ง นำมาซึ่งการคัดเลือก การตีความ การแปล และการแสดงเครื่องหมายแทนที่หลากหลายในการจับประเด็นของสถานการณ์ ปฏิสัมพันธ์กับปัญหา หรือเพื่อนำเสนองาน การแสดงแทน ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ รูปภาพ สมการ สูตร และสื่อที่เป็นรูปธรรม

4. การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้ในแต่ละขั้นตอนและแต่ละกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์คือการให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับพื้นฐานของความเป็นเหตุเป็นผลในกระบวนการคิดที่ค้นหาและเชื่อมโยงกับองค์ประกอบของปัญหาเพื่อใช้สร้างข้อสรุปจากสิ่งเหล่านั้น ตรวจสอบการให้เหตุผลที่ได้รับหรือแสดงการให้เหตุผลของข้อความหรือวิธีแก้ปัญหามathematics

5. การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหามathematics (Devising Strategies for Solving Problems) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์จำเป็นต้องคิดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามathematics อยู่บ่อยครั้ง ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการควบคุมขั้นสูงที่นำแต่ละคนไปสู่การรู้ การสร้าง และการแก้ปัญหามathematics ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะนี้มีลักษณะที่เป็นการเลือก หรือคิดแผน หรือกลยุทธ์ที่จะใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามathematics ที่มาจาก

ภาระงานหรือบริบท และการชี้แนวทาง การนำไปใช้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์นี้อาจต้องนำไปใช้ในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา

6. การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Language and Operations) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ ซึ่งประกอบด้วย ความเข้าใจ การตีความ การจัดการ และการใช้นิพจน์สัญลักษณ์ในบริบททางคณิตศาสตร์ ได้แก่ นิพจน์พีชคณิต และการดำเนินการ เพื่อดำเนินการตามแบบแผนและกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และยังรวมถึงความเข้าใจ และการใช้โครงสร้างตามแบบแผนที่มาจากนิยาม กฎเกณฑ์ และระบบตามแบบแผน และการใช้อัลกอริทึมกับองค์ความรู้เหล่านี้ด้วย สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์และระบบจะถูกใช้ตามความรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับภาระงานนั้น ๆ โดยเฉพาะในการสร้าง แก้ปัญหา หรือตีความทางคณิตศาสตร์

7. การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools) สมรรถนะนี้เป็นการสนับสนุนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในทางปฏิบัติซึ่งเป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ รวมถึง เครื่องมือทางกายภาพ เช่น เครื่องมือวัด เครื่องคิดเลข และเครื่องมือในคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีให้ใช้มากขึ้นอย่างกว้างขวาง ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับการรู้จักและการนำเครื่องมือที่หลากหลายมาใช้เพื่อช่วยในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ และการรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมืออื่น ๆ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ยังสามารถมีบทบาทสำคัญในการให้ข้อมูลผลลัพธ์ด้วย

เนื้อหาคณิตศาสตร์ ตามเกณฑ์การประเมินผลของ PISA ครอบคลุมสี่เรื่องด้วยกัน

1. ปริภูมิและรูปร่างสามมิติ (Space and Shape) เรื่องของแบบรูป (Pattern) มีอยู่ทุกหนทุกแห่งในโลก แม้แต่การพูด ดนตรี การจราจร การก่อสร้าง ศิลปะ ฯลฯ รูปร่างเป็นแบบรูปที่เห็นได้ทั่วไป เป็นต้นว่า รูปร่างของบ้าน โรงเรียน อาคาร สะพาน ถนน ผลึก ดอกไม้ ฯลฯ แบบรูปเรขาคณิตเป็นตัวแบบ (Model) อย่างง่ายที่พบอยู่ในสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏ การศึกษาเรื่องของรูปร่างมีความเกี่ยวข้องอย่างใกล้ชิดกับแนวคิดของเรื่องที่วาง ซึ่งต้องการความเข้าใจในเรื่องสมบัติของวัตถุและตำแหน่งเปรียบเทียบของวัตถุ เราต้องรู้ว่าเรามองเห็นวัตถุสิ่งของต่าง ๆ อย่างไร และทำไมเราจึงมองเห็นมันอย่างที่เราเห็น เราต้องเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและภาพในความคิด หรือภาพที่เรามองเห็น เป็นต้นว่า มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวเมืองจริงกับแผนที่ รูปถ่ายของเมืองนั้น เมืองนี้ รวมทั้งความเข้าใจในรูปร่างที่เป็นสามมิติที่แสดงแทนออกมาในภาพสองมิติ มีความเข้าใจในเรื่องของเงาและภาพที่มีความลึก (Perspective) และเข้าใจด้วยว่ามันทำงานอย่างไร

2. การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) โลกแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงมากมายมหาศาล และแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ทั้งชั่วคราวและถาวรของการเปลี่ยนแปลงในธรรมชาติ (ตัวอย่างเช่น มีการเปลี่ยนแปลงของสิ่งมีชีวิต ขณะเจริญเติบโต การหมุนเวียนของฤดูกาล การขึ้นลงของกระแสน้ำ การเปลี่ยนแปลงของอวกาศ การขึ้นลงของหุ้น การว่างงานของคน) การเปลี่ยนแปลงบางกระบวนการสามารถบอกได้หรือสร้างเป็นตัวแบบได้โดยตรง โดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากเป็นรูปของสมการหรืออสมการ แต่ความสัมพันธ์ในธรรมชาติอื่น ๆ ก็อาจเกิดขึ้นได้เช่นกัน ความสัมพันธ์หลายอย่างไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้โดยตรง ต้องใช้วิธีการอื่น ๆ และจำเป็นต้องมีการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อระบุถึงความสัมพันธ์

3. ปริมาณ (Quantity) จุดเน้นของเรื่องนี้ คือ การบอกปริมาณ รวมทั้ง ความเข้าใจเรื่องของขนาด (เปรียบเทียบ) แบบรูปของจำนวน และการใช้จำนวน เพื่อแสดงปริมาณ และแสดงวัตถุต่าง ๆ ในโลกจริง ๆ ในเชิงปริมาณ (การนับและการวัด) นอกจากนี้ปริมาณยังเกี่ยวข้องกับกระบวนการและความเข้าใจเรื่องจำนวนที่นำมาใช้ในเรื่องต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

4. ความไม่แน่นอน (Uncertainty) เรื่องของความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับสองเรื่อง คือ ข้อมูล และ โอกาส ซึ่งเป็นการศึกษาทาง “สถิติ” และเรื่องของ “ความน่าจะเป็น” ข้อเสนอแนะสำหรับ หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนสำหรับประเทศสมาชิก OECD คือ ให้ความสำคัญกับเรื่องของสถิติและความน่าจะเป็นให้เป็นจุดเด่นมากกว่าที่เคยเป็นมาในอดีต เพราะในโลกปัจจุบันในยุคของ “สังคมข้อมูลข่าวสาร” ข้อมูลข่าวสารที่ล้นหลามเข้ามาและแม้ว่าจะอ้างว่าเป็นข้อมูลที่ถูกต้องตรวจสอบได้ก็จริง แต่ในชีวิตจริงเราก็ต้องเผชิญกับความไม่แน่นอนหลายอย่าง เช่น ผลการเลือกตั้งที่ไม่คาดคิด การพยากรณ์อากาศที่ไม่เที่ยงตรง การล้มละลายทางเศรษฐกิจ การเงิน การพยากรณ์ต่าง ๆ ที่ผิดพลาด แสดงให้เห็นถึงความไม่แน่นอนของโลกคณิตศาสตร์ที่เข้ามามีบทบาทในส่วนนี้คือ การเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การเสนอข้อมูล ความน่าจะเป็น และการอ้างอิง (สถิติ)

เนื้อหาคณิตศาสตร์สี่ด้านดังกล่าวนี้ คือ จุดเน้นของ OECD/PISA ซึ่งอาจจะไม่ใช่จุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ ประเทศหรือหลาย ๆ หลักสูตร และความรู้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์ล้วน ๆ ยังไม่เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา แง่มุมที่สำคัญของความฉลาดรู้ ด้านคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกด้านหนึ่ง คือ เรื่องของ “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” หรือ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) กระบวนการที่นักเรียนนำมาใช้ในความพยายามที่จะแก้ปัญหา นั้นถือว่าเป็น สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies) สมรรถนะต่าง ๆ เหล่านี้ จะสะท้อนถึงวิธีที่นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สมรรถนะของคนที่ใช้สิ่งนี้จะแยกออกมาวัดได้โดด ๆ แต่ในการแสดงความสามารถอย่างใดอย่างหนึ่ง อาจมีหลายสมรรถนะ ซ้อนกันอยู่ นักเรียนจำเป็นต้องมีและสามารถใช้หลายสมรรถนะหรือเรียกว่า กลุ่มของสมรรถนะ ในการแก้ปัญหา ซึ่งรวมไว้เป็นสามกลุ่ม คือ 1) Reproduction (การทำใหม่) 2) Connection (การเชื่อมโยง) 3) Reflection and Communication (การทบทวนไตร่ตรอง และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์)

สถานการณ์หรือบริบท ลักษณะสำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์คือ การที่คณิตศาสตร์ได้เข้าไปเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาที่อยู่ในบริบทหนึ่ง ซึ่งเป็นบริบทในโลกชีวิตจริงที่มีปัญหานั้นตั้งอยู่ PISA ได้จัดประเภทของบริบทออกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

1. บริบทส่วนตัว (Personal) คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้จะเน้นที่กิจกรรมของคน ๆ หนึ่ง ครอบครัว หรือกลุ่มเพื่อน อาจจะเป็นเรื่องส่วนบุคคล ประกอบด้วย สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเตรียมอาหาร การซื้อของ การเล่นเกม สุขภาพส่วนบุคคล การเดินทาง กีฬา การท่องเที่ยว การจัดตารางเวลาส่วนบุคคล และการเงินส่วนบุคคล

2. บริบททางงานอาชีพ (Occupational) คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้เน้นที่งานที่มีในชีวิตจริง เช่น การวัดขนาด ค่าใช้จ่าย และการสั่งซื้อวัสดุสำหรับการก่อสร้าง การเงิน/การบัญชี การควบคุมคุณภาพ การจัดทำหนดการ/รายการสินค้า การออกแบบ/สถาปัตยกรรม และอาชีพที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ บริบทเกี่ยวกับอาชีพอาจจะมี ความเกี่ยวข้องตั้งแต่งานที่ใช้แรงงานโดยไม่ต้องใช้ทักษะ จนถึงงานที่ต้องใช้ความเชี่ยวชาญระดับสูง

3. บริบททางสังคม (Societal) คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้เน้นที่ชุมชนหนึ่ง ๆ ไม่ว่าจะ เป็นระดับท้องถิ่น ระดับชาติ หรือระดับโลก เช่น ระบบการลงคะแนนเสียง การขนส่งสาธารณะ การปกครอง นโยบายภาครัฐ ประชากร การโฆษณา สถิติแห่งชาติ และเศรษฐกิจ แม้ว่าจะเป็นบริบทที่ เกี่ยวข้องกับเรื่องส่วนบุคคล แต่บริบททางสังคมเน้นการมองปัญหานั้นในภาพรวมของสังคม

4. บริบททางวิทยาศาสตร์ (Scientific) คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้เกี่ยวข้องกับการนำ คณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง และประเด็นหรือหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เช่น สภาพภูมิอากาศหรือภูมิประเทศ ระบบนิเวศวิทยา การแพทย์ วิทยาศาสตร์อวกาศ พันธุกรรม การวัด และ ทุกสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโลกของคณิตศาสตร์ภายใต้บริบททางวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้ PISA จะมุ่งให้นักเรียน ได้ใช้ความคิดในระดับสูงด้วยการคิดคำนวณหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาออกมาที่เป็นตัวเลขแล้ว ยังต้องการให้นักเรียนรู้จักใช้การคิดเชิงเหตุผลมาอธิบายคำตอบที่หามาได้อีกด้วย

ภารกิจการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ จึงให้ความชัดเจนที่ความต้องการให้ นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในแวดวงของการดำเนินชีวิต ซึ่งต้องการให้ นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูล สืบรวจตรวจสอบ และนำไปสู่ การแก้ปัญหาในกระบวนการนี้ต้องการทักษะหลายอย่าง เป็นต้นว่า ทักษะการคิดและการใช้เหตุผล ทักษะการโต้แย้ง การสื่อสาร ทักษะการสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการ ในกระบวนการเหล่านี้ นักเรียนต้องใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลายมา รวมกัน หรือใช้ทักษะหลายอย่างที่ทับซ้อนหรือคาบเกี่ยวกัน ดังนั้น การที่ PISA เลือกใช้คำว่า ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ แทนคำว่า “ความรู้คณิตศาสตร์” ก็เพื่อเน้นความชัดเจนของความรู้ คณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งนี้ โดยถือข้อตกลงเบื้องต้นว่าการที่คนหนึ่งจะใช้ คณิตศาสตร์ได้ คนนั้นจะต้องมีความรู้พื้นฐานและทักษะทางคณิตศาสตร์มากพออยู่แล้ว ซึ่งนั่น ก็หมายถึงสิ่งที่นักเรียนได้เรียนไปขณะอยู่ในโรงเรียน

นอกจากนี้ เจตคติและความรู้สึกที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เช่น ความมั่นใจ ความอยากรู้อยากเห็น ความสนใจความรู้สึกว่า ตรงปัญหาหรือตรงกับประเด็น และความอยากที่จะ เข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว แม้จะไม่ถือว่าเป็นเรื่องคณิตศาสตร์แต่ก็ถือว่ามีส่วนสำคัญในการทำให้รู้เรื่อง คณิตศาสตร์ เพราะโดยความเป็นจริงแล้วความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์จะไม่เกิดขึ้น หากบุคคล ขาดเจตคติและความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์ และมีหลักฐานเป็นที่ยอมรับว่ามีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน ระหว่างความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์กับเจตคติและความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์ ในการประเมินผลของ PISA จะไม่มีการวัดด้านนี้ใด ๆ โดยตรง แต่จะมีการหยิบยกมาพิจารณาในบางองค์ประกอบของ การประเมิน

จากการศึกษาเกี่ยวกับการประเมิน PISA รวมถึง การวิเคราะห์ข้อสอบที่ใช้ ในการประเมิน PISA ผู้วิจัยพบว่า การประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ของ OECD มีองค์ประกอบที่ใช้ ในการออกข้อสอบคือ องค์ประกอบด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ องค์ประกอบด้านกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ องค์ประกอบความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบด้านบริบทของ คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ (Space and Shape) 2) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) 3) ปริมาณ (Quantity) และ 4) ความไม่แน่นอน (Uncertainty)

2. องค์ประกอบด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically) 2) การใช้หลักการข้อเท็จจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา (Employing Mathematical Concept, Facts, Procedures and Reasoning) และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes)

3. องค์ประกอบความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การสื่อสาร (Communication) 2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) 3) การแสดงแทน (Representation) 4) การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) 5) การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising Strategies for Solving Problem) 6) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Learning and Operations) และ 7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools)

4. องค์ประกอบด้านบริบทของคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) บริบทส่วนตัว 2) บริบทอาชีพ 3) บริบทสังคม และ 4) บริบทวิทยาศาสตร์

ซึ่งในการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้งจะมีการกำหนดองค์ประกอบที่ชัดเจนโดยจะเลือกใช้บางองค์ประกอบที่จะใช้เน้นในแต่ละครั้งที่แตกต่างกันไป รวมถึงมีกำหนดรูปแบบของข้อสอบที่หลากหลายกัน เช่น ข้อสอบแบบเลือกตอบ แบบเลือกตอบเชิงซ้อน แบบเขียนตอบอิสระ แบบเขียนตอบสั้น เป็นต้น

2.2.5 การจัดระดับความลึกของความรู้ตามแนวทางการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กล่าวว่า ในการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ มีการจัดระดับความลึกของความรู้ไว้ 6 ระดับ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) สรุปได้ดังนี้

ระดับที่ 1 เป็นระดับที่นักเรียนสามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน สามารถทำโจทย์แบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ (มีคะแนนต่ำสุดของระดับคือ 358 คะแนน)

ระดับที่ 2 นักเรียนสามารถตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน สามารถใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ สามารถคิดวิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา ระดับนี้ถือว่าเป็นระดับพื้นฐานที่ควรจะมี (Minimum Requirement) เป็นระดับที่แสดงว่า นักเรียนพอจะใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ในชีวิตได้ในระดับเริ่มต้น (มีคะแนนต่ำสุดของระดับคือ 420 คะแนน)

ระดับที่ 3 นักเรียนสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ต้องเลือกลำดับขั้นตอนด้วย สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา สามารถตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง รวมทั้งสามารถใช้ความเป็นเหตุ

เป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสามารถสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ (มีคะแนนต่ำสุดของระดับคือ 482 คะแนน)

ระดับที่ 4 นักเรียนสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบชัดเจนแต่อยู่ในสถานการณ์ค่อนข้างซับซ้อน และอาจมีข้อจำกัดเข้ามาเกี่ยวข้องหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง สามารถเลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ หลายแบบ รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์หรือใช้ผสมกันได้ โดยนำมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในโลกจริง สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่จำกัด และสามารถใช้เหตุผลได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อน สามารถสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง และสามารถสื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจได้โดยสื่อสารคำอธิบาย ข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความและการโต้แย้ง (มีคะแนนต่ำสุดของระดับคือ 545 คะแนน)

ระดับที่ 5 นักเรียนสามารถสร้างและใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) สำหรับปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน สามารถระบุข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินถึงกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนที่เชื่อมโยงกับตัวแบบ สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการให้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเร้าที่เป็นส่วนของสถานการณ์ สามารถคิดวิเคราะห์ การทำงานของตน สามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถสื่อสาร การแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนให้เป็นที่เข้าใจได้ (มีคะแนนต่ำสุดของระดับคือ 607 คะแนน)

ระดับที่ 6 นักเรียนสามารถสร้างกรอบความคิด สร้างข้อสรุปและสาระบนฐานของข้อมูล การสำรวจตรวจสอบและการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ที่ซับซ้อนของปัญหา และสามารถใช้ความรู้ในบริบทที่ไม่เคยชินและไม่เป็นไปตามแบบแผนที่มีมาก่อน สามารถเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลและสัญลักษณ์ต่าง ๆ อีกทั้งสามารถเชื่อมโยงและปรับใช้อย่างคล่องแคล่ว นักเรียนที่ระดับนี้มีความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ความสัมพันธ์ของตัวแปร มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของการใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาสร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่สำหรับการแก้ปัญหาในวิธีใหม่ นักเรียนสามารถสะท้อนความเห็น การกระทำ และสามารถสื่อสารความเห็นและการกระทำที่ตนค้นพบ ตีความ และโต้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ อีกทั้งยังสามารถอธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ มาตั้งแต่ต้น (มีคะแนนต่ำสุดของระดับคือ 669 คะแนน)

จากการจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับ 6 เป็นระดับสูงสุด ระดับ 1 เป็นระดับต่ำสุด ระดับ 5 และระดับ 6 ถือเป็นระดับสูง ส่วนระดับ 3 และระดับ 4 จัดเป็นระดับปานกลาง และระดับ 2 ถือเป็นระดับพื้นฐานที่นักเรียนวัยนี้ควรจะต้องรู้เพื่อที่จะสามารถใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ได้ แต่ถ้านักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ต่ำกว่าระดับ 2 จะถือว่ายังรู้คณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานและไม่เพียงพอที่จะใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ได้ในชีวิตจริงในอนาคต นั้นหมายความว่า ถ้านักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับ 1 ถือว่านักเรียนทำได้เพียงตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน สามารถระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ ซึ่งเท่ากับว่า นักเรียน

มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เพียงแคในหนังสือเรียนหรือในห้องเรียนหรือในโลกของการเรียนตามตัวหนังสือเท่านั้น แต่ไม่สามารถที่จะนำความรู้และทักษะต่าง ๆ ในห้องเรียนหรือในหนังสือออกมาใช้ในโลกของชีวิตจริงได้ นั่นเอง

2.2.6 ผลการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารรายงานผลการประเมิน PISA ที่จัดทำและเผยแพร่โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สามารถสรุปข้อมูลผลการประเมิน PISA ของนักเรียนไทย ได้ดังตารางที่ 2 ต่อไปนี้

ตารางที่ 2 ผลการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2018 เทียบกับคะแนนเฉลี่ยของ OECD

การประเมิน PISA	คะแนนเฉลี่ยของ OECD	คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศไทย	คะแนนเฉลี่ยระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร	ไทย vs OECD	BMA vs OECD	BMA vs ไทย
PISA 2000	498	432	439*	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	สูงกว่า ¹
PISA 2003	500	417	435	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	สูงกว่า ¹
PISA 2006	498	417	396	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	ต่ำกว่า ³
PISA 2009	496	419	414	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	ต่ำกว่า ³
PISA 2012	494	427	400	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	ต่ำกว่า ³
PISA 2015	490	415	391	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	ต่ำกว่า ³
PISA 2018	489	419	398	ต่ำกว่า ¹	ต่ำกว่า ²	ต่ำกว่า ³

หมายเหตุ *กลุ่มโรงเรียนในสังกัดกระทรวงมหาดไทยและกรุงเทพมหานคร ซึ่งได้แก่ โรงเรียนที่อยู่ในสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร และสำนักบริหารการศึกษาท้องถิ่น

ต่ำกว่า¹ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศไทยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของ OECD

ต่ำกว่า² หมายถึง คะแนนเฉลี่ยระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร
ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของ OECD

ต่ำกว่า³ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร
ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศไทย

สูงกว่า¹ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร
สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศไทย

จากตารางที่ 2 เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบผลการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระหว่างคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยกับคะแนนเฉลี่ยของ OECD จะพบว่า จากการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2018 คะแนนเฉลี่ยของ OECD มีคะแนน

เฉลี่ยสูงสุด 500 คะแนน (PISA 2003) รองลงมา 498 คะแนน (PISA 2000 และ PISA 2006) 496 คะแนน (PISA 2009) 494 คะแนน (PISA 2012) 490 คะแนน (PISA 2015) และต่ำสุด 489 คะแนน (PISA 2018) ซึ่งคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยและนักเรียนกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของ OECD ทุกครั้ง ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยสูงสุดอยู่ที่ 432 คะแนน (PISA 2000) รองลงมา 427 คะแนน (PISA 2012) 419 คะแนน (PISA 2009 และ PISA 2018) 417 คะแนน (PISA 2003 และ PISA 2006) และต่ำสุด 415 คะแนน (PISA 2015) ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ 439 คะแนน (PISA 2000) รองลงมา 435 คะแนน (PISA 2003) 414 คะแนน (PISA 2009) 400 คะแนน (PISA 2012) 396 คะแนน (PISA 2006) และต่ำสุด 391 คะแนน (PISA 2015) ทั้งนี้ มีข้อสังเกต 2 ประการคือ ประการแรก PISA 2000 กลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร ถูกจัดรวมกับสำนักบริหารการศึกษาท้องถิ่นและจัดอยู่ในกลุ่มโรงเรียนสังกัดกระทรวงมหาดไทย และประการที่ 2 PISA 2018 คะแนนเฉลี่ยระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย OECD และคะแนนเฉลี่ยประเทศไทยคือ 398 คะแนน ซึ่งเมื่อนำข้อมูลคะแนนเฉลี่ยจากตารางที่ 2 มาจัดระดับตามเกณฑ์คะแนนของ OECD สรุปได้ดังนี้

ระดับ OECD

- 1) 500 คะแนน (PISA 2003) จัดอยู่ในระดับ 3
- 2) 498 คะแนน (PISA 2000 และ PISA 2006) จัดอยู่ในระดับ 3
- 3) 496 คะแนน (PISA 2009) จัดอยู่ในระดับ 3
- 4) 494 คะแนน (PISA 2012) จัดอยู่ในระดับ 3
- 5) 490 คะแนน (PISA 2015) จัดอยู่ในระดับ 3
- 6) 489 คะแนน (PISA 2018) จัดอยู่ในระดับ 3

ระดับประเทศไทย

- 1) 432 คะแนน (PISA 2000) จัดอยู่ในระดับ 2
- 2) 427 คะแนน (PISA 2012) จัดอยู่ในระดับ 2
- 3) 419 คะแนน (PISA 2009 และ PISA 2018) จัดอยู่ในระดับ 1
- 4) 417 คะแนน (PISA 2003 และ PISA 2006) จัดอยู่ในระดับ 1
- 5) 415 คะแนน (PISA 2015) จัดอยู่ในระดับ 1

ระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร

- 1) 439 คะแนน (PISA 2000) จัดอยู่ในระดับ 2
- 2) 435 คะแนน (PISA 2003) จัดอยู่ในระดับ 2
- 3) 414 คะแนน (PISA 2009) จัดอยู่ในระดับ 1
- 4) 400 คะแนน (PISA 2012) จัดอยู่ในระดับ 1
- 5) 396 คะแนน (PISA 2006) จัดอยู่ในระดับ 1
- 6) 391 คะแนน (PISA 2015) จัดอยู่ในระดับ 1
- 7) 398 คะแนน (PISA 2018) จัดอยู่ในระดับ 1

จากการจัดระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยเรียกว่า ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามแนวทางการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของ OECD จัดอยู่ในระดับ 3 มาโดยตลอด ซึ่งทำให้เห็นว่า ในภาพรวมของนักเรียนในระดับนานาชาติที่มาจากหลายประเทศทั่วโลกสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ต้องเลือกลำดับขั้นตอนด้วย สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา สามารถตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง รวมทั้งสามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสามารถสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยในระดับประเทศไทย และระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร จัดอยู่ในระดับที่ดีที่สุดคือ ระดับ 2 กล่าวคือ นักเรียนสามารถตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน สามารถใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ สามารถคิดวิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา ระดับนี้ถือว่า เป็นระดับพื้นฐานที่ควรจะมี (Minimum Requirement) เป็นระดับที่แสดงว่า นักเรียนพอจะใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ในชีวิตได้

ประเด็นสำคัญที่น่าสนใจคือ ในภาพรวมของนานาชาติ อยู่ในระดับ 3 อย่างคงที่ ในขณะที่ระดับประเทศไทยและระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานครก็อยู่ในระดับที่คงที่เช่นกัน แต่อยู่ในระดับ 1 และระดับ 2 มาโดยตลอด ทำให้เห็นว่า ตลอดระยะเวลาเกือบ 2 ทศวรรษที่ผ่านมาเกิดอะไรขึ้นกับการจัดการศึกษาของไทย เพราะเหตุใดนักเรียนไทยจึงยังไม่สามารถนำสิ่งที่ได้เรียนในห้องเรียน ในโรงเรียนออกมาใช้แก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความซับซ้อนได้ และจากการประเมิน PISA ทั้งหมด 7 ครั้ง ทั้งระดับประเทศไทยและระดับกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร มีเพียง 2 ครั้งจัดอยู่ในระดับ 2 ซึ่งคิดเป็นเพียงร้อยละ 28.57 เท่านั้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งช่วงหลัง ๆ ของการประเมิน PISA นักเรียนไทยทำคะแนนเฉลี่ยน้อยและจัดอยู่ในระดับ 1 เป็นส่วนใหญ่ ซึ่งนักเรียนกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร ก็เช่นกันและน่าเป็นห่วงมากเพราะตั้งแต่การประเมิน PISA 2009 เป็นต้นมา นักเรียนกลุ่มโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร อยู่ในระดับ 1 มาทุกครั้ง ดังนั้น จึงยิ่งจำเป็นที่จะต้องค้นหาเทคนิค วิธีการ หรือแนวทางที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้นเพื่อที่จะได้ไม่เป็นจัดการศึกษาที่สูญเปล่า เนื่องจากนักเรียนแทบไม่หลงเหลือสิ่งที่ได้เรียนรู้สำหรับนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงเลย ในขณะที่กรุงเทพมหานครได้สนับสนุนงบประมาณด้านการจัดการศึกษาให้กับสำนักงานการศึกษาและโรงเรียนในสังกัด รวมถึงหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาในแต่ละปีงบประมาณมาเป็นอย่างดี

2.3 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มุ่งหวังให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงโมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการสำหรับนำไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้น จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ดังกล่าวได้

การศึกษาเรื่องระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ทราบว่านักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่คาดหวังไว้แล้วหรือไม่ก็น้อยและเพื่อที่จะได้นำไปสู่หาแนวทางช่วยเหลือพัฒนา ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

2.3.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาต่างประเทศกล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงยึดหยุ่นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Johnson, 2017) ซึ่งความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับแนวคิด กฎ ขั้นตอนวิธีหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่วนความรู้เชิงทักษะกระบวนการ หมายถึง ความคล่องแคล่วและความสำเร็จจากการใช้ประโยชน์จากกฎ ขั้นตอนวิธีหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยปกติแล้วความรู้เชิงทักษะกระบวนการมักจะแสดงขั้นตอนออกมาอย่างอัตโนมัติ ทันทีทันใดอย่างไม่รู้ร้อในขณะที่ความรู้เชิงมโนทัศน์มักจะต้องใช้การคิดอย่างมีสติทุกครั้ง แต่การใช้ความรู้เชิงทักษะกระบวนการจะต้องคิดอย่างมีสติมากขึ้นถ้ามีการนำกฎสองกฎมาใช้ร่วมกัน (Kadijevich, 2018) ซึ่งนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในทำนองเดียวกันว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยความรู้เชิงมโนทัศน์จะเป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธีและขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ครูต้องสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ควบคู่กับความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงได้ว่า ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์มีที่มาหรือมีความหมายอย่างไรและจะนำไปใช้ได้อย่างไร (อัมพร ม้าคนอง, 2559) ดังนั้น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนจะต้องได้รับความรู้ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ

ช่วงปี ค.ศ. 1980 – 1990 นักการศึกษาได้ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการ พบว่า 1) ในมุมมองของการใช้งาน: ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการเป็นอิสระต่อกัน 2) ในมุมมองของการเริ่มนำมาใช้งาน: ความรู้เชิงมโนทัศน์เป็นสิ่งที่มีความจำเป็นและต้องมีเพียงพอสำหรับที่จะนำมาใช้เป็นความรู้เชิงทักษะกระบวนการ 3) มุมมองของความคล่องแคล่ว: ความรู้เชิงทักษะกระบวนการจะขึ้นอยู่กับความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายความว่า จะต้องมีความรู้เชิงมโนทัศน์อย่างเพียงพอจึงจะทำให้มีความรู้เชิงทักษะกระบวนการ 4) มุมมองของการถ่ายทอด: ความรู้เชิงมโนทัศน์จะขึ้นอยู่กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการ ซึ่งจะต้องมีความรู้เชิงกระบวนการมากพอจึงจะเชื่อมโยงมาเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ (Haapasalo & Kadijevich, 2000)

ต่อมาช่วงปี ค.ศ. 2000 – 2010 นักการศึกษาได้แสดงมุมมองไว้ดังนี้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการสามารถพัฒนาได้อย่างอิสระ 2) การเรียนรู้แบบเรียนรู้มโนทัศน์ก่อน ความรู้เชิงทักษะกระบวนการจะถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ได้มา 3) การเรียนรู้แบบเรียนรู้ทักษะกระบวนการก่อน ความรู้เชิงมโนทัศน์จะถูกพัฒนาขึ้นบนพื้นฐานของความรู้เชิงทักษะกระบวนการที่ได้รับมา 4) ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการที่ถู

พัฒนาขึ้นจะเกื้อกูลกัน ถ้าความรู้ประเภทหนึ่งได้รับการพัฒนาความรู้อีกประเภทหนึ่งจะถูกพัฒนาขึ้นด้วย (Rittle-Johnson & Schneider, 2015) และมุมมองสุดท้ายมีความเห็นที่คล้ายคลึงกัน โดยเชื่อว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการสามารถพัฒนาได้โดยเริ่มจากความรู้ประเภทใดก่อนก็ได้ ความรู้เชิงมโนทัศน์จะถูกนำไปประยุกต์ใช้เป็นความรู้เชิงทักษะกระบวนการ หากความรู้ประเภทใดมีความแข็งแกร่งจะเอื้อให้ความรู้อีกประเภทพัฒนาขึ้นไปด้วย (Byrnes, 1991)

กล่าวโดยสรุป ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และนำไปประยุกต์ใช้สำหรับนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ด้วยการให้เหตุผล เช่น การเชื่อมโยงความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้อง การอธิบายแนวคิดเชิงมโนทัศน์ เป็นต้น ซึ่งเรียกว่า เป็นความรู้ความเข้าใจเชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับการวิจัยศึกษา เรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่อง ฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น - ใบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมแล้วสามารถนำความรู้เชิงมโนทัศน์ดังกล่าวไปประยุกต์ใช้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงเป็นความรู้เชิงทักษะกระบวนการในการสร้างและแปลความหมายฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น - ใบ ในการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมด้วยการให้เหตุผลจากการทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปและจากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี

2.3.2 ความหมายและการจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

หากจะกล่าวถึงระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Depth of Knowledge) หรือที่เรียกโดยย่อว่า DOK นั้น Webb ได้พัฒนาขึ้นมาในปี 1997 โดยปรับปรุงจากฐานคิดของบลูม (Bloom's taxonomy) ให้เป็น Webb's cognitive taxonomy เพื่อให้ให้นักการศึกษาคณิตศาสตร์เกิดความสะดวกในการนำไปใช้และเกิดความชัดเจนมากขึ้น รวมถึง เพื่อให้ความสามารถในการทำนายระดับความซับซ้อนทางปัญญาของนักเรียนมีความสอดคล้องกันมากขึ้น (Hess et al, 2009; Sizemore, 2015) ซึ่งสามารถแสดงการเปรียบเทียบแนวคิดระหว่าง Bloom กับ Webb ได้ดังนี้

GRAD VRU

ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบแนวคิดของ Bloom กับ Webb

ระดับ	Bloom	Webb
ต่ำ (Low)	ความรู้ความจำ (Remember) ความเข้าใจ (Understand) การนำไปใช้ (Apply)	ระลึกได้ (Recall) ทักษะและมโนทัศน์ (Skills and Concepts)
สูง (High)	วิเคราะห์ (Analyze) ประเมิน (Evaluate) สร้างสรรค์ (Create)	การคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) การคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking)

ที่มา: Sizemore (2015)

จากตารางที่ 3 จะเห็นว่า ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกจัดเป็น 2 ระดับคือ ระดับต่ำและระดับสูง โดย Bloom จัดว่า ความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้เป็นความรู้ระดับต่ำ ซึ่ง Webb เห็นว่า การที่นักเรียนมีความรู้ความจำเป็นระดับของการจดจำหรือระลึกความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาได้ ส่วนความเข้าใจและการนำไปใช้เป็นเรื่องของทักษะและมโนทัศน์ นั่นคือ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาใช้หรือมาลงมือปฏิบัติ นั่นเอง ซึ่งอาจจะเป็นการคิดคำนวณ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก็ได้ แต่ในระดับนี้ยังถือว่าเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับต่ำ เพราะเป็นการเลียนแบบหรือการทำตามตัวแบบที่ได้เรียนมาเพียงเท่านั้น แต่ถ้ามีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาต่อยอดจะจัดว่าเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง ซึ่ง Bloom เห็นว่า เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง คือ การวิเคราะห์ การประเมิน และการสร้างสรรค์ ส่วน Webb เห็นว่า การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปต่อยอดทางด้านความคิดขั้นสูง ซึ่งได้แก่ การคิดกลยุทธ์ และการคิดเชิงขยายความคิด

นอกจากนี้ ระดับความลึกรู้ทางคณิตศาสตร์ยังสามารถแบ่งออกเป็น 4 ระดับ (Webb, 2002; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) ดังนี้

1. ระลึกได้ (Recall) เป็นระดับความเข้าใจในระดับการจำนิยาม สูตร กฎ รูปแบบ ข้อความจริง หรือการแสดงกระบวนการง่าย ๆ หรือการประยุกต์ใช้สูตรอย่างง่าย นั่นคือในทางคณิตศาสตร์ การอธิบายความหมาย การทำตามขั้นตอนที่มีอยู่แล้ว ซึ่งคำสำคัญคือ ระบุ จำได้ ระลึกได้

2. ทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นระดับการใช้กระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมอง นักเรียนตัดสินใจได้ด้วยตนเองว่า จะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร ต่างจากระดับที่ 1 ที่ให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนที่มีอยู่แล้ว ซึ่งคำสำคัญคือ แยกประเภท สร้าง ประเมิน เก็บรวบรวมข้อมูล นำเสนอข้อมูล การเปรียบเทียบข้อมูล เป็นต้น กระบวนการเหล่านี้จะมีมากกว่าหนึ่งขั้นตอน เช่น การตีความหมายข้อมูลจากกราฟที่ซับซ้อนโดยอ่านข้อมูลและต้องทราบว่าจะนำข้อมูลที่ได้อามาสรุปอย่างไร

3. การคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนให้เหตุผล การวางแผน การใช้หลักฐานเพื่อตัดสินใจ การสร้างข้อคาดเดา ซึ่งมีระดับการคิดสูงกว่าสองระดับแรก มีความซับซ้อนและเป็นนามธรรม ส่วนใหญ่เป็นกิจกรรมที่มีคำตอบที่เป็นไปได้มากกว่า 1 คำตอบและ ต้องการให้นักเรียนพิสูจน์ หาข้อสรุปจากการสังเกตหลักฐานและอ้างเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล อธิบายข้อเท็จจริงในรูปความคิด รวบรวม และใช้ความคิดรวบยอดเพื่อแก้ปัญหา

4. การคิดเชิงขยายการคิด (Extended Thinking) เป็นขั้นที่ต้องการเหตุผลที่ซับซ้อน มากขึ้นการวางแผน การพัฒนา และการคิดส่วนใหญ่เป็นลักษณะการคิดที่ต้องใช้เวลาและใช้การคิด ในระดับสูง ตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนคนหนึ่งแคว้ดอุณหภูมิของน้ำและบันทึกทุกวันเป็นเวลาหนึ่งเดือน แล้วนำมาสร้างกราฟ กิจกรรมลักษณะนี้จะอยู่ในระดับ 2 แต่ถ้านักเรียนศึกษาเรื่องแม่น้ำโดยเกี่ยวข้องกับ ตัวแปรหลายตัว ลักษณะการคิดเช่นนี้ต้องอาศัยความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งอยู่ในระดับ 4 กิจกรรม ส่วนใหญ่ในระดับนี้จะต้องการออกแบบและการปฏิบัติการทดลอง มีการสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง ความคิดรวบยอดและข้อเท็จจริง รวบรวมและสังเคราะห์แนวคิดไปสู่ความคิดรวบยอดใหม่และรวมถึง อาจมีการวิจารณ์รูปแบบการทดลอง

ต่อมาในปี ค.ศ. 2014 ได้มีการเผยแพร่แนวคิดใหม่ที่พัฒนาขึ้นมาในปี ค.ศ. 2005 (Hess & Petit, 2014) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ระลึกได้ (Recall) เป็นระดับที่เน้นการเรียกคืนข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง นิยามศัพท์ คุณสมบัติ โดยใช้กระบวนการหรือประยุกต์ขั้นตอนวิธีการ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีขั้นตอน เพียง 1 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียน แสดงออกถึงความเข้าใจในทศน์ผ่านตัวแบบและใช้การอธิบาย การเปรียบเทียบ การแยกแยะข้อมูล การประมาณค่า และการตีความหมายข้อมูลจากกราฟง่าย ๆ โดยนักเรียนจะต้องตัดสินใจว่าจะใช้ วิธีการใดสำหรับปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ๆ

3. การคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นระดับที่เน้นการให้เหตุผล การวางแผนการใช้หลักฐานเพื่อที่จะแก้ปัญหาหรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้อง สร้างข้อคาดเดาและทำการทดสอบข้อคาดเดานั้น มีการตีความหมายข้อมูลจากกราฟที่มีความซับซ้อน มีการแก้โจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน การอธิบายความคิดรวบยอด การใช้ความคิดรวบยอด กับปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาที่เคยพบเช่นเดิม รวมถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เมื่อมีความเป็นไปได้ ในการใช้วิธีการแก้ปัญหาหรือการตอบสนองต่อปัญหามากกว่า 1 วิธี

4. การคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียน มีการใช้ความคิดที่ซับซ้อนผ่านการให้เหตุผล การวางแผนและการคิดที่ขยายแนวคิดเพิ่มเติมออกไป จากเดิมซึ่งจำเป็นจะต้องใช้เวลาในการคิดแต่จะไม่ใช้การคิดในเรื่องซ้ำ ๆ นักเรียนจะต้องเชื่อม ความคิดรวบยอดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดหรือการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ในโลกแห่งความจริง

ล่าสุดปี ค.ศ. 2018 Georgia Department of Education ได้กล่าวถึงความลึกของ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน ซึ่งเห็นว่า ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มี 4 ระดับ เช่นเดียวกันกับ Webb ที่มีการเชื่อมโยงถึงระดับของความรู้กับความสมบูรณ์ของงานโดยระดับสูงสุด

คือระดับที่ 4 จะมีความซับซ้อนสูง ซึ่งคำถามไม่จำเป็นจะต้องยากมากแต่จะต้องเน้นในเรื่องของการใช้ความคิด เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ เป็นต้น รายละเอียดของความคิดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Georgia Department of Education, 2018) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ระดับที่ 1 ระดับเรียกคืนข้อมูล (Recall of Information) โดยทั่วไปต้องการให้นักเรียนจำแนกแยกแยะ ทำรายการ ให้คำจำกัดความ ซึ่งมักจะถามถึงความจริง ข้อเท็จจริง นิยามศัพท์ ความคิดรวบยอด แนวโน้ม มักกำหนดข้อมูลให้อ่านจากเอกสาร แผนภูมิ ตาราง กราฟ แล้วให้อธิบายหรือบรรยาย ซึ่งจะเป็นการท่อง การจำ การทำซ้ำ นั่นเอง

ระดับที่ 2 การให้เหตุผลพื้นฐาน (Basic Reasoning) ซึ่งจะเป็นการกระตุ้นการใช้กระบวนการทางปัญญาด้วยการให้เรียกคืนข้อมูลหรือทำซ้ำด้วยการอธิบายหรือบรรยายแต่จะให้ระบุเหตุผลเพิ่มเติมหรือระบุผลที่เกิดขึ้นว่าเป็นอย่างไร เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

ระดับที่ 3 การให้เหตุผลที่ซับซ้อน (Complex Reasoning) จะเน้นการให้เหตุผลโดยอาศัยหลักฐานผ่านการคิดขั้นสูงและมีความเป็นนามธรรมกว่า 2 ระดับแรก นอกจากนักเรียนจะต้องให้เหตุผลว่า เป็นเพราะเหตุใด อย่างไร จะต้องมีการตัดสินใจผ่านการประยุกต์ใช้ข้อมูลและหลักฐานที่มีอยู่ จะต้องมีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์เพื่อที่จะอธิบายความคิดรวบยอดออกมา

ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงขยาย (Extended Reasoning) ในระดับนี้ จะมีความซับซ้อนกว่าระดับที่ 3 โดยจะต้องมีการวางแผน การสืบเสาะค้นหา การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดที่สำคัญหรือการพัฒนาความคิดรวบยอดซึ่งจะต้องใช้เวลาในการคิด นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงและเชื่อมความสัมพันธ์เกี่ยวข้องระหว่างความคิดของตนเองกับความคิดรวบยอดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดผ่านการคิดขั้นสูงด้วยการทำงาน การผลิตชิ้นงานหรือการแสดงความคิดเห็นแบบขยายความคิด

ในปี ค.ศ. 2019 รัฐไอโอวาได้เห็นความสำคัญของความซับซ้อนทางปัญญากำหนดมาตรฐานหลักทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเพื่อเป็นศูนย์กลางสำหรับการกำหนดสิ่งที่ครูจะต้องสอน นั่นคือครูจะต้องปรับการสอนให้สอดคล้องกับมาตรฐานเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับความรู้ทั้งหมทศนัและกระบวนการ รวมถึง ได้ฝึกกระบวนการทางปัญญาให้มีความซับซ้อนทางปัญญาตามแนวคิดระดับความคิดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Depth of Knowledge: DOK) ของ Webb ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับจะสะท้อนถึงความซับซ้อนของมาตรฐานด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะอธิบายประเภทของงานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะต้องทำได้มี 4 ระดับคือ DOK1 ระลึกได้ (Recall) DOK2 ทักษะและมโนทัศน์ (Skills and Concepts) DOK3 การคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) และ DOK4 การคิดเชิงขยายการคิด (Extended Thinking) (IOWA Department of Education, 2019) ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นหลักฐานที่แสดงให้เห็นว่า เมื่อครูจัดการเรียนการสอนไปแล้วและประเมินนักเรียนว่านักเรียนทำงานทางคณิตศาสตร์ได้ดีเพียงใดจะสะท้อนให้เห็นถึงการนำความซับซ้อนทางปัญญาทั้งในส่วนของการมีความรู้เฉพาะด้านหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ (Gamoran et al, 1997)

จากข้อมูลข้างต้นจะเห็นว่า แนวคิดเกี่ยวกับระดับความคิดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ปรับปรุงจากฐานคิดของบลูม (Bloom's taxonomy) ให้เป็น Webb's cognitive taxonomy โดยเปรียบเทียบระดับความคิดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Webb ระดับที่ 1 และ 2

อยู่ในระดับไม่เกินขั้นนำไปใช้ของบลูม ส่วนระดับที่ 3 และ 4 เป็นระดับที่สูงกว่านำไปใช้ จากนั้นมีการเสนอแนวคิดของ Hess ซึ่งมีความเฉพาะเจาะจงมากขึ้นเกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 1 โดยเน้นการนำความรู้มาใช้แต่ยังคงเป็นวิธีการหรือขั้นตอนตามแบบที่เคยเรียนมาในขณะที่ Webb มีการจำนิยาม สูตร กฎ รูปแบบ ข้อความจริง หรือการแสดงกระบวนการง่าย ๆ อยู่ด้วย ส่วนระดับอื่น ๆ ค่อนข้างใกล้เคียงกับแนวคิดของ Webb โดยเฉพาะในแง่ของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแนวคิดของ Georgia Department of Education ก็มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เช่นเดียวกัน แต่ต่างกันตรงที่ Georgia Department of Education จะมีความเชื่อมโยงของการให้เหตุผลที่มีความต่อเนื่องชัดเจนกว่า

นอกจากนี้แล้ว ยังมีนักการศึกษาอย่าง De Bono ได้กล่าวถึงระดับความลึกของความรู้ในแง่ของระดับขั้นความลึกของความคิดที่มีความซับซ้อนมากขึ้นตามลำดับ (De Bono, 1995) สรุปได้ดังนี้

ระดับที่ 1 Awareness of Thinking เป็นการคิดในระดับตระหนักที่ได้มาจากการสังเกตการคิด กลวิธีการคิดและการไตร่ตรองเกี่ยวกับการคิด ถือว่าเป็นทักษะพื้นฐานที่ได้มาจากการร่วมกับผู้อื่นสืบสอบความรู้และการรับฟังจากผู้อื่น

ระดับที่ 2 Observation of Thinking เป็นการคิดระดับสังเกตการณ์ที่ได้จากการสังเกตผลจากการลงมือทำ การพิจารณาเปรียบเทียบมุมมองทางเลือกร่วมกับผู้อื่น

ระดับที่ 3 Thinking Strategy เป็นการคิดระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ เป็นความรู้เชิงกลวิธีการคิดที่ได้จากการจัดระเบียบการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนและมีจุดประสงค์ที่จะนำมาใช้เป็นเครื่องมือ

ระดับที่ 4 Reflection on Thinking เป็นการคิดทบทวนไตร่ตรอง เป็นการประเมินการคิด ประเมินเครื่องมือที่ใช้ประเมินวิธีการที่ใช้

ส่วน Wilson จำแนกพฤติกรรมทางปัญญาไว้ 4 ระดับ (Wilson & Jame, 1971) ได้แก่

ระดับที่ 1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุดเป็นการจำข้อเท็จจริง ศัพท์และนิยาม และเป็นความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณหรือขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้วแก้โจทย์ปัญหาง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่างที่เคยเรียน ไม่ยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหา

ระดับที่ 2 ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับระดับที่ 1 แต่ซับซ้อนกว่า เป็นการนำมโนทัศน์ หลักการ กฎ การทำให้เป็นกรณีทั่วไป โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การแปลงส่วนประกอบของปัญหา การดำเนินการทางเหตุผลที่รู้มาแล้วมาตัดสินใจในการตีความ แปลความ สรุปความขยายความโจทย์หรือปัญหาใหม่ เขียนในรูปแบบใหม่หรือใช้คำพูดของตนเองยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

ระดับที่ 3 การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่คุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียนคือ เป็นแบบฝึกหัดที่ต้องนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎีที่เรียนมาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้สำเร็จ เป็นการแก้ปัญหาธรรมดา

เป็นการเปรียบเทียบ วิเคราะห์ข้อมูลและการมองเห็นรูปแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร

ระดับที่ 4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน เป็นโจทย์ที่พลิกแพลง แปลกใหม่ ไม่คุ้นเคย ไม่เคยฝึก เน้นการหาความสัมพันธ์ วิพากษ์วิจารณ์ สร้างสูตร พิสูจน์สูตร และแสดงความสมเหตุสมผล

สำหรับ Krulik อธิบายว่า ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มี 4 ระดับ (Krulik & Rudnick, 1996) ดังนี้

ระดับที่ 1 Recall เป็นการคิดขั้นระลึก จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติจนเกือบเป็นการคิดอัตโนมัติเป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง การคิดขั้นพื้นฐาน เป็นการนึกถึงข้อเท็จจริง กฎ สูตร หรือ ขั้นตอนการคำนวณต่าง ๆ ที่เคยเรียนโดยรวบรวมสิ่งต่าง ๆ ไว้เป็นคลังข้อมูลที่จะระลึกได้เมื่อต้องการใช้

ระดับที่ 2 Basic เป็นการคิดที่มีความเข้าใจในความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นการเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาที่เรียนและในชีวิตประจำวันได้

ระดับที่ 3 Critical เป็นการคิดที่ใช้ในการตรวจสอบ เชื่อมโยง และประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูลเพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้ ตรวจสอบ เชื่อมโยง ประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ โดยอาศัยการระลึกได้ การคิดขั้นพื้นฐานเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหา รวบรวมและจัดระเบียบข้อมูลที่ให้มา วิเคราะห์ว่าสิ่งใดจำเป็นหรือไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ข้อมูลที่ให้มาเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ ตัดสินใจหาคำตอบได้อย่างมีเหตุผล

ระดับที่ 4 Creative เป็นความคิดที่ซับซ้อน เป็นการคิดที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง คิดริเริ่มสิ่งใหม่ที่มีความซับซ้อนขึ้นสังเคราะห์แนวคิดใหม่ที่แตกต่างจากวิธีการเดิมได้เองและนำไปประยุกต์ใช้ได้

ทั้งนี้ การคิดระดับที่ 3 Critical และการคิดระดับที่ 4 Creative จัดว่าเป็นการคิดและการให้เหตุผลระดับสูง ซึ่งการให้เหตุผลเป็นส่วนที่รวมขั้นตอนตั้งแต่การคิดระดับที่ 2 Basic ระดับที่ 3 Critical มาจนถึงระดับที่ 4 Creative

ส่วนการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD (2018) จะระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 6 ระดับ สรุปได้ดังนี้

ระดับ 1 ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน ระบุสาระที่ต้องการ แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้

ระดับ 2 ตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียว ใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียว ใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ คิดวิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา

ระดับ 3 แก่โจทย์ตามตัวอย่างหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ดีความ แปลความและใช้สถานการณ์ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มา นั้น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้

ระดับ 4 แก้ปัญหาที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อน สร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน

ระดับ 5 เลือก เปรียบเทียบ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คติวิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ แปลความ ดีความ และการใช้เหตุผลของตนให้เป็นที่เข้าใจได้

ระดับ 6 สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ดีความ และโต้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ สามารถอธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ

กล่าวโดยสรุป ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นการแบ่งระดับขั้นของความลุ่มลึกในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงโมโนทัศน์และความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการคิดขั้นสูงและซับซ้อนเพิ่มขึ้นไปเรื่อย ๆ ในแต่ละขั้น สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ใช้แนวคิดการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่า ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึง การให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย และทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ สามารถนำเสนอได้ดังตารางต่อไปนี้

GRAD VRU

ตารางที่ 4 ผลการสังเคราะห์ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ระดับที่ 1							
Webb (2002)	Hess & Petit (2005)	Georgia Department of Education (2018)	Krulik & Rudnick (1999)	De Bono (1995)	Wilson & Jame (1971)	PISA (OECD, 2018)	ผู้วิจัย
<p>- จำนิยามสูตร กฎรูปแบบข้อความจริง</p> <p>- ดำเนินการตามขั้นตอนเดิม</p>	<p>- นำข้อเท็จจริงนิยามศัพท์คุณสมบัติมาใช้แก้ปัญหาง่าย ๆ 1 ขั้นตอน</p>	<p>- อธิบายหรือบรรยายข้อมูลจากเอกสารแผนภูมิ ตารางกราฟง่าย ๆ จากความรู้เดิม</p>	<p>- นึกถึงข้อเท็จจริงกฎ สูตรหรือขั้นตอนการคำนวณต่าง ๆ ที่เคยเรียนโดยรวบรวมสิ่งต่าง ๆ ไว้เป็นคลังข้อมูลที่จะระลึกได้เมื่อต้องการใช้</p>	<p>- มาจากการสังเกตการคิดกลวิธี การคิดและการไตร่ตรองเกี่ยวกับการคิดถือว่า เป็นทักษะพื้นฐานที่ได้มาจากการร่วมกับผู้อื่นสืบสอบความรู้และการรับฟังจากผู้อื่น</p>	<p>- จำข้อเท็จจริงศัพท์ นิยามขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้</p>	<p>ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจนระบุสาระที่ต้องการแก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจนและแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้</p>	<p>- จัดจำนิยามสูตรกฎ ศัพท์คุณสมบัติข้อเท็จจริงกระบวนการขั้นตอนแก้ปัญหาได้และนำมาใช้อธิบายหรือบรรยายข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ เช่นแผนภูมิตารางกราฟ รวมถึงการแก้ปัญหาง่าย ๆ โดยใช้วิธีการเดิมที่เคยเรียนมาได้</p>

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ระดับที่ 2							
Webb (2002)	Hess & Petit (2005)	Georgia Department of Education (2018)	Krulik & Rudnick (1999)	De Bono (1995)	Wilson & Jame (1971)	PISA (OECD, 2018)	ผู้วิจัย
ทักษะหรือความคิดรวบยอด - ตัดสินใจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง	- ตัดสินใจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง	- อธิบายหรือบรรยายโดยมีการให้ระบุเหตุผลเพิ่มเติม	- เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาที่เรียนและในชีวิตประจำวันได้	- มาจากการสังเกตผลที่เกิดจากการได้ลงมือทำ การพิจารณาเปรียบเทียบ มุมมองทางเลือก ร่วมกับผู้อื่น	ความเข้าใจ - นามโนทัศน์ หลักการ กฎ การทำให้เป็นกรณีทั่วไป โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การแปลง ส่วนประกอบของปัญหา การดำเนินการทางเหตุผลที่รู้มาแล้วมาตีความ แปลความ สรุปความ ขยายความ โจทย์หรือปัญหาใหม่	- ตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน สกัดสาระสำคัญจาก แหล่งข้อมูล แหล่งเดียว ใช้ สถานการณ์ที่นำเสนอ อย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียว ใช้วิธีการคิดสูตร คณิตศาสตร์ คิดวิธีการหรือ ข้อตกลงเบื้องต้นใช้ ความเป็นเหตุเป็นผล แบบตรง ๆ และตีความ ผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา	ตัดสินใจเลือกและใช้วิธีการแก้ปัญหา ใช้การอธิบาย การบรรยาย ข้อมูล การให้เหตุผล ประกอบ การตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ระดับที่ 2							
Webb (2002)	Hess & Petit (2005)	Georgia Department of Education (2018)	Krulik & Rudnick (1999)	De Bono (1995)	Wilson & Jame (1971)	PISA (OECD, 2018)	ผู้วิจัย
						<p>- แก่ใจทย์ตาม ตัวอย่าง หรือวิธีการ ที่บอกไว้ ชัดเจน เลือกและ ใช้กลยุทธ์ที่ ไม่ซับซ้อน ตีความ แปลความ และใช้ สถานการณ์ ที่มีที่มาจาก หลายแหล่ง ใช้ความ เป็นเหตุ เป็นผลของ แหล่งที่มา นั้น ๆ ได้ สามารถ สร้าง คำอธิบาย รายงาน การตีความ และแปล ความนั้น ๆ และสื่อสาร ผลที่เกิดขึ้น ได้</p>	

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ระดับที่ 3							
Webb (2002)	Hess & Petit (2005)	Georgia Department of Education (2018)	Krulik & Rudnick (1999)	De Bono (1995)	Wilson & Jame (1971)	PISA (OECD, 2018)	ผู้วิจัย
การคิดเชิงกลยุทธ์ - นำหลักฐานที่มีมาวางแผน คาดเดา และทดสอบ หรือ พิสูจน์	- นำหลักฐานที่มีมาวางแผน คาดเดา และทดสอบ หรือ พิสูจน์	- เชื่อมโยงความสัมพันธ์ เพื่อที่จะอธิบายความคิด รวบรวม	- ตรวจสอบเชื่อมโยง ประเมิน การแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ โดยอาศัยการระลึกได้ การคิดขั้นพื้นฐาน เพื่อทำ ความเข้าใจ ปัญหา จัดระเบียบ และวิเคราะห์ ข้อมูลว่าเพียงพอ จำเป็น เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาหรือไม่ เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล	- การคิดเชิงกลยุทธ์ คิดที่ได้จากการจัดระเบียบ การคิดอย่างเป็นลำดับ ขั้นตอน และมีจุดประสงค์ที่จะนำมาใช้เป็น เครื่องมือ	- นำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎีที่เรียนมาแล้ว ไปแก้ปัญหาใหม่ ให้สำเร็จเป็น การแก้ปัญหา ธรรมดาเป็น การเปรียบเทียบ วิเคราะห์ ข้อมูลและ การมองเห็น รูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน และ สมมาตร	- แก้ปัญหาที่มีรูปแบบ ชัดเจน ค่อนข้าง ซับซ้อน เลือกการ นำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้ เหตุผลได้ และ มองเห็น ความสัมพันธ์ของ ตัวแปรใน สถานการณ์ที่ไม่ซับซ้อน สร้าง คำอธิบาย หรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจ บนพื้นฐานของการแปล ความ การโต้แย้งและ การกระทำของตน	นำ ข้อมูล หลักฐานที่พบมา อธิบาย ความ เชื่อมโยงสัมพันธ์ อธิบาย ความคิด รวบรวม เพื่อ นำไปสู่การ วาง แผนการ คาดเดา คำตอบ และลง มือหา คำตอบได้

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ระดับที่ 4							
Webb (2002)	Hess & Petit (2005)	Georgia Department of Education (2018)	Krulik & Rudnick (1999)	De Bono (1995)	Wilson & Jame (1971)	PISA (OECD, 2018)	ผู้วิจัย
- ออกแบบทดลองวิจารณ์การทดลอง	- ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ในโลกความจริง	- ทำงาน ผลิตภัณฑ์ชิ้นงานหรือแสดงความคิดเห็นแบบแผ่ขยายความคิดให้กว้างขึ้น	- คิดริเริ่มสิ่งใหม่ที่ซับซ้อนขึ้นสังเคราะห์แนวคิดใหม่ที่แตกต่างจากวิธีการเดิมได้เองและนำไปประยุกต์ใช้ได้			- เลือกเปรียบเทียบประเมินกลยุทธ์ การแก้ปัญหาที่ซับซ้อนใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์ เชื่อมโยง คิววิเคราะห์ การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ แปลความ ตีความ และ การใช้เหตุผล -สร้างวิธีการ และกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ตีความ และโต้แย้งได้ ชัดเจนแม่นยำ อธิบายสาเหตุ ที่ได้ใช้การ กระทำนั้น ๆ	- นำวิธีการมาประยุกต์หรือ ออกแบบวิธีการแก้ปัญหา ลงมือหาคำตอบ ประเมินผลการแก้ปัญหา และวิจารณ์วิธีการที่ใช้แก้ปัญหา

จากตารางที่ 4 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและ PISA ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถจำนิยาม สูตร กฎ ศัพท์ คุณสมบัติข้อเท็จจริง กระบวนการ ขั้นตอนแก้ปัญหาได้และนำมาใช้อธิบายหรือบรรยายข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ ตาราง กราฟ รวมถึง การแก้ปัญหาง่าย ๆ โดยใช้วิธีการเดิมที่เคยเรียนมาได้ ซึ่งตรงกับ การประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1 ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน ระบุสาระที่ต้องการ แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถตัดสินใจเลือกและใช้วิธีการแก้ปัญหาใช้การอธิบาย การบรรยายข้อมูล การให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจวิธีการแก้ปัญหาได้ ซึ่งตรงกับ การประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 ตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียว ใช้สถานการณ์ที่น่าเสนออย่างง่าย ๆ เพียงชั้นเดียว ใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ คิววิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา และระดับ 3 แก้โจทย์ตามตัวอย่างหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถนำข้อมูลหลักฐานที่พบมาอธิบายความเชื่อมโยงสัมพันธ์ อธิบายความคิดรวบยอดเพื่อนำไปสู่การวางแผน การคาดเดาคำตอบ และลงมือหาคำตอบได้ ซึ่งตรงกับ การประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 4 แก้ปัญหาที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อน สร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถนำวิธีการมาประยุกต์หรือออกแบบวิธีการแก้ปัญหา ลงมือหาคำตอบ ประเมินผล การแก้ปัญหาและวิจารณ์วิธีการที่ใช้แก้ปัญหา ซึ่งตรงกับ การประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 เลือก เปรียบเทียบ ประเมินกลยุทธ์ การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิววิเคราะห์ การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ แปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนให้เป็นที่เข้าใจได้ และระดับ 6 สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ตีความ และโต้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ สามารถอธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ

การวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในครั้งนี้ นักเรียนจะได้ฝึกการอธิบาย การบรรยาย

การให้เหตุผลเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่พบในสถานการณ์ปัญหาและเรียนรู้ผ่านการฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีส่วนคงที่ มีส่วนที่เปลี่ยนแปลงด้วยการให้เหตุผลประกอบ ทั้งนี้ การให้เหตุผลเป็นธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ดังที่ ยูพิน พิพิธกุล กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผลและที่สำคัญ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงตรรกะในทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากเพราะในกระบวนการให้เหตุผลนักเรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น เพื่อให้ได้ข้อสรุป (ยูพิน พิพิธกุล, 2547) นั่นเอง

นักการศึกษาต่างประเทศ ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลจึงเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมนั้นเพราะการให้เหตุผลคือสิ่งที่คิดเกี่ยวกับคุณสมบัติของวัตถุประสงควิชาคณิตศาสตร์ (Lee, 1999) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการพัฒนาการตัดสินใจและการสรุปที่เป็นนัยทั่วไปในเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยสร้างโครงข่ายความเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความเข้าใจ (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

นักการศึกษาไทย ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์หลายลักษณะ เช่น คิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง (อัมพร ม้าคนอง, 2559) การให้เหตุผลเป็นความสามารถในการให้เหตุผลรับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุปโดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับผ่านกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) นอกจากนี้ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นความสามารถในการอธิบายเกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล (เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร, 2561)

ในอีกมุมมองหนึ่ง ยังมีนักการศึกษาไทยหลายท่าน กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิด ตรรกะตรอง วิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่ออธิบายหรือพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐานและข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล (กนิษฐา สนั่นไพบูลย์, 2560; ศุภชัย ราชนนเทียร, 2560) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล หาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลและพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของปัญหา (วีรพล เทพบรรเทา, 2560)

นอกจากนี้ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นกระบวนการของการคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากการรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การหาข้อเท็จจริงแล้วสรุปและยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล จนสามารถนำหลักการที่ได้ไปใช้อ้างอิงในสถานการณ์

ที่ต่างไปจากเดิมได้ (อิสริยะ อรัญมิตร, 2560) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยการคิดวิเคราะห์และแจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (ชลธิชา เครือน้ำคำ, 2560) รวมถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดหรือตรรกะรองหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยการสังเกต ความรู้และประสบการณ์เดิม (ทิวทัศน์ ชัชวาล, 2562; วรรณิภา เรียบเรียง, 2561) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบายให้เหตุผลเกี่ยวกับเงื่อนไข สาเหตุปัญหา วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อประโยชน์ในการดำเนินการแก้ปัญหา การตัดสินใจ การประเมินคุณค่าของคำตอบและสร้างความรู้ใหม่ของนักเรียนด้วยการวิเคราะห์หลักการ กฎเกณฑ์ การสรุปความรู้ การประยุกต์ใช้ความรู้ และตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยความรู้ความเข้าใจอย่างมีเหตุผล (อุไรวรรณ คำเมือง, 2562) อีกทั้ง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการจัดประเภท การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการสังเคราะห์ความสัมพันธ์ (โชติกา จันทะวัน, 2562) และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดเพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ หาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ และยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล (แสงจันทร์ ศรีเสน, 2562)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดหลายลักษณะ เช่น คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ คิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อนำไปใช้อธิบายความสัมพันธ์ ความเชื่อมโยง การจัดประเภท การแจกแจงข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด รวมถึง ปัญหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จนสามารถนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์และยืนยันหรือโต้แย้งข้อสรุปดังกล่าวได้อย่างสมเหตุสมผล

สำหรับการจัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น นักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอไว้ดังนี้

1. ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้การสังเกต ความรู้ และประสบการณ์เดิมเพื่อนำไปสู่การคิด การตรรกะรอง การพิจารณาออกมาในรูปแบบของการพูดหรือภาษาเขียนเพื่อหาแนวทางในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (กิตติศักดิ์ แก้งทอง, 2547)

2. ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรรกะรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (กนิษฐา สนุ่นไพบูลย์, 2560)

3. ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรรกะรองหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้และทำให้นักเรียนมีความคิดในการให้เหตุผลของคำตอบได้เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ศุภชัย ราชมนเทียร, 2560)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความลุ่มลึกในการคิดตรรกะรองหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากความสัมพันธ์หรือความสัมพันธระหว่างเหตุและผลอาจที่เป็นได้จนสามารถให้

เหตุผลของคำตอบได้และสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้

ส่วนในต่างประเทศมีการจัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแบ่งระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกเป็น 4 ระดับ (Jones et al, 1999) ดังนี้

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสินหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมด หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล หมายถึง การที่จะสามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่าหรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นมีความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำวนาค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

จากแนวคิดนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ประยุกต์ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547) สรุปได้ดังนี้

ระดับ 1 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับต่ำหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับ 2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็นและสามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่าหรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร

ระดับ 3 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเองคำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

นอกจากนี้การศึกษาไทยยังได้แบ่งระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ (กนิษฐา สุนันไพบูลย์, 2560; ศุภชัย ราชมนเทียร, 2560) ดังนี้

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสิน (Subjective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยใช้ความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลเพื่อแสดงความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดซึ่งได้จากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยใช้กลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่มีความสมเหตุสมผลมากขึ้นกว่าในระดับ 2 กล่าวคือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นได้ว่า มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นอยู่ในระดับใด น้อยกว่า มากกว่า หรือเท่ากัน แต่ ทว่า ยังไม่สามารถบอกได้ว่า โอกาสที่จะเกิดขึ้นนั้น มีความน่าจะเป็นเท่าไร

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถได้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ (Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำวนาค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสิน หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับที่ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมด หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้

ระดับที่ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือสามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเท่าไร

ระดับที่ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเองคำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

กล่าวโดยสรุป จากการศึกษาเกี่ยวกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเห็นว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีระดับความลุ่มลึกแตกต่างกันไปตามระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงขอสรุป ความหมายของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ดังนี้

ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถของนักเรียนในการคิดและแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นใช้หลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาแล้วตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายผลลัพธ์ในโลกชีวิตจริงโดยใช้การให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหาตามตัวอย่างอย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียว หรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ดีความ แปลความและใช้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ ใช้วิธีการคิดสูตร คณิตศาสตร์ คิววิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมาตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อน สร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการตีความ แปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตนเองได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 4

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์ เชื่อมโยง คิววิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ดีความ แปลความ และโต้แย้งได้ ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตน อธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยใช้เนื้อหา เรื่อง สถิติ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสรุประดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถของนักเรียนในการคิดและแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นใช้หลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาแล้วตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายผลลัพธ์ในโลกชีวิตจริงโดยใช้การให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ซึ่งมี 4 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการตอบคำถามในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลข

คณิต มัธยม และฐานนิยมที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยม และฐานนิยม ตามตัวอย่างอย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียว หรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ดีความ แปลความและใช้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มา นั้น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ ใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ คิววิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมาตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยม และฐานนิยมที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อนสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการตีความ แปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตนเองได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 4

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยม และฐานนิยมโดยใช้การเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิววิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ดีความ แปลความ และโต้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตน อธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

2.3.3 การวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยการนำความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการให้เหตุผลประกอบ ดังนั้น จึงศึกษาเกี่ยวกับการวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

จากการศึกษาบทความเกี่ยวกับการวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า มีการใช้แบบทดสอบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก และเสนอตัวอย่างคำถามในแต่ละระดับ (บุญญาสา แซ่หล่อ, 2557) ดังนี้

ผู้สมัครผู้ใหญ่บ้านสามคนออกหาเสียงเพื่อเป็นผู้ใหญ่บ้านของหมู่บ้านแห่งหนึ่ง แต่ละคนหารายได้ต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์และใช้ข้อมูลที่ได้สำหรับหาเสียง

นายสมหมายผู้สมัครหมายเลขหนึ่งกล่าวว่า “หมู่บ้านของเราเป็นหมู่บ้านที่ยอดเยี่ยม หารายได้เฉลี่ยต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์มีมากถึง 20,000 บาท”

นายสมพรผู้สมัครหมายเลขสองกล่าวว่า “หมู่บ้านของเราพัฒนาดีแล้ว แต่ยังต้องการความช่วยเหลือของผม เพราะรายได้เฉลี่ยต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์มีเพียง 525 บาท”

นายสมศักดิ์ผู้สมัครหมายเลขสามกล่าวว่า “หมู่บ้านของเราแย่มากแล้ว น่ากลัวมาก เพราะรายได้เฉลี่ยต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์มีแค่ 50 บาทต่อสัปดาห์”

ถ้าไม่มีผู้สมัครคนใดพูดโกหก หมู่บ้านแห่งนี้มีเพียง 16 ครัวเรือน และมีรายได้แต่ละครัวเรือนต่อสัปดาห์เป็นดังนี้

50 50 50 50 50 50 50 50 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 312,600

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. นายสมพรหาค่าเฉลี่ยรายได้ต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์โดยใช้ค่ากลางตัวใด
2. ถ้ามีครัวเรือนจำนวน 1 ครัวเรือนย้ายเข้ามาอยู่ในหมู่บ้านแห่งนี้โดยมีรายได้ในแต่ละสัปดาห์ 400,000 บาทค่ากลางแต่ละตัวมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร จงอธิบาย
3. ถ้านักเรียนเป็นผู้สมัครผู้ใหญ่บ้านคนหนึ่งของหมู่บ้านนี้ นักเรียนจะใช้ค่ากลางตัวใดเพื่อเป็นตัวแทนรายได้ต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นตัวแทนที่ดีของข้อมูลทั้งหมด เพราะเหตุใด
4. จากข้อมูลค่าเฉลี่ยรายได้ต่อครัวเรือนในแต่ละสัปดาห์ ถ้าเทียบกับสถานการณ์ในปัจจุบัน นักเรียนคิดว่าหมู่บ้านนี้มีรายได้เพียงพอหรือไม่ เพราะเหตุใด

จากข้อคำถามดังกล่าว สามารถนำมาสู่การเปรียบเทียบข้อคำถามตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ดังตารางที่ 5

GRAD VRU

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบข้อคำถามตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ระดับ	ตัวอย่างข้อคำถามจากโจทย์	การพิจารณาระดับ
ระดับที่ 1 ระลึกได้	นายสมพรหาค่าเฉลี่ยรายได้ต่อครัวเรือน ในแต่ละสัปดาห์โดยใช้ค่ากลางตัวใด	เป็นแค่ระดับความจำ
ระดับที่ 2 ทักษะ/ ความคิดรวบยอด	ถ้ามีครัวเรือนจำนวน 1 ครัวเรือนย้ายเข้ามา อยู่ในหมู่บ้านแห่งนี้โดยมีรายได้ในแต่ละ สัปดาห์ 400,000 บาทค่ากลางแต่ละตัวมี การเปลี่ยนแปลงอย่างไร จงอธิบาย	เป็นระดับความเข้าใจและ การตีความหมาย การแยก ประเภทค่ากลางของข้อมูล
ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์	ถ้านักเรียนเป็นผู้สมัครผู้ใหญ่บ้านคนหนึ่ง ของหมู่บ้านนี้ นักเรียนจะใช้ค่ากลางตัวใด เพื่อเป็นตัวแทนรายได้ต่อครัวเรือนในแต่ละ สัปดาห์เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นตัวแทนที่ดีของ ข้อมูลทั้งหมดเพราะเหตุใด	เป็นการนำข้อมูลที่มีมา ในการคิดวิเคราะห์เพื่อ การตัดสินใจและการแสดง เหตุผลประกอบเป็นการคิดที่ ซับซ้อนกว่าระดับ 2
ระดับที่ 4 การคิดเชิง ขยายความคิด	จากข้อมูลค่าเฉลี่ยรายได้ต่อครัวเรือน ในแต่ละสัปดาห์ ถ้าเทียบกับสถานการณ์ ในปัจจุบัน นักเรียนคิดว่าหมู่บ้านนี้มีรายได้ เพียงพอหรือไม่ เพราะเหตุใด	มีลักษณะการคิดซับซ้อนและ ต้องใช้ข้อมูลหลายอย่างมา วิเคราะห์ และสังเคราะห์ เพื่อประกอบการตัดสินใจ และแสดงเหตุผล

ที่มา: บุญญาสา แซ่หล่อ (2557)

ส่วนการวิเคราะห์ระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ควรมีข้อสอบในแต่ละระดับให้มีจำนวนมากอย่างน้อย 10 ข้อขึ้นไป เพื่อสามารถมั่นใจได้ว่านักเรียนผ่านระดับนั้น ๆ จริง ๆ และในการวิเคราะห์ว่านักเรียนอยู่ในระดับไหนของเนื้อหาหลักในการวิเคราะห์ โดยพิจารณาจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์จากนั้นนำผลมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ดังนี้

1. นักเรียนมีระดับความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในระดับใดพิจารณาจากการทำแบบวัดระดับความลึกความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็น 4 ระดับคือ ระดับที่ 1 ระลึกได้ (Recall) ระดับที่ 2 ทักษะ/ความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) ระดับที่ 4 การคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking)

2. นักเรียนที่มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับระลึกได้ หมายถึงนักเรียนที่ทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับระลึกได้หมดทุกข้อ

3. นักเรียนที่มีระดับความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในระดับใด หมายถึง นักเรียนที่ทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในในระดับนั้นและก่อนหน้านั้นได้หมดทุกข้อ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ผลการวิเคราะห์ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักเรียน	ระลึกได้	ทักษะ/ ความคิด รวบยอด	การคิด เชิง กลยุทธ์	การคิด เชิงขยาย ความคิด	ระดับความลึกของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียน
A	ถูกทุกข้อ	ถูกทุกข้อ	ถูกทุกข้อ	ถูกทุกข้อ	การคิดเชิงขยายความคิด
B	ถูกทุกข้อ	ถูกทุกข้อ	ถูกบางข้อ	ถูกบางข้อ	ทักษะ/ความคิดรวบยอด
C	ถูกบางข้อ	ถูกทุกข้อ	ถูกบางข้อ	ถูกบางข้อ	ไม่สามารถจัดระดับได้
D	ถูกทุกข้อ	ถูกบางข้อ	ถูกทุกข้อ	ถูกบางข้อ	ระลึกได้

ที่มา: บุญญา สาแห่หล่อ (2557)

จากตารางที่ 6 สามารถยกตัวอย่างได้ดังนี้ ถ้านักเรียนคนหนึ่งทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในในระดับระลึกได้ถูกทุกข้อ ส่วนระดับอื่นทำไม่ถูกเลยหรือถูกบางข้อ แสดงว่า นักเรียนคนนี้อยู่ในระดับระลึกได้ และถ้านักเรียนอีกคนหนึ่งทำแบบทดสอบในระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ถูกทุกข้อ แต่ในระดับระลึกได้และระดับทักษะ/ความคิดรวบยอด มีผิดบางข้อ ก็ถือว่า จัดระดับไม่ได้

สำหรับตัวอย่างการจัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาเสนอการเขียนตอบอธิบายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ (อัมพร ม้าคอง, 2559) ดังนี้

กล่องใบหนึ่งมีท่อพีพีรสสี่เหลี่ยมและรสสตรอบเอวสี่เหลี่ยม 4 เม็ด ท่อพีพีแต่ละเม็ดมีขนาดเท่ากัน ถ้าเขย่ากล่องแล้วหยิบท่อพีพีออกมาหนึ่งเม็ด น่าจะได้ท่อพีพีรสใด

การให้เหตุผลระดับที่ 1: น่าจะได้รสสี่เหลี่ยม เพราะเคยเห็นท่อพีพีรสสี่เหลี่ยมมากกว่า

การให้เหตุผลระดับที่ 2: อาจจะได้รสสี่เหลี่ยมหรือรสสตรอบเอวสี่เหลี่ยมก็ได้ เพราะการเขย่ากล่อง ทำให้ท่อพีพีทั้งสองรสคละกัน

การให้เหตุผลระดับที่ 3: โอกาสที่จะหยิบได้รสสี่เหลี่ยมหรือรสสตรอบเอวสี่เหลี่ยมเท่ากัน เพราะมีท่อพีพีทั้งสองรสจำนวนเท่ากัน

การให้เหตุผลระดับที่ 4: ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้รสสี่เหลี่ยมหรือรสสตรอบเอวสี่เหลี่ยมค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ เท่ากัน เพราะมีท่อพีพีแต่ละรสจำนวน 4 เม็ดจากท่อพีพีทั้งหมด 8 เม็ด เท่ากัน

ศุภชัย ราชมณฑิร (2560, น. 73) ได้เสนอแนวทางการวัดและประเมินระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก โดยมีตัวอย่างดังนี้

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีจำนวน 60 คน มีความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 158 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนชายทั้งหมด ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 40 คน เท่ากับ 162 เซนติเมตร อยากรทราบว่า ความสูงของนักเรียนหญิงจะสูงกี่เซนติเมตร

การให้เหตุผลระดับที่ 1: เท่ากับ 158 เซนติเมตร เพราะความสูงของนักเรียนหญิงเท่ากับของความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงทั้งหมด

การให้เหตุผลระดับที่ 2: 162 เซนติเมตร เพราะความสูงของนักเรียนหญิงเท่ากับนักเรียนชาย

การให้เหตุผลระดับที่ 3: 150 เซนติเมตร เพราะความสูงของนักเรียนหญิงหาได้โดยการหาค่าเฉลี่ยจากความสูงของนักเรียนทั้งหมด

การให้เหตุผลระดับที่ 4: เท่ากับ 150 เซนติเมตร เพราะความสูงของนักเรียนชายสูงกว่านักเรียนหญิง

กนิษฐา สนุ่นไพบุลย์ (2560, น. 73) ได้เสนอแนวทางการวัดและประเมินระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบบทดสอบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก โดยมีตัวอย่างดังนี้

กระเป๋าราคาใบละ 720 บาท หมวกราคาใบละ 150 บาท ถ้าซื้อกระเป๋า 2 ใบ หมวก 3 ใบจะต้องให้ธนบัตรใบละ 500 บาท กี่ใบ จึงจะซื้อของได้และเหลือเงินเท่าไร

การให้เหตุผลระดับที่ 1: 1 ใบ เหลือเงิน 80 บาท เพราะราคารวมทั้งกระเป๋าและหมวกรวม 2000 บาท จึงได้ธนบัตร 1 ใบ เหลือเงิน 80 บาท

การให้เหตุผลระดับที่ 2: 2 ใบ เหลือเงิน 90 บาท เพราะราคารวมทั้งกระเป๋าและหมวกรวม 2000 บาท จึงได้ธนบัตร 2 ใบ เหลือเงิน 90 บาท

การให้เหตุผลระดับที่ 3: 3 ใบ เหลือเงิน 100 บาท เพราะราคารวมทั้งกระเป๋าและหมวกรวม 2000 บาท จึงได้ธนบัตร 3 ใบ เหลือเงิน 100 บาท

การให้เหตุผลระดับที่ 4: 4 ใบ เหลือเงิน 110 บาท เพราะราคารวมทั้งกระเป๋าและหมวกรวม 2000 บาท จึงได้ธนบัตร 4 ใบ เหลือเงิน 110 บาท

เมื่อนักเรียนเลือกตอบตัวเลือกตัวใดตัวหนึ่งจะทำให้ทราบว่านักเรียนคนนั้นมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด วิธีการให้คะแนนแบบทดสอบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เมื่อนักเรียนเลือกตอบจากตัวเลือกในข้อคำถามแต่ละข้อจะดำเนินการตรวจให้คะแนน ดังนี้

นักเรียนเลือกคำตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับ 1 จะได้ 1 คะแนน

นักเรียนเลือกคำตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับ 2 จะได้ 2 คะแนน

นักเรียนเลือกคำตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับ 3 จะได้ 3 คะแนน

นักเรียนเลือกคำตอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับ 4 จะได้ 4 คะแนน

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นี้ในการพิจารณาว่านักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใดนั้น ให้พิจารณาจาก

1) คะแนนที่เป็นไปได้สูงสุดในจำนวนข้อสอบทั้งหมด เช่น ถ้ามีข้อสอบทั้งหมด 40 ข้อ คะแนนสูงสุดที่เป็นไปได้คือ 160 คะแนน ถ้ามีข้อสอบทั้งหมด 30 ข้อ คะแนนสูงสุดที่เป็นไปได้คือ 120 คะแนน

2) คะแนนที่เป็นไปได้ต่ำสุด เช่น เช่น ถ้ามีข้อสอบทั้งหมด 40 ข้อ คะแนนต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ 40 คะแนน ถ้ามีข้อสอบทั้งหมด 30 ข้อ คะแนนต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ 30 คะแนน โดยนำคะแนนที่เป็นไปได้สูงสุดมาพิจารณาร่วมกับคะแนนที่เป็นไปได้ต่ำสุดด้วยการหาพิสัยของคะแนน เช่น ถ้ามีข้อสอบทั้งหมด 40 ข้อ คะแนนสูงสุดที่เป็นไปได้คือ 160 คะแนน คะแนนต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ 40 คะแนน จะได้พิสัยคือ $160 - 40 = 120$ จากนั้นแบ่งเป็น 4 ช่วงเท่า ๆ กัน เพื่อกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินนักเรียนว่า มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด ดังนี้

คะแนน 40 – 70	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 1
คะแนน 71 – 100	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2
คะแนน 101 – 130	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3
คะแนน 131 – 160	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4

ถ้ามีข้อสอบทั้งหมด 30 ข้อ คะแนนสูงสุดที่เป็นไปได้คือ 120 คะแนน คะแนนต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ 30 คะแนน จะได้พิสัยคือ $120 - 30 = 90$ จากนั้นแบ่งเป็น 4 ช่วงเท่า ๆ กัน เพื่อกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินนักเรียนว่ามีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด (กนิษฐา สนุ่นไพบูลย์, 2560; กิตติศักดิ์ แก่งทอง, 2547; ศุภชัย ราชมนเทียร, 2560) ดังนี้

คะแนน 29 – 51	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 1
คะแนน 52 – 74	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2
คะแนน 75 – 97	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3
คะแนน 98 – 120	นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4

จะเห็นได้ว่า การวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะมีส่วนที่ผันแปรคือ ราคารองเท้าที่สามารถกำหนดเองได้ จำนวนเงินที่เหลือ และมีส่วนที่คงที่คือ ส่วนลดราคารองเท้า จำนวนเงินที่มีอยู่ เมื่อพิจารณาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้ดังนี้

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) นักเรียนสามารถจดจำวิธีการหาส่วนลดซึ่งเกี่ยวข้องกับเรื่อง ร้อยละ และสามารถคำนวณหาส่วนลด หาคารองเท้าที่ต้องจ่ายจริง หาจำนวนเงินที่เหลือ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบการตัดสินใจเลือกชนิดรองเท้าตามความคิด ความชอบของตนเอง หรือเหตุผลส่วนตัวตามความคิดของตนเองได้

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลในการตัดสินใจเลือกวิธีการคิดคำนวณเพื่อหาส่วนลด หาคารองเท้าที่ต้องจ่ายจริง หาจำนวนเงินที่เหลือ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบการตัดสินใจเลือกชนิดรองเท้าจากเหตุผลที่กำหนดให้ในเงื่อนไข

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบ เชื่อมโยงวิธีการคิดคำนวณเพื่อหาส่วนลด หาคารองเท้าที่ต้องจ่ายจริง หาจำนวนเงินที่เหลือและระบุเหตุผลประกอบการตัดสินใจเลือกรองเท้าได้จากการเปรียบเทียบเหตุและผลต่าง ๆ เหตุผลมีความน่าเชื่อถือและมีความสมเหตุและสมผล

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) นักเรียนสามารถแสดงการประยุกต์หรือออกแบบวิธีการคำนวณที่แปลกใหม่หรือแสดงแนวคิดใหม่ในการหาส่วนลด

หาราคารองเท้าที่ต้องจ่ายจริง หากจำนวนเงินที่เหลือและเปรียบเทียบข้อดี ข้อเสียของการตัดสินใจเลือกซื้อรองเท้าแต่ละแบบได้อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากการคิดคำนวณมาอธิบายเหตุผลประกอบ

ส่วนการพิจารณาการคิดอย่างเป็นระบบระเบียบนั้น อาจจะนำมาใช้วัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อให้ได้ข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเรียบเรียงเหตุและผลในการอธิบายที่มีความเป็นระบบระเบียบ เป็นขั้นเป็นตอนซึ่งจะบ่งบอกถึงความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านกระบวนการคิดมาแล้วเป็นอย่างดี โดยในระดับที่ 1 นักเรียนจะเขียนอธิบายตามความคิดของตนเองตามที่คิดได้อาจจะยังไม่มีความคิดที่เป็นระบบระเบียบมากพอหรืออธิบายตามที่เคยเรียนมา ระดับที่ 2 นักเรียนเริ่มอธิบายด้วยความคิดที่เป็นระบบระเบียบมากขึ้น โดยอาศัยเงื่อนไขที่กำหนด ระดับที่ 3 นักเรียนเริ่มมีการอธิบายโดยการใช้หลักฐานการคิดคำนวณมาแสดงการเปรียบเทียบมากขึ้น แสดงตัวอย่างประกอบการอธิบายให้เหตุผลชัดเจนมากขึ้น มีการใช้ข้อมูลได้เป็นระบบระเบียบ เป็นขั้นเป็นตอนได้ดีขึ้น และระดับที่ 4 นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้แนวคิด วิธีการต่าง ๆ หรือออกแบบด้วยตนเอง ใช้ความคิดของตนเองอธิบายตามหลักวิชาการได้อย่างอิสระเสรี อธิบายได้ครอบคลุมความมีเหตุผล มีความเป็นระเบียบเรียบร้อย รวมถึง ใช้หลักฐานจากการคำนวณได้อย่างเต็มศักยภาพ

จากการศึกษาเกี่ยวกับการวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น จะพบว่า ให้ความสำคัญทั้งในส่วนของเนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอื่น ๆ เช่น การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างเป็นระบบระเบียบ เป็นต้น มีความสอดคล้องบางประการกับการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ OECD ที่ใช้กรอบโครงสร้างการประเมิน ได้แก่ เนื้อหาคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และบริบทของคณิตศาสตร์ โดยเครื่องมือที่ OECD ใช้ในการทดสอบ PISA ได้แก่ แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก แบบชนิดเลือกตอบเชิงซ้อน และแบบเขียนตอบ (OECD, 2018)

รายละเอียดการประเมิน PISA มีดังนี้ 1) เนื้อหาประกอบด้วย การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape) ปริมาณ (Quantity) ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) อย่างละ 25% 2) กระบวนการทางคณิตศาสตร์สามด้าน ได้แก่ การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically) การใช้หลักการ ข้อเท็จจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา (Employing Mathematical Concept, Facts, Procedures and Reasoning) และการตีความ การประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes) ในบริบทหรือสถานการณ์ที่หลากหลาย อย่างละ 25% 3) บริบทของคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย บริบทส่วนตัว บริบทอาชีพ บริบทสังคม และบริบทวิทยาศาสตร์

จากการศึกษาเกี่ยวกับการวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงนำกรอบโครงสร้างการประเมินของ OECD ได้แก่ เนื้อหาคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และบริบทของคณิตศาสตร์มาใช้เป็นแนวทางในการสร้างเครื่องมือวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ รายละเอียดมีดังนี้

1. เนื้อหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) ฮิสโทแกรม 2) แผนภาพจุด 3) แผนภาพต้น – ใบ 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 5) มัธยฐาน และ 6) ฐานนิยม

2. กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically) 2) การใช้หลักการ ข้อเท็จจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา (Employing Mathematical Concept, Facts, Procedures and Reasoning) และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes)

3. ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การสื่อสาร (Communication) 2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) 3) การแสดงแทน (Representation) 4) การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) 5) การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising Strategies for Solving Problem) 6) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Learning and Operations) และ 7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools)

4. บริบทของคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) บริบทส่วนตัว 2) บริบทอาชีพ 3) บริบทสังคม และ 4) บริบทวิทยาศาสตร์

สำหรับเครื่องมือวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถใช้เครื่องมือได้หลายชนิด เช่น แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (OECD, 2018; กนิษฐา สนั่นไพบูลย์, 2560; บุญญา แซ่หล่อ, 2557; ศุภชัย ราชมนตรี, 2560) แบบทดสอบเลือกตอบเชิงซ้อน (OECD, 2018) แบบทดสอบชนิดเขียนตอบโดยให้ตอบวิธีคิดหรือเขียนให้เหตุผลหรือแสดงวิธีทำ (OECD, 2018; อัมพร ม้าคนอง, 2559) จากการวิเคราะห์การใช้เครื่องมือของหน่วยงานระดับชาติของประเทศไทยอย่างเช่น สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) หรือ สทศ. พบว่า รูปแบบข้อสอบที่ใช้ในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นแบบทดสอบประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก และ ส่วนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ ส่วนสำนักทดสอบทางการศึกษา สำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ หรือ สทศ. สพฐ. ใช้รูปแบบข้อสอบในการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นแบบทดสอบ ประกอบด้วย 4 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก ส่วนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน ส่วนที่ 3 เป็นข้อสอบแบบเขียนตอบสั้น/เติมคำตอบปลายปิด/ระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ และส่วนที่ 4 เขียนตอบอิสระ (แสดงวิธีทำ)

จากการศึกษาข้อมูลดังกล่าวข้างต้นเกี่ยวกับเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงตัดสินใจเลือกใช้เป็นแบบทดสอบในการวิจัยครั้งนี้ โดยจะเรียกว่า แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งข้อสอบเลือกตอบและข้อสอบเขียนตอบ ประกอบด้วย 1) ข้อสอบแบบเลือกตอบ ได้แก่ ข้อสอบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก และข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน 2) ข้อสอบแบบเขียนตอบ ได้แก่ ข้อสอบเขียนตอบสั้น และข้อสอบแบบเขียนวิธีการคิดหรือแสดงวิธีทำตามโครงสร้างที่กำหนด ทั้งนี้ ข้อสอบแบบเขียนวิธีการคิดหรือแสดงวิธีทำกำหนดโครงสร้างการตอบโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD

เป็นแนวทาง ซึ่งประกอบด้วย 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically) 2) การใช้หลักการ ข้อเท็จจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา (Employing Mathematical Concept, Facts, Procedures and Reasoning) และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes) สำหรับลักษณะของสถานการณ์ปัญหา จะมีความยากง่ายใน 4 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) เป็นข้อความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาที่เคยพบเจอมาก่อน มีข้อมูลให้ครบถ้วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ไม่ซับซ้อน

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นข้อความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาที่เคยพบเจอมาก่อนแต่ขาดข้อมูลบางส่วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ไม่ซับซ้อน และมีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นข้อความเกี่ยวกับสถานการณ์ไม่เคยพบเจอมาก่อน มีข้อมูลให้ครบถ้วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ซับซ้อน และมีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างซับซ้อน

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นข้อความเกี่ยวกับสถานการณ์ไม่เคยพบเจอมาก่อน ขาดข้อมูลบางส่วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ซับซ้อน และมีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและลึกซึ้งอย่างมาก

กล่าวโดยสรุป การประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จำนวน 38 ข้อ มาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยนักเรียนจะต้องได้คะแนนในแต่ละระดับตั้งแต่ร้อยละ 50 ไตรระดับขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยปรับใช้เกณฑ์การจัดระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ บุญญา แซ่หล่อ และใช้แนวปฏิบัติการจัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ร้อยละ 50 ของ กระทรวงศึกษาธิการ (2553) รายละเอียดของเกณฑ์การแปลความหมายระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 4 เมื่อทำข้อสอบในทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

2) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 3 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1, 2 และ 3 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

3) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 2 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 และ 2 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

4) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 1 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 2 และ/หรือ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

5) นักเรียนจะไม่สามารถจัดระดับได้ เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้น้อยกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ทำข้อสอบในระดับอื่น ๆ ระดับใดระดับหนึ่งหรือทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

2.3.4 ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ในการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และจากการศึกษาวิจัยนำไปสู่

การสังเคราะห์ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2) แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์ 3) ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ และ 4) ปัจจัยเกื้อหนุน ซึ่งขอนำเสนอรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.3.4.1 เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์

เจตคติเป็นตัวแปรหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัจจัยในตัวบุคคลที่จะส่งเสริมให้บุคคลสามารถคิดคำนวณได้ดี มีความสนใจและตั้งใจเรียนส่งผลให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559) ซึ่งในปัจจุบันนักจิตวิทยา มีความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบของเจตคติแตกต่างกันไป 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่เห็นว่าเจตคติ มีองค์ประกอบเดียว เชื่อว่า เจตคติเกิดจากการประเมินความรู้สึกชอบหรือไม่ชอบ กลุ่มที่เห็นว่า เจตคติมีสององค์ประกอบ เชื่อว่า เจตคติประกอบด้วยสติปัญญาและความรู้สึก และกลุ่มที่เห็นว่า เจตคติมีสามองค์ประกอบ เชื่อว่า เจตคติประกอบด้วยสติปัญญา ความรู้สึก และพฤติกรรม (Allport, 1935; Katz, 1960; Thurstone, 1931; ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543)

เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกหรือความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้รับประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับคุณประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ความสำคัญของเนื้อหาและการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียน ซึ่งอาจจะเป็นความรู้สึกทางบวก เป็นกลางหรือทางลบก็ได้ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์นั้น เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อหลาย ๆ ประเด็น อาทิ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Silao, 2018; ชลธิชา ใจพนัส และอรอุมา เจริญสุข, 2556; มะลิวรรณ โคตรศรี, 2547) ความสามารถในการให้เหตุผล (ธิดิมา อุดมพรมนตรี, 2551; สุดใจ พลະศักดิ์, 2556) ความสามารถในการคิดคำนวณ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559) ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Member of the All Numeracy Team, 2003) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Bas, 1999; Cigdem, 2003) คะแนนพัฒนาการวิชาคณิตศาสตร์ (ศุภลักษณ์ ใจแสงทรัพย์, 2547) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Bas, 1999; Moyana, 1996; ธนวัฒน์ ศรีศิริวัฒน์, 2556; พรรณภา แก้วคง, 2548; มณีภา เรื่องสินชัยวานิช, 2552; สมควร จำเริญพัฒน์ และคนอื่น ๆ, 2552) แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ลำเพา สุภา และมนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ, 2556)

กล่าวโดยสรุป เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาเอกสารและงานที่เกี่ยวข้อง จึงสรุปได้ว่า เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ในด้านการเห็นความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ การเห็นประโยชน์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์

การเห็นความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การเห็นประโยชน์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความน่าสนใจ สนุกสนาน ไม่น่าเบื่อและให้ความเพลิดเพลิน

2.3.4.2 แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์

แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นความปรารถนาของบุคคลที่จะทำบางสิ่งบางอย่างให้ประสบความสำเร็จด้วยมาตรฐานอันดีเลิศและเหนือกว่าบุคคลอื่น พยายามต่อสู้กับอุปสรรคต่าง ๆ มีความสบายใจเมื่อประสบความสำเร็จและมีความวิตกกังวลเมื่อพบกับความล้มเหลว แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นองค์ประกอบที่ผลักดันให้บุคคลต้องการอยู่ในตำแหน่งที่สูงขึ้นมีความรับผิดชอบมากขึ้น และต้องการความสำเร็จที่สูงขึ้น (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559)

สำหรับลักษณะของผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์นั้นจะมีคุณลักษณะที่กล้าเสี่ยงอย่างเหมาะสม มีการตัดสินใจที่เด็ดเดี่ยว เลือกทำสิ่งที่ยากเหมาะสมกับความสามารถของตนเอง มีความกระตือรือร้นหรือมีความขยันขันแข็งในการกระทำสิ่งแปลก ๆ ใหม่ ๆ เอาใจใส่มานะพากเพียรต่อสิ่งที่ท้าทาย มีความรับผิดชอบต่อตนเอง พยายามทำงานให้เสร็จเพื่อความพึงพอใจของตนเอง ไม่หวังการยกย่องชมเชยจากผู้อื่น ต้องการทราบผลของการตัดสินใจ ติดตามผลการตัดสินใจของตนเองว่าเป็นเช่นไรเพื่อปรับปรุงการกระทำของตนให้บรรลุเป้าหมายให้ดีกว่าเดิม รู้จักคาดการณ์ล่วงหน้า มีแผนระยะยาวเพราะเล็งเห็นการณ์ไกล และมีทักษะในการจัดระบบงานให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงานอย่างเป็นระบบ (McClelland, 1961)

จากการศึกษาค้นคว้า ผู้วิจัยพบว่า แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นตัวแปรหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นปัจจัยภายในตัวบุคคลที่เป็นแรงขับเคลื่อนให้บุคคลประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ รวมถึงความสามารถในการคิดคำนวณซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของความสามารถจากการเรียนคณิตศาสตร์ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ชลธิชา ใจพนัส และอรอุมา เจริญสุข, 2556; มะลิวรรณ โคตรศรี, 2547; สำรวย หาญหัว, 2560) ความสามารถในการคิดคำนวณ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559) ความสามารถในการให้เหตุผล (ธิติมา อุดมพรมนตรี, 2551; สุดใจ พลະศักดิ์, 2556) ทักษะการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์พื้นฐาน (Kilman, 2015) เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (สำรวย หาญหัว, 2560) และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (พรรณภา แก้วคง, 2548; มณิภา เรืองสินชัยวานิช, 2552; สมควร จำเริญวัฒน์ และคนอื่น ๆ, 2552)

กล่าวโดยสรุป แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่า แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความปรารถนาของบุคคลที่จะดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยพยายามเอาชนะอุปสรรคต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ประกอบด้วยพฤติกรรมที่สำคัญคือ ความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และการรับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

ความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเด็ดเดี่ยวไม่ลังเลในการตัดสินใจศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมีความพอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนด้วยความมั่นใจในความสามารถของตนเอง

ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลว่าตนเองประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่ทำให้หายความสามารถและการเรียนรู้เพื่อที่จะให้ได้พบกับวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ

การรับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ หมายถึง การคาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และนำมาปรับปรุงให้มีระดับความสามารถที่สูงขึ้น

2.3.4.3 ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณของต่างประเทศ พบว่า มีการดำเนินการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ และการรู้หนังสือของนักเรียนชาวพื้นเมืองของประเทศออสเตรเลีย (Young Australian indigenous students literacy and numeracy (YAILN) โดยเก็บรวบรวมข้อมูลการเรียนรู้แบบระยะยาวและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับกิจกรรมการสอนที่สนับสนุนการเรียนรู้ของเด็กกลุ่มนี้ในรัฐควีนส์แลนด์ ซึ่งเป็นกลุ่มเด็กที่ไม่อยู่ในระบบโรงเรียนจากครูที่เข้าร่วมโครงการมาจากโรงเรียนในควีนส์แลนด์เหนือ 5 แห่ง ทำการสัมภาษณ์เชิงลึกครูผู้เข้าร่วมโครงการเป็นระยะ ผลการวิจัยพบว่า การเรียนการสอนผ่านกิจกรรมการเล่น มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับพื้นฐาน เนื่องจากจะช่วยให้นักเรียนเกิดความยึดมั่นผูกพันต่อการเรียนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น และส่งผลให้นักเรียนกลุ่มนี้มีพัฒนาการการเรียนรู้ที่ดีขึ้น (Warren, 2008)

สำหรับประเทศไทยมีการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ มีการดำเนินการวิเคราะห์ปัจจัยเชิงสาเหตุเพื่อพัฒนาสมรรถนะกำลังคนรองรับโลกศตวรรษที่ 21 (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559) ซึ่งเป็นการศึกษาสมรรถนะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการก้าวเข้าสู่ศตวรรษที่ 21 โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นคนไทยที่มีอายุระหว่าง 15 – 65 ปีที่มีอาชีพใน 3 ภาคการผลิตคือ ภาคบริการ ภาคเกษตร และภาคอุตสาหกรรมจากทั่วประเทศ 4 ภูมิภาครวมกรุงเทพมหานครและปริมณฑล ข้อมูลที่เก็บจำแนกเป็น 1) ข้อมูลเชิงปริมาณ ภูมิภาคละ 400 คน รวมทั้งหมด 2,000 คน 2) ข้อมูลเชิงคุณภาพ จำนวน 10% ของกลุ่มตัวอย่างที่ต้องเก็บข้อมูล ผลการศึกษาเชิงลึกด้วยการสัมภาษณ์กลุ่มตัวอย่าง พบว่า

กลุ่มที่มีความสามารถในการคำนวณค่อนข้างสูงตามการรับรู้ของตนเอง ส่วนใหญ่เป็นกลุ่มผู้ที่ทำงานเกี่ยวข้องกับการคำนวณที่ใช้การคำนวณในระดับที่ซับซ้อนได้ มั่นใจว่าตนสามารถคิดคำนวณได้เร็ว คล่องแคล่ว มีความถูกต้องแม่นยำค่อนข้างสูง มีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนผู้ที่ประเมินว่าตนมีความสามารถในระดับน้อย บางกลุ่มบวกลบคูณหารพอได้แต่ไม่ค่อยคล่อง บางกลุ่มบวกลบคูณหารไม่ได้เลย และทำผิดพลาดบ่อยครั้ง ไม่สามารถคิดคำนวณในระดับที่ซับซ้อนได้

กลุ่มที่ชอบการคำนวณ ให้เหตุผลเกี่ยวกับปัจจัยสนับสนุนว่า ส่วนใหญ่มีประสบการณ์ในการทำงานที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ในวัยเด็กเคยช่วยที่บ้านค้าขาย เคยสอนการบ้านที่เกี่ยวกับการคำนวณให้พี่น้องเชื่อว่าการคำนวณเป็นสิ่งที่ช่วยยกระดับฐานะของครอบครัวได้ หากได้รับมอบหมายให้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับที่สามารถทำได้ ตนจะกระตือรือร้นทำด้วยความมุ่งมั่น ตั้งใจทำให้แล้วเสร็จ สนุกกับสิ่งที่ได้ทำ ทำได้โดยไม่รู้สึกลำบากหน่าย หากเป็นการคำนวณที่ยากเกินความสามารถที่จะทำได้ ก็จะพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ อีกทั้งเคยมีประสบการณ์ในการเล่นเกมนิพนธ์คอมพิวเตอร์ที่พัฒนาความสามารถทางการคำนวณ ทำให้รู้สึกสนุก และได้พัฒนาทักษะการเรียนรู้ของตนที่เกี่ยวกับการคำนวณด้วย เป็นประโยชน์ต่อชีวิตประจำวัน เป็นการยกระดับความสามารถและคุณภาพชีวิตของตน ทำให้สามารถทำงานในระดับที่สูงขึ้นได้ เมื่อสามารถทำความเข้าใจการคำนวณในระดับที่ซับซ้อนได้ จะรู้สึกภูมิใจที่ทำได้ และมั่นใจในความสามารถของตนมากยิ่งขึ้น

ผู้ให้ข้อมูลกลุ่มที่ไม่ชอบการคำนวณ ให้เหตุผลเกี่ยวกับปัจจัยสนับสนุนในประเด็นเกี่ยวกับประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องว่า ตนไม่มีประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณมากนัก ไม่ได้ทำงานที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ในวัยเด็กไม่ค่อยได้รับการสนับสนุนจากครอบครัวให้พัฒนาการเรียนรู้ด้านการคำนวณ หรือแม้จะได้รับการสนับสนุนให้ได้เรียนเกี่ยวกับการคำนวณ แต่ก็รู้สึกไม่ชอบ เพราะเป็นสิ่งที่ทำได้ไม่ดีนัก หากต้องทำโจทย์ปัญหาที่ยากก็จะรู้สึกขี้เกียจทำ ท้อใจไม่อยากทำ เบื่อหน่าย แม้จะเป็นการคำนวณง่าย ๆ ในระดับที่สามารถทำได้ แต่หากมีจำนวนมากก็จะเบื่อหน่ายไม่อยากทำ คิดมากแล้วรู้สึกปวดหัว ไม่ค่อยกระตือรือร้นที่จะทำเท่าใดนัก การคำนวณทำให้รู้สึกเครียด กตสัน หากไม่จำเป็นก็จะไม่ทำ และจะทำต่อเมื่อมีสถานการณ์ที่บีบบังคับ และไม่เคยมีประสบการณ์ในการเล่นเกมนิพนธ์คอมพิวเตอร์ หรือใช้เทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความสามารถทางการคำนวณ

จากศึกษางานวิจัยดังกล่าวข้างต้น จึงสรุปได้ว่า ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณเป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อระดับความลึกซึ้งของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดของบุคคลในทางบวกเกี่ยวกับความมีพลังในการกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อุทิศตนให้กับสิ่งที่ทำและมีความรู้สึกเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับงาน ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

1) ความมีพลังในการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ด้านการคิดคำนวณ มีแรงผลักดันในการพัฒนาตนเอง กล้าเผชิญกับอุปสรรคที่เกิดขึ้น

2) การอุทิศตนในการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณหมายถึง ความพยายามที่จะฝึกฝนตนเองให้บรรลุตามเป้าหมายในการเรียนรู้ด้านการคิดคำนวณ ให้ความสำคัญกับการฝึกฝนตนเองด้านการคิดคำนวณ และพร้อมที่จะเรียนรู้เพิ่มเติมเมื่อมีโอกาสเหมาะสม

3) ความรู้สึกเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณ หมายถึง การมีสมาธิจดจ่ออยู่กับการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งที่ทำได้ มีความสุขกับการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณโดยรู้สึกว่าการผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบตัว

ในการศึกษาครั้งนี้ สรุปได้ว่า ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่จะดำเนินการเกี่ยวกับการคิดคำนวณอย่างมีพลัง ทุ่มเทในการคิดคำนวณ และมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับการคิดคำนวณ

ความมีพลังในการคิดคำนวณ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่คิดคำนวณอย่างกระตือรือร้น มีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง กล้าที่จะเผชิญกับอุปสรรคต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการคิดคำนวณ

ความทุ่มเทในการคิดคำนวณ หมายถึง ความพยายาม อดทนที่จะคิดคำนวณให้บรรลุตามเป้าหมาย ให้ความสำคัญกับการคิดคำนวณและพร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม

ความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับการคำนวณ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่มีสมาธิจดจ่ออยู่กับการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งที่ทำได้ มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกว่าการผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้าง

2.3.4.4 ปัจจัยเกื้อหนุน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่า ครูมีความเกี่ยวข้องกับนักเรียนโดยตรงมากที่สุด พฤติกรรมการสอนของครูแสดงออกได้หลายลักษณะต่าง ๆ กัน แต่ละพฤติกรรมจะมีทั้งผลดีและผลเสียและจากการศึกษางานวิจัยพบว่า พฤติกรรมการสอนของครูส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำรวย หาญห้าว, 2560) ความสามารถในการให้เหตุผล (สุดใจ พลະศักดิ์, 2556) ความสนใจใฝ่เรียนรู้คณิตศาสตร์ (Chinaedum, 2016) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Lay & Davadas, 2018; ธนวัฒน์ ศรีศิริวัฒน์, 2556) เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (สำรวย หาญห้าว, 2560) การเสริมแรงของครูมีความสัมพันธ์ทางบวกกับเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Lay & Davadas, 2018) ลักษณะของครูมีอิทธิพลทางตรงกับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน (ลำเพา สุภะ และมนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ, 2556) และการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (จิตติมา อุดมพรมนตรี, 2551) ดังนั้น จึงถือได้ว่าพฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ของครูมีความหมายและมีความสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การมีส่วนร่วมของผู้ปกครองมีส่วนช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์และส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น จากการศึกษา งานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า การพูดคุยสื่อสารระหว่างบุคคลในครอบครัวมีความสัมพันธ์ทางบวกกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (Cigdem, 2003) การเอาใจใส่ของผู้ปกครองและ

สภาพแวดล้อมที่บ้านมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (มณิภา เรื่องสินชัยวานิช, 2552) การมีส่วนร่วมของผู้ปกครองมีความสัมพันธ์ทางบวกกับเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Charman, 2014; Lay & Davadas, 2018) การมีส่วนร่วมของผู้ปกครองมีความสัมพันธ์ทางบวกกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Silao, 2018) มีงานวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสัมพันธ์ภาพระหว่างผู้ปกครองดี มีปัญหาทางการเรียนน้อย ทั้งนี้ เพราะการที่นักเรียนมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้ปกครอง นักเรียนมีการปฏิบัติที่ดีต่อผู้ปกครองและผู้ปกครองปฏิบัติที่ดีต่อนักเรียนดังนี้ เมื่อนักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการเรียนจะรีบปรึกษาผู้ปกครองและจะดีใจมากเมื่อผู้ปกครองสอบถามเกี่ยวกับการเรียน แสดงความรักโดยการกล่าวชมเชยเมื่อสอบได้คะแนนดี ผู้ปกครองแนะนำวิธีการอ่านหนังสือและสอนการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการปฏิบัติดังกล่าวทำให้นักเรียนมีปัญหาด้านการเรียนคณิตศาสตร์น้อย ซึ่งการเอาใจใส่การเรียนของผู้ปกครองเป็นปัจจัยหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการในการเรียนที่ดี ช่วยให้เกิดความอบอุ่นใจในการเรียนและมีความขยันหมั่นเพียรในการเรียน (วนิดา นามโคตร, 2559) นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยพบว่า สัมพันธภาพระหว่างนักเรียนกับผู้ปกครองมีความสัมพันธ์ทางบวกกับพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งนักเรียนที่มีสัมพันธภาพดีกับผู้ปกครองมีพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เหมาะสม (สุพัตรา ผลรัตน์ไพบูลย์ และวิไลลักษณ์ พงษ์โสภา, 2550)

ความสัมพันธ์ระหว่างเพื่อนก็นับว่าเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยพบว่า วิธีการเพื่อนช่วยเพื่อนสามารถพัฒนาสมรรถนะในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้ การเรียนรู้จากเพื่อน มีมิตรภาพที่ได้จากเพื่อนทำให้ไม่มีความกดดันในการเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ กล้าที่จะคิด กล้าที่จะถามเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือเมื่อเกิดปัญหา การทำงานของนักเรียนมีความสุขสนุกสนานเป็นกันเองไม่เครียด ทำให้การคิดทางคณิตศาสตร์ มีความราบรื่นและมีอิสระ นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้นเพราะอุ่นใจที่มีเพื่อนคอยช่วยเหลือให้คำแนะนำอยู่เคียงข้างตลอดเวลา (ทศทัศน์ บุญตา, 2560) สัมพันธภาพระหว่างนักเรียนกับเพื่อนส่งผลต่อพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (สุพัตรา ผลรัตน์ไพบูลย์ และวิไลลักษณ์ พงษ์โสภา, 2550) ปัจจัยด้านสัมพันธภาพระหว่างนักเรียนกับเพื่อน มีความสัมพันธ์ทางบวกกับปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากที่สุด ดังนั้น นักเรียนที่มีสัมพันธภาพดีกับเพื่อนจะมีปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์น้อย (วนิดา นามโคตร, 2559) ทั้งนี้ ครูควรมีจัดการเรียนการสอนที่มีลักษณะการร่วมกิจกรรมกลุ่มร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้มีสัมพันธภาพระหว่างนักเรียนกับเพื่อนมากขึ้น นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มช่วยกันแก้ไขโจทย์คณิตศาสตร์ร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียนได้อย่างมีความสุข และนอกจากนี้ ถ้าเพื่อนในกลุ่มชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะทำให้ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปด้วย (ลำเพา สุภา และมนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ, 2556)

สภาพแวดล้อมทางการเรียนเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีงานวิจัย พบว่า ปัจจัยสภาพแวดล้อมในโรงเรียนมีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ลำเพา สุภา และมนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ, 2556) นักเรียนที่ได้รับลักษณะทางกายภาพทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดี ทำให้มีพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เหมาะสม ทั้งนี้ เพราะสภาพแวดล้อมทางการเรียนการสอนที่ดีมีผลต่อนักเรียน ได้แก่

ห้องเรียนมีความเป็นระเบียบเรียบร้อย อากาศถ่ายเทได้สะดวก ขนาดของห้องเหมาะสมกับจำนวนนักเรียน บริเวณห้องเรียนปราศจากสิ่งรบกวนต่าง ๆ ได้แก่ เสียงและกลิ่น อุปกรณ์การเรียนการสอนมีความทันสมัย มีเพียงพอกับจำนวนนักเรียนและมีคุณภาพการใช้งานดี (สุพัตรา ผลรัตน์ไพบูลย์ และ วิไลลักษณ์ พงษ์โสภา, 2550) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า บรรยากาศในการเรียนการสอนเป็นสภาพแวดล้อมทางจิตวิทยาที่มีผลต่อสภาพจิตใจ อารมณ์ ความรู้สึกที่จะทำให้ นักเรียนสนใจการเรียนการสอน (Lawrence, 1976) เช่นเดียวกับงานวิจัยที่พบว่า ลักษณะทางกายภาพทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนที่ได้รับลักษณะทางกายภาพทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีจะมีพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เหมาะสม ทั้งนี้ เพราะลักษณะทางกายภาพทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งแวดล้อมทางการเรียนที่ทำให้ นักเรียนสามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ สถานที่เรียน และสื่ออุปกรณ์ทางการเรียน สถานที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ห้องเรียนมีความสะอาดเป็นระเบียบเรียบร้อย มีแสงสว่างที่เพียงพอและมีอากาศถ่ายเทได้สะดวก โต๊ะ เก้าอี้มีเพียงพอกับจำนวนนักเรียน และสามารถใช้งานได้ดี อุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอนทันสมัย เพียงพอกับจำนวนนักเรียนและสามารถใช้งานได้ดี เช่น คอมพิวเตอร์ โปรเจคเตอร์ สื่อประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ทันสมัยและเพียงพอจำนวนนักเรียน (วนิดา นามโคตร, 2559) รวมถึง งานวิจัยที่พบว่า บรรยากาศในโรงเรียนมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Cigdem, 2003)

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสรุปปัจจัยเกื้อหนุนว่า สิ่งที่เป็นสาเหตุช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาทั้งจากในชั่วโมงเรียนและจากการเรียนรู้เพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ รวมถึง ส่งเสริม สนับสนุนให้นักเรียนมีการพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบดังต่อไปนี้

1. สภาพแวดล้อมทางการเรียน หมายถึง สภาพแวดล้อมทางกายภาพ และสภาพแวดล้อมทางบรรยากาศการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน รวมถึง วัสดุอุปกรณ์สื่อการเรียนรู้ เทคโนโลยีทางการศึกษาที่มีความพร้อมและเอื้อต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ความสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน หมายถึง การมีปฏิสัมพันธ์ การเรียนรู้ร่วมกัน การช่วยเหลือกันเองระหว่างนักเรียนที่ส่งเสริม สนับสนุนและเอื้อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่
3. การมีส่วนร่วมของผู้ปกครอง หมายถึง การที่ผู้ปกครองมีส่วนเข้าไปช่วยเหลือ ส่งเสริม สนับสนุนนักเรียนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่
4. พฤติกรรมการสอนของครู หมายถึง การกระทำหรือแสดงออกของครูที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การช่วยเหลือเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางการเรียนรู้ที่ส่งเสริม สนับสนุนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยสรุปว่า ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ในด้านการเห็นความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ การเห็นประโยชน์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.1 การเห็นความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ

1.2 การเห็นประโยชน์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ

1.3 การให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความน่าสนใจ สนุกสนาน ไม่น่าเบื่อและให้ความเพลิดเพลิน

2. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความปรารถนาของบุคคลที่จะดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยพยายามเอาชนะอุปสรรคต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ประกอบด้วยพฤติกรรมที่สำคัญคือ ความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และการรับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

2.1 ความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเด็ดเดี่ยวไม่ลังเลในการตัดสินใจศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมีความพอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนด้วยความมั่นใจในความสามารถของตนเอง

2.2 ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลว่าตนเองประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่ทำหายความสามารถและการเรียนรู้เพื่อที่จะให้ได้พบกับวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ

3. ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่จะดำเนินการเกี่ยวกับการคิดคำนวณอย่างมีพลัง ทุ่มเทในการคิดคำนวณ และมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกับการคิดคำนวณ

3.1 ความมีพลังในการคิดคำนวณ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่คิดคำนวณอย่างกระตือรือร้น มีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง กล้าที่จะเผชิญกับอุปสรรคต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการคิดคำนวณ

3.2 ความทุ่มเทในการคิดคำนวณ หมายถึง ความพยายาม อดทนที่จะคิดคำนวณให้บรรลุตามเป้าหมาย ให้ความสำคัญกับการคิดคำนวณและพร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม

4. ปัจจัยเกื้อหนุน หมายถึง สิ่งที่เป็นสาเหตุช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาทั้งจากในชั่วโมงเรียนและการเรียนรู้เพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ รวมถึง ส่งเสริม สนับสนุนให้นักเรียนมีการพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบดังต่อไปนี้

4.1 สภาพแวดล้อมทางการเรียน หมายถึง สภาพแวดล้อมทางกายภาพ และสภาพแวดล้อมทางบรรยากาศการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน รวมถึง วัสดุอุปกรณ์สื่อการเรียนรู้ เทคโนโลยีทางการศึกษาที่มีความพร้อมและเอื้อต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน หมายถึง การมีปฏิสัมพันธ์ การเรียนรู้ร่วมกัน การช่วยเหลือกันเองระหว่างนักเรียนที่ส่งเสริม สนับสนุนและเอื้อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่

4.3 การมีส่วนร่วมของผู้ปกครอง หมายถึง การที่ผู้ปกครองมีส่วนเข้าไปช่วยเหลือ ส่งเสริม สนับสนุนนักเรียนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่

4.4 พฤติกรรมการสอนของครู หมายถึง การกระทำหรือแสดงออกของครูที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การช่วยเหลือเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางการเรียนรู้ที่ส่งเสริม สนับสนุนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผลที่ได้จากการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยนำมาใช้เป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องช่วยให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ และให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องช่วยให้นักเรียนเกิดความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และรับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง

3. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องช่วยให้นักเรียนมีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ

4. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนที่เหมาะสม สนับสนุนการช่วยเหลือกันระหว่างนักเรียน ผู้ปกครองมีส่วนช่วยเหลือ แนะนำ ให้คำปรึกษา และครูให้การช่วยเหลือเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา รวมถึง แนะนำแนวทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละบุคคล

2.3.5 การพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งเป็นสิ่งสำคัญ สำหรับการประสบความสำเร็จทางด้านวิชาการ เศรษฐกิจ และในชีวิต แต่ ทว่า มีเด็กจำนวนมากที่ล้มเหลวในการเรียนคณิตศาสตร์ การศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ให้ข้อมูลเชิงลึก (Johnson, 2017) ดังนี้

1. สมรรถนะของคณิตศาสตร์ที่ต้องการคือให้เด็กพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงยืดหยุ่นกระบวนการ

2. การพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มักจะทำควบคู่กันแบบซ้ำแล้วซ้ำอีกซึ่งจะช่วยพัฒนาความรู้ส่วนอื่น ๆ รวมถึง ความยืดหยุ่นทางกระบวนการด้วย

3. เทคนิคการเรียนรู้ เช่น การเปรียบเทียบ การอธิบายความเข้าใจของตนเอง และการสำรวจค้นหาก่อนการสอน เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่สำคัญที่จะส่งเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงยืดหยุ่นกระบวนการได้

การเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงทักษะกระบวนการสามารถทำได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย ดังต่อไปนี้

1. เชื่อมโยงผ่านการลงมือปฏิบัติอย่างมีสติรอบคอบผ่านการใช้เรื่องราวในชีวิตจริงที่แบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ ซึ่งจะต้องใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (Papert, 1987)

2. ประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไป เชื่อมโยงจากความรู้เชิงมโนทัศน์ไปสู่ความรู้เชิงทักษะกระบวนการโดยผ่านการพัฒนางาน การสะท้อนความรู้ที่ได้รับออกมาเป็นแนวคิดหลักของงานนั้น (Anderson, 1983)

3. ใช้แนวคิดของการพิสูจน์ โดยศึกษาแบบแยกส่วนของกระบวนการ มโนทัศน์ที่ละขั้นตอนและสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้อง จากนั้นเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการกับมโนทัศน์เข้าด้วยกัน (Gray & Tall, 1993)

4. ความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์อาจไม่เชื่อมโยงกันหรืออยู่กระจัดกระจาย หรืออาจค่อนข้างเชื่อมโยงกันดีแล้วและจัดเก็บเป็นมโนทัศน์ไว้แล้ว การได้ฝึกประยุกต์มโนทัศน์อย่างครอบคลุมหลากหลายจะช่วยเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ (Baroody, Feil, & Johnson, 2007)

5. ใช้การเชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหาผ่านการทำซ้ำที่ละขั้นตอนโดยใช้เทคโนโลยีช่วย (Zehavi, 1997)

6. ใช้การแก้ปัญหาผ่านการพัฒนาระบบฐานความรู้ของผู้เชี่ยวชาญในเชิงงานด้านวิศวกรรมจะช่วยเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ (Kadijevich, 1999)

7. ใช้การเชื่อมโยงปัญหาที่แตกต่างกันสำหรับเป็นตัวแทนของปัญหาส่วนใหญ่ เพื่อช่วยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ (Haapasalo & Kadijevich, 2013; Haapasalo, Zimmermann, & Rehlich, 2004; Schwarz, Dreyfus, & Bruckheimer, 1990)

8. การใช้การเปรียบเทียบ เช่น การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา การเปรียบเทียบปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการเดียวกัน อาจเป็นวิธีการส่งเสริมการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ได้จากข้อคาดการณ์ (Durkin, Rittle-Johnson, & Star, 2012; Schneider, Rittle-Johnson, & Star, 2011; Star et al., 2015)

9. การใช้เทคโนโลยีสามารถช่วยในการพัฒนาความรู้เชิงทักษะกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ (Abramovich & Connell, 2015; Drijvers, 2004; Ehmke, Pesonen, & Haapasalo, 2010; Haapasalo & Kadijevich, 2003; Haapasalo & Kadijevich, 2013; Haapasalo et al., 2004; Kadijevich, 2007; Kieran, 2013; Olive & Makar, 2009; Tall, Smith, & Piez, 2008; Trouche, 2005) ซึ่งมีการใช้เทคโนโลยีที่หลากหลาย เช่น Java applets, computer algebra systems, custom software โดยทั่วไปแล้วการใช้เทคโนโลยีช่วยให้มีเวลามากขึ้นในการเป็นตัวแทน การดำเนินการและการตีความทางคณิตศาสตร์ (Kadijevich, 2018)

การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา มี 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เป็นกิจกรรมเชิงประจักษ์หรือที่ไม่เป็นทางการ ระยะที่ 2 เป็นกิจกรรมที่เป็นนามธรรมหรือที่เป็น

ทางการ และระยะที่ 3 เป็นกิจกรรมสร้างองค์ความรู้ ซึ่งในระยะแรกจะมีการใช้เทคนิควิธีปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ กฎเกณฑ์ ขั้นตอนในการแก้ปัญหา ระยะที่ 2 เป็นการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจนสำหรับการดำเนินการ การคิดคำนวณ การจัดการและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และระยะที่ 3 เป็นการตัดสินใจเพื่อแก้ปัญหา การค้นหาหรือสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ (Gotoh, 2004)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่า การพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลากหลายแนวทาง ซึ่งมีเป้าหมายเดียวกันคือ ต้องการให้นักเรียนนั้น มีระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลุ่มลึกมากยิ่งขึ้น

จากการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำมาใช้เป็นแนวทางการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ดังนี้

1. เน้นการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงยึดหยุ่นกระบวนการ
2. เน้นการลงมือปฏิบัติหรือฝึกหัดหรือฝึกฝนแบบซ้ำแล้วซ้ำอีกทีละขั้นตอนผ่านสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายและใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันโดยใช้เทคโนโลยีมาช่วย
3. เน้นการใช้เทคนิคการเรียนรู้ เช่น การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา การเปรียบเทียบปัญหาที่แก้ไขด้วยกระบวนการเดียวกัน การอธิบายความเข้าใจของตนเอง และการสำรวจค้นหาความสามารถของตนเอง เป็นต้น
4. เน้นการประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่เชื่อมโยงความรู้เชิงมโนทัศน์ไปสู่ความรู้เชิงทักษะกระบวนการด้วยการทำงานที่เน้นการพิสูจน์
5. เน้นกระบวนการพัฒนาที่มีการทำงานผ่านกิจกรรมทั้งกิจกรรมที่ไม่เป็นทางการ กิจกรรมที่เป็นทางการ และกิจกรรมสร้างองค์ความรู้

2.4 แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญามีพัฒนาการมาจากการบูรณาการแนวคิด ทฤษฎีการเรียนรู้เชิงสังคมวัฒนธรรม (Sociocultural Theory of Learning) แนวคิดเกี่ยวกับพื้นที่รอยต่อพัฒนาการของไวทกอสกี (Vygotsky's Zone of Proximal Development: ZPD) ผนวกเข้ากับการเรียนรู้แบบเน้นประสบการณ์ (Situated Cognition) และการฝึกหัดแบบดั้งเดิม (traditional Apprenticeships) ซึ่งแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญามุ่งให้นักเรียนได้รับการเสริมสร้างหรือพัฒนาการคิดจนเกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ที่ยอมรับได้ มีการมอบหมายให้ทำงานที่ยากเพิ่มขึ้น มีการสร้างปฏิสัมพันธ์ทางสังคมระหว่างนักเรียนกับครูหรือผู้เชี่ยวชาญผ่านกระบวนการทำงานที่ต้องใช้ความยืดหยุ่น ความคิดสร้างสรรค์ ได้เรียนรู้ในสิ่งแวดล้อมตามสภาพจริง โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้ช่วยเหลือและพัฒนา (Coaches and Scaffolds) (Ghefaili, 2003)

แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา (Cognitive Apprenticeship) มีรากฐานมาจากการช่วยให้ผู้ที่เริ่มฝึกหัดกลายเป็นผู้เชี่ยวชาญโดยผ่านการเรียนรู้เชิงชี้แนะ ซึ่งมุ่งไปที่การบรรลุความเชี่ยวชาญทางปัญญาและอภิปัญญา เป็นการออกแบบสภาพแวดล้อมทางการเรียนรู้ที่มีกรอบความคิดพื้นฐาน 4 มิติคือ ประเภทของความรู้ที่จะนำมาใช้ในการส่งเสริมให้มีความเชี่ยวชาญ วิธีการสอนที่จะนำมาใช้ส่งเสริมพัฒนาการ

การจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ และลักษณะทางสังคมของสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ ได้มีการพัฒนาโมดูลการเรียนรู้เพื่อช่วยชี้แนะความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ยากทางสถิติวิศวกรรม ได้แก่ ช่วงเวลาของแรง การวิเคราะห์ทรีส และช่วงเวลาที่สองของพื้นที่ ความสนใจของนักเรียนมุ่งเน้นไปที่ความแตกต่างของมโนทัศน์ที่ยากผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองการคำนวณ เมื่อนักเรียนกำหนดรูปแบบการคำนวณพวกเขาจะพัฒนาความเข้าใจผ่านการยึดมั่นผูกพันกับทฤษฎีและการสังเกตจากสถานการณ์ต่าง ๆ นักเรียนเรียนรู้ตามโมดูลการเรียนรู้นอกห้องเรียน โมดูลละ 3 ชั่วโมง หลังจากที่ได้รับความรู้จากการบรรยายในหัวข้อต่าง ๆ และทำการบ้านซึ่งเป็นชุดปัญหาที่กำหนดให้เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จพวกเขาจะได้รับการให้คะแนนในรูปแบบของรูบรีค ซึ่งจะบ่งบอกถึงความเชี่ยวชาญในระดับต่าง ๆ ในการส่งเสริมความรู้ของนักเรียนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญานี้ มีเป้าหมายเพื่อส่งเสริมความเชี่ยวชาญอย่างมีระเบียบวินัยเพื่อช่วยให้นักเรียนที่เป็นผู้ที่เริ่มเรียนรู้กลายเป็นผู้เชี่ยวชาญ โดยครูจะให้ความรู้เฉพาะด้านแก่นักเรียนช่วยนักเรียนจัดระเบียบความรู้นั้นอย่างชำนาญและให้โอกาสแก่นักเรียนในการดึงความรู้นั้นออกมาใช้ในการแก้ปัญหา (Polo, 2015)

การเรียนรู้ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญานี้เริ่มจากอารยธรรมโบราณ ถ้าไปเยี่ยมชมพิพิธภัณฑ์ยุคแรก ๆ ทั่วโลก เราจะพบกับสิ่งประดิษฐ์ที่มีความสำคัญทางวิทยาศาสตร์ ศิลปะ และประวัติศาสตร์ที่สร้างขึ้นโดยบุคคลที่ได้รับการฝึกฝนจากผู้อื่นในชุมชน แม้กระทั่งทุกวันนี้การฝึกฝนด้านการค้าขาย ช่างก่ออิฐ ช่างไม้ ต้องอาศัยการฝึกงาน แม้แต่ในสถาบันการศึกษา การฝึกงานก็มีบทบาทสำคัญในการสอนและยังคงพัฒนาต่อไป ในทศวรรษที่ผ่านมาได้มีการเปลี่ยนแปลงที่มุ่งเน้นเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนเพื่อที่จะแข่งขันในโลกโลกาภิวัตน์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว นักการศึกษาจำเป็นต้องทบทวนสิ่งที่เป็นทักษะสำคัญและเป็นที่ต้องการในอนาคตจากนั้นออกแบบสภาพแวดล้อมทางการเรียนรู้ที่ปลูกฝังทักษะเหล่านั้น ซึ่งการเรียนรู้ผ่านสถานการณ์ การฝึกหัดทางปัญญา การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา การเรียนรู้ผ่านการออกแบบเหมาะสมสำหรับใช้พัฒนาทักษะที่สำคัญ (Polo, 2015)

ซึ่งสิ่งที่น่าสนใจเป็นพิเศษคือ การฝึกหัดทางปัญญาเป็นแบบจำลองเชิงทฤษฎีที่อธิบายถึงการออกแบบสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนหรือผู้ที่เริ่มเรียนรู้ให้กลายเป็นผู้เชี่ยวชาญหรือผู้ที่มีความชำนาญผ่านการเรียนรู้เชิงชี้แนะ (Polo, 2015)

การฝึกหัดทางปัญญาเป็นการออกแบบสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่ต้องพิจารณา (Collins, Brown, & Holum, 1991; Ghefaili, 2003) สิ่งดังต่อไปนี้

1. เนื้อหาสาระ (Content) เป็นการกำหนดประเภทของความรู้ที่ต้องการฝึกฝนให้เกิดความเชี่ยวชาญ แบ่งออกเป็นดังนี้

1.1 ความรู้หลัก (Domain knowledge) หมายถึง เนื้อหาความรู้ที่เฉพาะเจาะจง เช่น มโนทัศน์ (Concepts) ข้อเท็จจริง (Facts) ขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedures)

1.2 กลยุทธ์การเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ (Heuristic strategies) หมายถึง แนวทางสำหรับใช้ในการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุภารกิจ

1.3 กลยุทธ์การควบคุม (Control strategies) หมายถึง แนวทางสำหรับใช้ควบคุมกระบวนการแก้ปัญหา

1.4 กลยุทธ์การเรียนรู้ (Learning strategies) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้ มโนทัศน์ (Concepts) ข้อเท็จจริง (Facts) ขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedures) ใหม่

2. วิธีการ (Method) หมายถึง วิธีที่ใช้ในการส่งเสริมพัฒนาความเชี่ยวชาญ ประกอบด้วย

2.1 การมีตัวแบบ (Modeling) หมายถึง การที่ครูได้ดำเนินการแสดงออกเพื่อให้นักเรียนสามารถสังเกตการปฏิบัติงานได้

2.2 การชี้แนะ (Coaching) หมายถึง การที่ครูสังเกตและอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในขณะที่นักเรียนปฏิบัติงาน

2.3 การพัฒนา (Scaffolding) หมายถึง การที่ครูให้การสนับสนุนเพื่อช่วยเหลือนักเรียน ในขณะที่ปฏิบัติงาน

2.4 การพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) หมายถึง การที่ครูสนับสนุนให้นักเรียนใช้คำพูดสะท้อนความรู้และความคิดออกมา

2.5 การทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) หมายถึง การที่ครูช่วยให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพงานของตนเองกับผู้อื่นได้

2.6 การสำรวจจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ (Exploration) หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนตั้งปัญหาและแก้ปัญหาของตัวเอง

3. การจัดลำดับ (Sequencing) หมายถึง การจัดลำดับของกิจกรรมการเรียนรู้ มีดังนี้

3.1 การเพิ่มความซับซ้อน (Increasing complexity) หมายถึง การที่ครูค่อย ๆ เพิ่มความซับซ้อน ยุ่งยากของงานขึ้นไปเรื่อย ๆ

3.2 การเพิ่มความหลากหลาย (Increasing diversity) หมายถึง การที่นักเรียนได้ฝึกฝนในสถานการณ์ที่หลากหลายและเน้นประยุกต์ใช้ในวงกว้าง

3.3 ทักษะระดับโลกสู่ระดับท้องถิ่น (Global to local skills) หมายถึง การมุ่งเน้นที่การสร้างแนวคิดในภาพรวมก่อนแล้วจึงค่อยนำไปสู่การปฏิบัติหรือดำเนินการในส่วนย่อย ๆ

4. สังคมวิทยา (Sociology) หมายถึง ลักษณะทางสังคมของสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ ประกอบด้วย

4.1 การเรียนรู้เชิงสถานการณ์ (Situating learning) หมายถึง การที่นักเรียนได้เรียนรู้ในบริบทของการทำงานที่เหมือนจริง

4.2 ชุมชนแห่งการปฏิบัติ (Community of practice) หมายถึง การที่นักเรียนได้มีการสื่อสารเกี่ยวกับวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้งานที่มีความหมายนั้นประสบความสำเร็จ

4.3 แรงจูงใจภายใน (Intrinsic motivation) หมายถึง การที่นักเรียนได้กำหนดเป้าหมายส่วนบุคคลเพื่อที่จะนำไปสู่การค้นหาทักษะต่าง ๆ และวิธีการแก้ปัญหา

4.4 ความร่วมมือ (Cooperation) หมายถึง การที่นักเรียนได้ทำงานร่วมกันเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ตั้งไว้

จากการศึกษาแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา สรุปได้ว่า แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา หมายถึง การพัฒนานักเรียนจากการมอบหมายงานให้ทำ ให้เรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา ผ่านการเรียนรู้เชิงชี้แนะ และเน้นการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู ระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง ซึ่งต้องมีการออกแบบสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ดังนี้

- 1) เนื้อหาความรู้หลักที่ต้องการฝึกให้เชี่ยวชาญ (Domain knowledge) เช่น มโนทัศน์ (Concepts) ข้อเท็จจริง (Facts) ขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedures)
- 2) กลยุทธ์การเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์ (Heuristic strategies) สำหรับใช้ในการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุภารกิจ
 - 3) กลยุทธ์การควบคุม (Control strategies) สำหรับใช้ควบคุมกระบวนการแก้ปัญหา
 - 4) กลยุทธ์การเรียนรู้ (Learning strategies) สำหรับใช้เรียนรู้ความรู้ใหม่
 - 5) วิธีการ (Method) สำหรับใช้ส่งเสริมพัฒนาความเชี่ยวชาญ ประกอบด้วย
 - 5.1) การมีตัวแบบ (Modeling) ให้นักเรียนสามารถสังเกตการปฏิบัติงานได้
 - 5.2) การชี้แนะ (Coaching) เพื่ออำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติงาน
 - 5.2) การพัฒนา (Scaffolding) เพื่อช่วยเหลือนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติงาน
 - 5.3) การพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ใช้คำพูดสะท้อนความรู้และความคิดออกมา
 - 5.4) การทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพงานของตนเองกับผู้อื่น
 - 5.5) การสำรวจจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ (Exploration) เพื่อให้นักเรียนตั้งปัญหาและแก้ปัญหาของตนเอง
 - 6) จัดลำดับ (Sequencing) กิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้
 - 6.1) การเพิ่มความซับซ้อน (Increasing complexity) โดยค่อย ๆ เพิ่มความซับซ้อนยุ่งยากของงานขึ้นไปเรื่อย ๆ
 - 6.2) การเพิ่มความหลากหลาย (Increasing diversity) โดยค่อย ๆ ให้นักเรียนได้ฝึกฝนในสถานการณ์ที่หลากหลายและเน้นประยุกต์ใช้ในวงกว้าง
 - 6.3) ทักษะระดับโลกสู่ระดับท้องถิ่น (Global to local skills) ด้วยการมุ่งเน้นที่การสร้างแนวคิดในภาพรวมก่อนแล้วจึงค่อยนำไปสู่การปฏิบัติหรือดำเนินการในส่วนย่อย ๆ
- 7) สังคมวิทยา (Sociology) ให้จัดลักษณะทางสังคมของสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ ประกอบด้วย
 - 7.1) จัดการเรียนรู้เชิงสถานการณ์ (Situated learning) ให้นักเรียนได้เรียนรู้ในบริบทของการทำงานที่เหมือนจริง
 - 7.2) จัดชุมชนแห่งการปฏิบัติ (Community of practice) ให้นักเรียนได้มีการสื่อสารเกี่ยวกับวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้งานที่มีความหมายนั้นประสบความสำเร็จ
 - 7.3) สร้างแรงจูงใจภายใน (Intrinsic motivation) ให้นักเรียนได้กำหนดเป้าหมายส่วนบุคคลเพื่อที่จะนำไปสู่การค้นหาทักษะต่าง ๆ และวิธีการแก้ปัญหา
 - 7.4) เน้นความร่วมมือ (Cooperation) โดยให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกันเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ตั้งไว้

2.4.1 กลยุทธ์การเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

แนวความคิดการฝึกหัดทางปัญญาเป็นการจัดการเรียนรู้ที่แบ่งวิธีการทั้งหมดออกเป็น 3 กลุ่ม (Collins & Hawkins, 1991) ดังนี้

กลุ่มแรก ประกอบด้วย การมีตัวแบบ (Modeling) การชี้แนะ (Coaching) และการพัฒนา (Scaffolding)

กลุ่มที่สอง ประกอบด้วย การพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) การทบทวนไตร่ตรอง (Reflection)

กลุ่มที่สาม ประกอบด้วย การสำรวจจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ (Exploration)

กล่าวโดยสรุป การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวความคิดการฝึกหัดทางปัญญา สามารถแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 เป็นช่วงของการเรียนรู้ผ่านตัวแบบ (Modeling) การได้รับการชี้แนะ (Coaching) และการได้รับการพัฒนา (Scaffolding) หรืออาจเรียกได้ว่า เป็นระยะปูพรมความรู้

ระยะที่ 2 เป็นช่วงของการทวนสอบความรู้ความคิดความเข้าใจด้วยการพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) เพื่อให้เกิดการทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) สิ่งที่ได้เรียนรู้มาจากระยะที่ 1 หรืออาจเรียกได้ว่า เป็นระยะยืนยันความรู้

ระยะที่ 3 เป็นช่วงของการฝึกฝนหรือการนำความรู้ที่ได้รับการยืนยันแล้วในระยะเวลาที่ 2 ด้วยการสำรวจจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ (Exploration) หรือฝึกฝนการนำความรู้ไปใช้ หรืออาจเรียกได้ว่า เป็นระยะนำความรู้ไปใช้

2.4.2 การจัดการเรียนการสอนตามแนวความคิดการฝึกหัดทางปัญญา

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวความคิดการฝึกหัดทางปัญญาในประเทศไทย พบว่า งานวิจัยทั้งหมดเป็นงานวิจัยในระดับอุดมศึกษา มีทั้งในวงการศึกษา นำนามาใช้เพื่อเสริมสร้างความสามารถใช้ในการกระบวนพยาบาล และเสริมสร้างทักษะการให้เหตุผลทางคลินิกของนักศึกษาพยาบาล วงการศึกษาระดับอุดมศึกษานำมาใช้เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพการสอนของนักศึกษาวิชาชีพครู ส่งเสริมความสามารถในการเขียนเรียงความและการคิดไตร่ตรอง ส่งเสริมความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์ของนิสิตนักศึกษาปริญญาตรี เสริมสร้างผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการกำกับตนเองของนักศึกษาปริญญาตรี

ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามแนวความคิดการฝึกหัดทางปัญญาจากงานวิจัยในประเทศไทยมาสรุปเพื่อให้มองเห็นภาพขององค์ประกอบขั้นตอนของการเรียนการสอนที่ได้มีนักศึกษานำมาศึกษาไว้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งจากการศึกษาจะเห็นว่า มีขั้นตอนการสอนทั้งหมด 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม (Preparation) เป็นขั้นเตรียมความพร้อมก่อนที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งในส่วนของครูและการสร้างแรงจูงใจนักเรียน รวมถึง การเกริ่นนำเพื่อเข้าสู่บทเรียน
2. ขั้นการมีตัวแบบ (Modeling) เป็นขั้นการเรียนรู้จากตัวแบบ โดยครูเป็นผู้เสนอตัวอย่างหรือสาธิตเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตตัวอย่าง ทำตามตัวอย่าง และสรุปไว้เป็นความรู้ในเบื้องต้น
3. ขั้นการฝึกหัด (Practicing) เป็นขั้นการนำความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้จากตัวแบบมาใช้ในสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์จำลองอย่างช้า ๆ ค่อยเป็นค่อยไปที่ละขั้นตอน

4. ขั้นการชี้แนะ (Coaching) และการพัฒนาการคิด (Scaffolding) เป็นขั้นที่ครูให้คำชี้แนะ ช่วยเหลือ ดูแล และพัฒนาการคิดนักเรียน

5. ขั้นการสื่อสารอย่างชัดเจน (Articulation) และการทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนถ่ายทอดความรู้ที่ได้รับออกมาด้วยการเขียนหรือการพูด เพื่อให้ทราบว่า เกิดการเรียนรู้ที่ถูกต้องตามหลักวิชาการมากน้อยเพียงใด ต้องปรับปรุงในเรื่องใดบ้าง และครูให้ข้อมูลย้อนกลับพร้อมอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันกับนักเรียน

6. ขั้นการสำรวจความรู้ (Exploration) เป็นขั้นการสำรวจตรวจสอบการนำความรู้ที่นักเรียนได้รับไปใช้ในสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์จำลองด้วยการให้นักเรียนได้ทำงานอย่างอิสระ

7. ขั้นการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นการสรุปผลการเรียนรู้และประเมินความรู้ ทักษะของนักเรียนโดยใช้การทดสอบที่หลากหลายรูปแบบและวิธีการ

จากขั้นตอนจัดการเรียนการสอนดังกล่าวข้างต้นนี้ ผู้วิจัยนำไปเป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับนำไปสังเคราะห์ร่วมกับการสังเคราะห์สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาจากงานวิจัยต่างประเทศ ซึ่งมีการแยกศึกษาเพื่อให้เห็นภาพชัดในบริบทที่แตกต่างกัน

จากการศึกษาจากงานวิจัยต่างประเทศการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา พบว่า งานวิจัยวิจัยจากประเทศต่าง ๆ มีความหลากหลายมากกว่างานวิจัยในประเทศไทย มีทั้งงานวิจัยในวงการศึกษาในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานนำมาใช้เพื่อพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และส่งเสริมการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย วงการศึกษาระดับอุดมศึกษานำมาใช้เพื่อพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ และพัฒนาประสิทธิภาพและเจตคติของนักศึกษาครู วงการแพทย์นำมาใช้เพื่อพัฒนาทักษะทางคลินิกของนักศึกษาแพทย์

ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาจากงานวิจัยต่างประเทศมาสรุปเพื่อให้มองเห็นภาพขององค์ประกอบขั้นตอนของการเรียนการสอนที่ได้มีนักศึกษานำมาศึกษาไว้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งจากการศึกษาจะเห็นว่า มีขั้นตอนการสอนทั้งหมด 8 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการมีตัวแบบ (Modeling) เป็นขั้นการเรียนรู้จากการสังเกตตัวแบบเป็นหลัก และในระหว่างการเรียนรู้จะมีชี้แนะ (Coaching) และพัฒนา (Scaffolding) ร่วมด้วย

2. ขั้นชี้แนะ (Coaching) เป็นขั้นที่มีการชี้แนะร่วมกับการพัฒนา (Scaffolding) จากนั้นมีการสื่อสารอย่างชัดเจน (Articulation) และทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) ร่วมด้วย

3. ขั้นพัฒนา (Scaffolding) เป็นขั้นการพัฒนาการคิดและการฝึกหัดอย่างเข้มข้น

4. ขั้นสื่อสารอย่างชัดเจน (Articulation) เป็นขั้นการสื่อสารความรู้ที่ได้เรียนรู้ ออกมาและทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) ร่วมด้วย

5. ขั้นทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) เป็นขั้นทบทวนไตร่ตรองผลที่เกิดขึ้นจากการทำงานเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงพัฒนา

6. ขั้นถอยห่าง (Fading) เป็นขั้นการฝึกหัดโดยมีผู้เชี่ยวชาญคอยอยู่ห่าง ๆ

7. ขั้นสำรวจความรู้ (Exploration) เป็นขั้นตรวจสอบความรู้ที่มีได้รับมา

8. ขั้นแยกตัว (Separation) เป็นขั้นการให้ปฏิบัติจริงและติดตามผลในระยะเวลาต่อมา

จากการศึกษาวิจัยทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต้องมียุทธศาสตร์ประกอบ ดังนี้

1. การมีตัวแบบ (Modeling) ให้นักเรียนสามารถสังเกตการปฏิบัติงานได้
 2. การชี้แนะ (Coaching) เพื่ออำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติงาน
 3. การพัฒนา (Scaffolding) เพื่อช่วยเหลือนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติงาน
 4. การพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ใช้คำพูดสะท้อนความรู้และความคิดออกมา
 5. การทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพงานของตนเองกับผู้อื่น
 6. การสำรวจจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ (Exploration) เพื่อให้นักเรียนตั้งปัญหาและแก้ปัญหาของตัวเอง
 7. การถอยห่าง (Fading) โดยมีผู้เชี่ยวชาญคอยอยู่ห่าง ๆ
 8. การแยกตัว (Separation) โดยให้นักเรียนปฏิบัติจริงและติดตามผลในระยะเวลาต่อมา
- ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำแนวทางการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้
1. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีตัวแบบ (Modeling) ให้นักเรียนสามารถสังเกตการปฏิบัติงานได้
 2. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการชี้แนะ (Coaching) เพื่ออำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติงาน
 3. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการพัฒนา (Scaffolding) เพื่อช่วยเหลือนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติงาน
 4. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ใช้คำพูดสะท้อนความรู้และความคิดออกมา
 5. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพงานของตนเองกับผู้อื่น
 6. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการสำรวจจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ (Exploration) เพื่อให้นักเรียนตั้งปัญหาและแก้ปัญหาของตัวเอง
 7. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการถอยห่าง (Fading) โดยมีผู้เชี่ยวชาญคอยอยู่ห่าง ๆ
 8. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการแยกตัว (Separation) โดยให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริงและติดตามผลในระยะเวลาต่อมา

2.5 ทฤษฎีความผันแปร

2.5.1 ประวัติความเป็นมาของทฤษฎีความผันแปร

ทฤษฎีความผันแปรเกิดจากแนวคิดของ phenomenography นับตั้งแต่เกิดขึ้นในช่วงปลายปี 1990 (Marton & Booth, 1997) ทฤษฎีได้กลายเป็นวิธีการหนึ่งที่มีชื่อเสียงที่สุดในการเรียนการสอนอย่างรวดเร็ว ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ในด้านการศึกษามาก เพราะจะช่วยให้ครูเรียนรู้ที่จะแยกแยะการเรียนรู้จากมุมมองที่แตกต่างกันและสามารถนำมาใช้ในการจัดการกับความแตกต่างของนักเรียนแต่ละคนในห้องเรียนโดยให้นักเรียนวาดภาพประสบการณ์ส่วนตัวของพวกเขาและนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ (Ornek, 2008) ดังนั้น จึงสามารถนำทฤษฎีความผันแปรไปใช้ในการออกแบบเกี่ยวกับการเรียนการสอนสำหรับชั้นเรียนขนาดใหญ่ (Gu et al., 2004) เนื่องจากช่วยจัดการกับความหลากหลายของนักเรียนให้มีความสามารถในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นปัญหาหลักในการศึกษามากแล้ว แม้ว่าจะมีการค้นพบการประยุกต์ใช้ทฤษฎี (Cheng, Tang, & Cheng, 2014) เช่น การสอนเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และตัวอักษรจีน (Thuné & Eckerdal, 2009) แต่ทฤษฎีนี้ยังไม่ได้ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางในการปรับปรุงการเรียนการสอน (Ho, 2014)

ทฤษฎีความผันแปร อธิบายว่า นักเรียนแต่ละคนจะมองเห็น เข้าใจและมีประสบการณ์จากมุมมองของตนเอง (Orgill, 2012) ดังนั้น นักเรียนอาจไม่สามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ถ้าหากพวกเขาไม่ได้ตระหนักถึงสิ่งต่าง ๆ ในลักษณะเช่นเดียวกับครู (Lo & Pong, 2012) แต่ถึงอย่างไรก็ตาม ทฤษฎีนี้เหมาะสมที่จะปรับปรุงการเรียนรู้โดยช่วยให้นักเรียนพัฒนาวิธีการของตนเองเพื่อรับประสบการณ์หรือปรากฏการณ์หรือวัตถุแห่งการเรียนรู้ ซึ่งการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถตระหนักถึงด้านอื่น ๆ หรือปรากฏการณ์อื่น ๆ อย่างพร้อมเพรียงกัน (Marton & Booth, 1997; Marton, Runesson, & Tsui, 2004) และเรียกสิ่งนี้ว่า “วิธีการแสดงออกที่มีประสิทธิภาพ” (powerful ways of acting) ซึ่งได้มาจาก “วิธีการดูที่มีประสิทธิภาพ” (powerful ways of seeing) สิ่งเหล่านี้เป็นสิ่งสนับสนุนที่ครูควรช่วยนักเรียนพัฒนา “วิธีการมองที่มีประสิทธิภาพ” เพื่อให้ นักเรียนสามารถเป็นอิสระมากขึ้นในการจัดการกับปัญหาและปัญหาใหม่ในอนาคต (Lo & Pong, 2012)

ทฤษฎีนี้เห็นว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อลักษณะสำคัญบางอย่างของวัตถุแห่งการเรียนรู้ที่จะต้องแตกต่างกัน ในขณะที่แง่มุมอื่น ๆ ยังคงไม่เปลี่ยนแปลง (Ho, 2014; Ko & Marton, 2004; Marton & Booth, 1997) นอกจากนี้ ยังแสดงให้เห็นว่า นักเรียนรับรู้ถึงวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปแบบของความผันแปรที่ครูจัดให้ คาดว่ารูปแบบของความผันแปรที่แตกต่างกัน จะส่งผลให้เกิดการเรียนรู้ประเภทต่าง ๆ มีรูปแบบความผันแปร 3 แบบคือ 1) ความตรงกันข้าม (contrast) เช่น การรับรู้คุณค่าของมุมมอง ลักษณะโดยทั่วไป กล่าวคือ ประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่หลากหลายของสิ่งเดียวกัน 2) การแยกแยะ (separation) เช่น การแยกด้านที่มีค่าแตกต่างจากลักษณะคงที่ และ 3) การหลอมรวม (fusion) เช่น ประสบปัญหาที่สำคัญหลายอย่างพร้อมกัน (Marton et al., 2004) หน้าที่ที่มีความเป็นไปได้ของวิธีการเรียนรู้ เช่น การเรียนรู้ ครูสามารถสร้างคำแนะนำและกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้รับประสบการณ์และมองเห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงที่เฉพาะเจาะจง (Lo & Pong, 2005; Marton & Pang, 2008)

ทฤษฎีความผันแปรใช้วัตถุแห่งการเรียนรู้ (Object of Learning) เป็นจุดเริ่มต้นและเน้นเงื่อนไขที่จำเป็นบางอย่างสำหรับการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับวิธีจัดการกับวัตถุแห่งการเรียนรู้

ซึ่งมีศักยภาพที่จะกลายเป็นหลักการของแหล่งที่มีคุณค่าสำหรับการออกแบบการสอน (Lo & Pong, 2012) ทฤษฎีความผันแปรมีแรงบันดาลใจมาจากการศึกษาเกี่ยวกับการสอนของจีน (Gu, 1991; Ma, 1991) ที่ดำเนินการตรวจสอบเชิงลึกของการได้รับความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจากวัตถุแห่งการเรียนรู้และการถอดบทเรียนของญี่ปุ่น (Fernandez, 2002; Lewis, 2002; Stern, 1984; Stigler & Hiebert, 1999; Watanabe, 2002) ซึ่งเกี่ยวข้องกับครูที่ทำงานร่วมกันเพื่อปรับปรุงการสอนและการเรียนรู้จากบทเรียน Lo และ Marton ได้เริ่มต้นแนวคิดการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้และใช้เป็นฐานที่จะช่วยให้ครูนำทฤษฎีความผันแปรไปสู่การปฏิบัติ ในปี 1999 ฮ่องกงมีการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้จนกลายเป็นเครื่องมือหลักในโครงการนำร่องและในปี 2000 – 2003 ได้เป็นโครงการหลักที่ชื่อว่า “Catering for Individual Differences-Building on Variation” (CID(v)) โครงการนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากสถาบันพัฒนาหลักสูตรฮ่องกงและมีวัตถุประสงค์เพื่อหาวิธีที่จะตอบสนองความแตกต่างของบุคคลในโรงเรียนประถมศึกษาในฮ่องกง ต่อมานักวิจัยคนอื่น ๆ จากมหาวิทยาลัยฮ่องกงได้เข้ามาร่วมทีม ทีมวิจัยได้ปรับกระบวนการถอดบทเรียนของญี่ปุ่นและพัฒนากรอบแนวคิดบนทฤษฎีความผันแปรเป็นฐานเพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษา ซึ่งโครงการ CID (v) ประสบความสำเร็จอย่างมาก ต่อมาได้มีการศึกษาเพิ่มเติมโดยทีมวิจัยที่ศูนย์การเรียนรู้และความร่วมมือในโรงเรียน (Centre for Learning Study and School Partnership: CLASP ของสถาบันการศึกษาฮ่องกง (Lo, Pong, & Chik, 2005)

2.5.2 กระบวนการที่ผันแปร

ในปี ค.ศ. 1981 Gu ระบุว่า ความผันแปรหลักในการสอนคณิตศาสตร์มี 2 ประเภทคือ ความผันแปรเชิงมโนทัศน์และความผันแปรเชิงกระบวนการ โดยความผันแปรเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Variation) มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้รับมุมมองและประสบการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ส่วนความผันแปรเชิงกระบวนการ (Procedural Variation) มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้เห็นกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่ละขั้นตอน ซึ่งนักเรียนจะมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่จากปัญหาที่แตกต่างกันอย่างหลากหลายและมีความหลากหลายของการถ่ายโอนกลยุทธ์ ในปี ค.ศ. 2005 Watson และ Mason ได้ให้เหตุผลว่า เนื่องจากคุณลักษณะบางประการของปัญหาไม่ผันแปร ในขณะที่คุณลักษณะอื่นกำลังผันแปร นักเรียนจึงสามารถที่จะเห็นสภาพทั่วไปและสร้างประสบการณ์ได้ ในปี ค.ศ. 2004 Huang และ Leung ชี้ให้เห็นว่า หน้าที่ของกระบวนการที่ผันแปรคือ ช่วยให้นักเรียนได้รับความรู้เป็นขั้น ๆ พัฒนานักเรียนอย่างต่อเนื่องด้วยประสบการณ์การแก้ปัญหาและสร้างความรู้ที่มีโครงสร้างอย่างดี ระบบการศึกษาของจีนให้ความสำคัญเกี่ยวกับการจำและทักษะกระบวนการอย่างมาก ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของนักเรียนจีนที่ไม่ธรรมดา

ปี ค.ศ. 2004 Gu และคณะ กล่าวว่า ความผันแปรเชิงกระบวนการมี 3 รูปแบบดังนี้

(1) การผันแปรปัญหา เป็นการขยายปัญหาเดิมโดยการผันแปรสภาพ เปลี่ยนแปลงผลและสภาพทั่วไป ยกตัวอย่างเช่น

ปัญหาที่ 1: ถ้ามีแอปเปิ้ล 9 ลิตร จากนั้นเทลงในเหยือก เหยือกละ 3 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก

ปัญหาที่ 2: ถ้ามีแอปเปิ้ล 9 ลิตร จากนั้นเทลงในเหยือก เหยือกละ 1 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก

ปัญหาที่ 3: ถ้ามีแอปเปิ้ล 9 ลิตร จากนั้นเทลงในเหยือก เหยือกละ 0.3 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก

ปัญหาที่ 4: ถ้ามีแอปเปิ้ล 9 ลิตร จากนั้นเทลงในเหยือก เหยือกละ 0.1 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก

ปัญหาที่ 5: ถ้ามีแอปเปิ้ล 9 ลิตร จากนั้นเทลงในเหยือก เหยือกละ 0.05 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก

จากปัญหาข้างต้น จะเห็นว่า ปริมาณน้ำแอปเปิ้ลทั้งหมดจะคงที่หรือไม่ผันแปร ในขณะที่ ปริมาณในเหยือกจะผันแปรตั้งแต่เต็มลิตรไปจนถึงน้อยกว่าหนึ่งลิตร ซึ่งครุคณิตศาสตร์ที่มี ประสิทธิภาพจะจัดระเบียบของปัญหาตามลำดับขั้นและเตรียมช่วยเหลือด้วยการอธิบายและสรุป แนวความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

A: ตัวหารน้อยกว่าตัวตั้ง

B: การหารจำนวนทั้งหมดด้วยทศนิยมที่น้อยกว่าหนึ่ง ผลลัพธ์จะมากกว่าจำนวนทั้งหมดเสมอ

C: รูปแบบการวัดของการหารสามารถอธิบายได้ เช่น 10 ถูกหารด้วย 0.5 หมายถึง จำนวน ครั้งใน 10 หรือ แบ่ง 10 เป็นครึ่ง ดังนั้น ผลลัพธ์ต้องไม่น้อยกว่า 10 หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งการแบ่ง ไม่ได้หมายความว่าเล็กลงเสมอไป

(2) วิธีการแก้ปัญหามากหลาย โดยการผันแปรกระบวนการแก้ปัญหที่แตกต่างกันและ เชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน

(3) การประยุกต์ใช้วิธีการที่หลากหลาย โดยการวิธีการเดียวกันในกลุ่มปัญหาที่คล้ายกัน

จากการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีความผันแปร สรุปได้ว่า การที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับความลึก ของความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น มีความจำเป็นที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ผ่าน ประสบการณ์การแก้ปัญหสถานการณ์ที่หลากหลาย โดยจะต้องค่อย ๆ ปรับเปลี่ยน เปลี่ยนแปลงสถานการณ์ อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีส่วนที่ยังคงที่อยู่บางส่วนและมีบางส่วนที่เปลี่ยนแปลงไป เพื่อให้นักเรียนได้สังเกตความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งเรียกว่า การผันแปร ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้สถานการณ์ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเรียกว่า การผันแปร กระบวนการแก้ปัญห รวมถึง การช่วยให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหในสถานการณ์ปัญหาที่ คล้ายคลึงกัน ซึ่งเรียกว่า การผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญห

จากการศึกษาทฤษฎีความผันแปรดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยนำมาใช้เป็นแนวทางการพัฒนา รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปร
2. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปรด้วยกระบวนการ แก้ปัญหาที่มีความผันแปร
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหในสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

2.6 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดค้นแปรกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา

ตารางที่ 7 ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดค้นแปรกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา

การคิดค้นแปร	ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
1. การค้นพบปัญหา ลักษณะสำคัญ: โจทย์ปัญหามี 2 ส่วน คือ ส่วนที่คงที่กับส่วนที่เปลี่ยนแปลง	1. ระดับระลึกได้ ลักษณะสำคัญ: เน้นการจดจำ คำสำคัญ: ระบุนำได้ นึกได้
2. การค้นพบวิธีการ ลักษณะสำคัญ: มีวิธีคิดที่หลากหลาย	2. ระดับทักษะ / มโนทัศน์ ลักษณะสำคัญ: เน้นแก้ปัญหาตามขั้นตอนเดิม คำสำคัญ: แยกประเภท สร้าง ประมาณ เก็บรวบรวมข้อมูล นำเสนอข้อมูล เปรียบเทียบข้อมูล
3. การค้นพบการประยุกต์ใช้ ลักษณะสำคัญ: นำแนวคิด / วิธีการ ไปต่อยอดในสถานการณ์ที่ซับซ้อนขึ้น	3. ระดับคิดเชิงกลยุทธ์ ลักษณะสำคัญ: เน้นการประยุกต์วิธีการ คำสำคัญ: ให้เหตุผล วางแผน ใช้หลักฐาน คาดเดา พิสูจน์ สร้างข้อสรุป
	4. ระดับคิดแบบขยายความคิด ลักษณะสำคัญ: เน้นการวางแผน ออกแบบ ทดลอง เชื่อมโยง ระหว่างมโนทัศน์กับความจริง คำสำคัญ: รวบรวมแนวคิด สังเคราะห์แนวคิด สร้างความคิดรวบยอดใหม่ วางแผนและพัฒนา การออกแบบ การปฏิบัติการทดลอง วิจัยรูปแบบการทดลอง

จากตารางที่ 7 ผู้วิจัยขอขยายความการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการคิดค้นแปรกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญาโดยนำเสนอตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง

- มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 3 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก
 มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 1 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก
 มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 0.3 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก
 มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 0.1 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก
 มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 0.05 ลิตร จะเทได้กี่เหยือก

จากตัวอย่างปัญหาดังกล่าวข้างต้น พบว่า ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่คงที่และส่วนที่เปลี่ยนแปลง โดยส่วนที่คงที่มี 1 ส่วนคือ ปริมาณของน้ำแอปเปิ้ลที่มีอยู่ 9 ลิตร และส่วนที่เปลี่ยนแปลงมี 2 ส่วนคือ ขนาดของเหยือกที่บรรจุน้ำแอปเปิ้ลและจำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ล

เมื่อพิจารณาเบื้องต้น จะเห็นว่า นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการหาคำตอบ ซึ่งอาจมีวิธีการที่หลากหลาย ยกตัวอย่าง เช่น

วิธีการที่ 1 ใช้การหาร $9 \div 3 = 3$ ดังนั้น คำตอบคือ 3 เขี้ยว

วิธีการที่ 2 ใช้การวาดรูปจำลอง

		
เทไป 3 ลิตร	เทไป 3 ลิตร	จุ 3 ลิตร
คงเหลือ 6 ลิตร	คงเหลือ 3 ลิตร	คงเหลือ 0 ลิตร

จากรูปจะเห็นว่า น้ำแอปเปิ้ลจะค่อย ๆ ลดลง ครั้งละ 3 ลิตร และต้องเทน้ำแอปเปิ้ลจำนวน 3 ครั้ง น้ำแอปเปิ้ลจึงจะหมดเหยือกพอดี ดังนั้น คำตอบคือ 3 เขี้ยว

วิธีการที่ 3 ใช้การวาดแถบสี่เหลี่ยมมุมฉาก



ดังนั้น คำตอบคือ 3 เขี้ยว

จะได้ว่า คำตอบของปัญหาแต่ละข้อ มีดังนี้

มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร	ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 3 ลิตร	จะเทได้ 3 เขี้ยว
มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร	ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 1 ลิตร	จะเทได้ 9 เขี้ยว
มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร	ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 0.3 ลิตร	จะเทได้ 30 เขี้ยว
มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร	ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 0.1 ลิตร	จะเทได้ 90 เขี้ยว
มีน้ำแอปเปิ้ล 9 ลิตร	ถ้าเทใส่เหยือกขนาด 0.05 ลิตร	จะเทได้ 180 เขี้ยว

จากคำตอบดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่า ในเบื้องต้นครูต้องการให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการหาร แต่ ทว่า นอกจากการหารแล้วยังมีวิธีการหาคำตอบด้วยวิธีอื่นอีกที่ทำให้ได้คำตอบเท่ากัน

ในการเรียนรู้นี้นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์เกี่ยวกับการหาร วิธีการหาร ซึ่งการใช้โจทย์ที่มีจำนวนมากพอ จะช่วยให้นักเรียนสามารถจดจำได้ ซึ่งเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับประลึกได้

เมื่อพิจารณาคำตอบจากปัญหาทั้ง 5 ข้อ จะพบว่า

1. เมื่อขนาดของเหยือกเปลี่ยนไป จำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ลจะเปลี่ยนตามไปด้วย
2. เมื่อขนาดของเหยือกลดลง จำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ลจะเพิ่มขึ้น
3. เมื่อขนาดของเหยือกเท่ากับ 1 ลิตร จำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ลจะเท่ากับ 9 เหยือก ซึ่งเท่ากับปริมาณของน้ำแอปเปิ้ลที่มีอยู่ 9 ลิตร
4. เมื่อขนาดของเหยือกมากกว่า 1 ลิตร จำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ลจะน้อยกว่า ปริมาณของน้ำแอปเปิ้ลที่มีอยู่
5. เมื่อขนาดของเหยือกน้อยกว่า 1 ลิตร จำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ลจะมากกว่า ปริมาณของน้ำแอปเปิ้ลที่มีอยู่
6. สรุปได้ว่า ขนาดของเหยือกจะแปรผกผันกับจำนวนเหยือกที่ใช้บรรจุน้ำแอปเปิ้ล ในกรณีที่มีขนาดของเหยือกมากกว่าหรือน้อยกว่า 1 ลิตร

การที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการวิเคราะห์คำตอบ ได้หาความสัมพันธ์ของส่วนที่คงที่และส่วนที่เปลี่ยนแปลง นักเรียนจะสามารถประมาณการเพื่อหาคำตอบเมื่อเจอปัญหาในลักษณะเดียวกันได้ซึ่งเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด

เมื่อนักเรียนสามารถจดจำสิ่งที่เรียนได้ รู้จักการใช้วิธีการหาคำตอบ จะช่วยให้นักเรียนสามารถนำสิ่งเหล่านี้ทั้งความรู้ ทักษะหรือความคิดรวบยอดไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้นได้โดยใช้หลักเหตุผล การใช้หลักฐานต่าง ๆ มาวางแผนเพื่อนำไปสู่การคาดเดา การพิสูจน์ และการสร้างข้อสรุปได้ ซึ่งเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในการคิดเชิงกลยุทธ์ และถ้านักเรียนได้เรียนรู้การคิดแบบผันแปรอย่างต่อเนื่องจะช่วยให้นักเรียนสามารถนำกลยุทธ์ ยุทธวิธีที่มีอยู่ไปคิดขยายต่อยอดผ่านการวิเคราะห์ สังเคราะห์แนวคิดต่าง ๆ มีการคิดวางแผน การพัฒนา การออกแบบวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ มีการทดลองแก้ไขปัญหา การประเมินผลการแก้ปัญหา รวมถึง มีการวิพากษ์วิจารณ์วิธีการแก้ไขปัญหานั้น ๆ เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาให้ดีขึ้นได้ ซึ่งเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีการคิดแบบขยายการคิด

จากตัวอย่างดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่า หากนักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนการคิดแบบผันแปรอย่างต่อเนื่อง นอกจากนักเรียนจะจดจำเนื้อหาสิ่งที่เรียนได้แล้ว นักเรียนยังจะเรียนรู้อย่างมีความหมายต่อการทำความเข้าใจเนื้อหาความรู้ ทักษะหรือความคิดรวบยอดสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ที่มีลักษณะเดียวกันและต่างกันได้ตามลำดับ นักเรียนจะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับที่ลึกลงไปเรื่อย ๆ จะทำให้นักเรียนมีความรู้ครบถ้วนทั้ง ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural Knowledge) ซึ่งความรู้ทั้งสองส่วนนี้มีความสำคัญแต่สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ นักเรียนยังได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ครบทั้งสองส่วน ดังคำกล่าวที่ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) มีความสำคัญมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาแต่มักไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในขณะที่ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์จนบางครั้ง

กลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำ ๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจ ความหมายของสิ่งที่ทำ (อัมพร ม้าคนอง, 2559) ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากตัวแบบที่มีความถูกต้อง เรียนรู้ทีละขั้นตอนอย่างละเอียด ลึกซึ้งด้วยการคิดค้นแปรเพื่อช่วยส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการที่น่าสนใจที่จะนำมาใช้พัฒนานักเรียนคือ การฝึกหัดทางปัญญา ทั้งนี้ เนื่องจากการฝึกหัดทางปัญญาเป็นการสอนจากการผานแนวคิดของทฤษฎีสรรคินิยมทางสังคมของ Vygotsky และทฤษฎีการเรียนรู้ทางสังคมเชิงพุทธิปัญญาของ Bandura ที่มีสาระสำคัญคือ “มุ่งให้นักเรียนฝึกปฏิบัติทักษะผ่านได้รับการชี้แนะจากผู้เชี่ยวชาญจนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและมีทักษะที่มีความชำนาญ” จุดเริ่มต้นจาก Brown et al เชื่อว่า แนวคิดด้านพุทธิปัญญาเชิงสถานการณ์มองว่า “การเรียนรู้ที่มีความหมายจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อการเรียนรู้ที่อยู่ในวัฒนธรรมและบริบทที่ต้องใช้ความรู้ นั้น การเรียนรู้ต้องเกิดขึ้นในบริบทที่คล้ายจริง” จึงเสนอแนวทางที่ทำให้เกิดการกระทำจริงคือ “การฝึกหัดทางปัญญาผ่านกิจกรรมและปฏิสัมพันธ์ทางสังคม สนับสนุนการเรียนรู้โดยการส่งเสริมให้นักเรียนได้รับการพัฒนาและใช้เครื่องมือทางปัญญาในกิจกรรมตามสภาพจริง เป็นการเรียนรู้ทั้งในและนอกห้องเรียนโดยผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่ร่วมมือกันและการใช้ความรู้จากโครงสร้างทางสังคม”

จากการศึกษาเกี่ยวกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปร ผู้วิจัยเชื่อว่าการที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ แนวทางหนึ่งคือการฝึกหัดทางปัญญาโดยเน้นให้นักเรียนได้ฝึกการคิดค้นแปร ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาโดยเน้นให้นักเรียนได้ฝึกการคิดค้นแปรมาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การฝึกหัดทางปัญญาและการคิดค้นแปรเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.7 รูปแบบการเรียนการสอนและการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

การวิจัยครั้งนี้มีเป้าหมายสำคัญในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องศึกษาและทำความเข้าใจอย่างถ่องแท้ เกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอนและหลักการต่าง ๆ ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน เพื่อเป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนในครั้งต่อไป

2.7.1 ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอน

“รูปแบบ” ถือว่า เป็นรูปธรรมของความคิดซึ่งมีความเป็นนามธรรม โดยแสดงออกมาในรูปแบบของคำอธิบาย แผนผัง ไดอะแกรม แผนภาพ ทั้งนี้ เพื่อช่วยสื่อสารให้บุคคลได้เข้าใจชัดเจนมากยิ่งขึ้น รูปแบบมักจะถูกนำมาใช้เป็นเครื่องมือทางความคิดในการสืบสอบหาคำตอบ ความรู้ความเข้าใจในปรากฏการณ์ต่าง ๆ รูปแบบถูกสร้างขึ้นจากความคิด ประสบการณ์ การใช้อุปมาอุปไมย หรือสร้างขึ้นจากทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ และที่สำคัญ รูปแบบไม่ใช่ทฤษฎี (ทิตนา แคมมณี, 2561) รูปแบบ (Model) โดยทั่วไปจะหมายถึง ตัวแทนของกรอบความสัมพันธ์ของตัวแปรให้เห็นรูปธรรมหรือหมายถึงแผนของการทำงาน (Working Plan) ซึ่งใช้ในการอธิบายกระบวนการสำคัญ ๆ ในเชิงปฏิบัติให้ประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายที่วางไว้ (Joyce & Weil, 1996)

สำหรับรูปแบบทางด้านศึกษาศาสตร์นั้น มักจะมีลักษณะเป็นรูปแบบเชิงสาเหตุ และใช้คำว่า “รูปแบบการเรียนการสอน” ซึ่งมีความหมายในลักษณะเดียวกันกับระบบการเรียนการสอน ถ้าหากพิจารณาตามนัยของคุณสมบัติซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญ กล่าวคือ เป็นลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่ถูกจัดขึ้นอย่างเป็นระบบ เป็นระเบียบตามปรัชญา ทฤษฎี หลักการหรือความเชื่อต่าง ๆ โดยครอบคลุมองค์ประกอบที่สำคัญ ๆ และได้รับการยอมรับ การพิสูจน์ การทดสอบประสิทธิภาพ มาแล้ว แต่โดยทั่วไปแล้ว คำว่า “ระบบ” จะหมายถึง เป็นระบบใหญ่ ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญของการเรียนการสอนในภาพรวม ส่วนคำว่า “รูปแบบ” จะหมายถึง ระบบที่น้อยกว่า โดยเฉพาะกับ “วิธีสอน” (ทิตินา แชมมณี, 2561)

ส่วนคำว่า “รูปแบบการเรียนการสอน” หรือ “รูปแบบการเรียนการสอน” (Instructional Model) นั้น จะหมายถึง แบบหรือแผนของการสอนแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ที่จะใช้ในการจัดทำเพื่อให้เกิดผลแก่นักเรียนตามจุดมุ่งหมายของการสอนนั้น (Joyce & Weil, 1996) เป็นแนวทางหรือชุดของยุทธศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของวิธีสอนของครู (Braxton, Bronico, & Looms., 1995) ซึ่งบางครั้งรูปแบบการเรียนการสอน (Teaching Model) หมายถึง แบบ (Pattern) ของการสอนที่มีการจัดกระทำพฤติกรรมขึ้นจำนวนหนึ่งที่มีความแตกต่างกัน เพื่อจุดหมายหรือจุดเน้นที่เฉพาะเจาะจงอย่างใดอย่างหนึ่ง (Saylor, Alexander, & Lewis, 1981) หรืออาจจะหมายถึง แผน (Plan) หรือ แบบ (Pattern) ที่เราสามารถใช้ในการสอนโดยตรงในห้องเรียนหรือการสอนเป็นกลุ่มย่อยหรือเพื่อจัดสื่อการเรียนการสอน ซึ่งรวมถึง หนังสือ ภาพยนตร์ เทปบันทึกเสียง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและหลักสูตรรายวิชา ซึ่งแต่ละรูปแบบจะให้แนวทางในการออกแบบการเรียนการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ต่าง ๆ กัน รูปแบบการเรียนการสอนคือ การบรรยายสิ่งแวดล้อมทางการเรียน รูปแบบการเรียนการสอนก็คือ รูปแบบของการเรียนที่ช่วยให้นักเรียนได้รับสารสนเทศ ความคิด ทักษะ คุณค่า แนวทางของการคิด และแนวทางในการแสดงออกของนักเรียน นอกจากนี้แล้วรูปแบบการเรียนการสอนยังหมายถึง ลักษณะของการจัดองค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นระเบียบ มีความถูกต้องตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด รวมถึงความเชื่อ ประกอบด้วย กระบวนการสำคัญสำหรับนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน มีวิธีสอน เทคนิคการสอน ที่จะช่วยให้การเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามทฤษฎี หลักการ แนวคิดที่ได้ยึดถือ ทั้งนี้ รูปแบบการเรียนการสอนจะต้องผ่านการพิสูจน์การทดสอบจนได้รับการยอมรับว่า รูปแบบการเรียนการสอนนั้น ๆ มีประสิทธิภาพ เหมาะสมที่จะนำไปใช้เป็นแบบแผนในการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาหรือส่งเสริมให้นักเรียนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบนั้น ๆ นั่นเอง (ทิตินา แชมมณี, 2561) ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า องค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนมีดังนี้

1. หลักการของรูปแบบการเรียนการสอนต้องมีปรัชญา ทฤษฎี แนวคิด ความเชื่อเป็นฐาน
2. รูปแบบการเรียนการสอนต้องอธิบายลักษณะของการจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับหลักการ
3. รูปแบบการเรียนการสอนต้องจัดองค์ประกอบ ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้มีลักษณะที่นำพานักเรียนไปถึงเป้าหมายได้
4. รูปแบบการเรียนการสอนต้องอธิบายเกี่ยวกับวิธีสอน เทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่ช่วยให้กระบวนการจัดเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

จากนิยามความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนดังกล่าว สามารถสรุปรวมลักษณะร่วมเป็นนิยามของรูปแบบการเรียนการสอนได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอน หมายถึง แบบแผนหรือลักษณะของการทำงาน

ด้านการสอนที่กำหนดไว้ล่วงหน้า โดยจัดทำขึ้นอย่างมีระบบ ตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือ ความเชื่อ โดยมีการจัดองค์ประกอบต่าง ๆ ได้แก่ หลักการ จุดประสงค์ สารและกระบวนการเรียนรู้ กิจกรรม การเรียน สื่อและแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผลเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายในการสอนนั้น ๆ และสามารถ เป็นแบบอย่างให้ผู้อื่นนำไปใช้ได้ รูปแบบการเรียนการสอนควรได้รับการตรวจสอบคุณภาพในเชิงนำไปใช้ใน สภาพการเรียนการสอนจริงเพื่อนำข้อมูลมาปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น สำหรับลักษณะสำคัญของรูปแบบ การเรียนการสอนนั้น จากการศึกษาพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนควรมีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. มีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน รูปแบบการเรียนการสอนจะต้องมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน ซึ่งอาจมาจากแนวคิดทางการศึกษา เช่น ให้นักเรียนเรียนรู้จากประสบการณ์จริง มีกระบวนการเรียนรู้ แบบสืบสอบ ทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ เช่น มีพัฒนาการทางด้านสติปัญญา อารมณ์และสังคมควบคู่กันไป ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ แนวคิดเกี่ยวกับศาสตร์ต่าง ๆ เป็นต้น ทั้งนี้ รูปแบบการเรียนการสอน รูปแบบหนึ่ง ๆ นั้น อาจจะมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน เพียงอย่างเดียวก็ได้ ดังเช่น รูปแบบการเรียนการสอน ส่วนใหญ่ของจอยซ์และเวล หรืออาจจะมีแนวคิดมากกว่าหนึ่งแนวคิดก็ได้ ดังคำกล่าวที่ว่า รูปแบบการเรียน การสอนควรมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐานที่มีลักษณะเป็นสหวิทยาการ (Multidisciplinary) ซึ่งจะใช้เป็นหลัก หรือแนวทางในการเลือก การกำหนดและการจัดระเบียบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ให้มี ความสอดคล้องต่อเนื่อง กลมกลืน และสัมพันธ์กัน (Stem, 1984)

2. มีองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ ลักษณะนี้จัดเป็นสิ่งสำคัญยิ่งที่ผู้ออกแบบหรือ ผู้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนจะต้องตระหนักถึงในการกำหนดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ของ องค์ประกอบให้เป็นไปอย่างเป็นเหตุเป็นผลและสอดคล้องกับแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ การกำหนด องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนจะขึ้นอยู่กับความรู้ ประสบการณ์ และความละเอียดรอบคอบของ ผู้พัฒนาที่จะต้องคิดวิเคราะห์จนสามารถมองเห็นความสำคัญและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบได้ อย่างชัดเจน ซึ่งสามารถกำหนดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีประสิทธิภาพ โดยจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบของการสอนโดยทั่วไป องค์ประกอบของการสอนเฉพาะวิชาและจะต้อง พิจารณากำหนดองค์ประกอบให้เหมาะสมคือ มีความสัมพันธ์และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของนักเรียน นอกจากนี้ รูปแบบการเรียนการสอนควรมีลักษณะของการให้ความสำคัญขององค์ประกอบทั้งหมดร่วมกัน (Multifactor View) กล่าวคือ ในรูปแบบการเรียนการสอนองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบจะมีความสำคัญ ทัดเทียมกัน องค์ประกอบทั้งหมดจะต้องมีบทบาทร่วมกันจึงจะทำให้รูปแบบการเรียนการสอนนั้น ๆ มีประสิทธิภาพตามต้องการได้ ซึ่งตัวอย่างของการกำหนดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ เช่น รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการกลุ่มมาจากแนวคิดการให้นักเรียนเรียนรู้จากประสบการณ์ด้วยตนเอง และองค์ประกอบวิธีสอนจะกำหนดให้ใช้การสอนแบบอุปนัย (Inductive) ให้นักเรียน ได้เรียนรู้สรุปหลักการ จากตัวอย่างหรือกิจกรรมที่ได้ทำด้วยตนเอง เพื่อให้สอดคล้องเป็นไปตามแนวคิดหลักของรูปแบบการเรียน การสอน (Stem, 1984)

3. มีการพัฒนาหรือออกแบบอย่างเป็นระบบ รูปแบบการเรียนการสอนเป็นผลของการพัฒนาหรือ ออกแบบจัดองค์ประกอบอย่างมีขั้นตอนและเป็นระบบ เริ่มตั้งแต่การศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลและองค์ประกอบให้ สอดคล้องสัมพันธ์กัน นำแผนการจัดองค์ประกอบไปทดลองสอนในห้องเรียนจริงเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ ในการปฏิบัติและยืนยันผลที่เกิดขึ้นว่า สามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ต้องการได้จริง จึงจะยอมรับได้ว่าการจัดองค์ประกอบนี้เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ

4. มีผลต่อพัฒนาการของนักเรียนในด้านต่าง ๆ รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นจะส่งผลต่อพัฒนาการในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน ดังคำกล่าวที่ว่า รูปแบบการเรียนการสอนแต่ละแบบจะส่งผลต่อนักเรียนต่างกันออกไปตามแนวความคิดและรูปแบบการเรียนการสอนนั้น เช่น รูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นการฝึกการสืบสอบ (Inquiry Training) ที่เป่าหมายเพื่อที่จะพัฒนากระบวนการคิดค้นด้วยตนเองโดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการสืบเสาะหาความรู้หรือเป็นการมุ่งที่จะส่งผลให้นักเรียนมีกระบวนการสืบสอบ เป็นต้น (Joyce & Weil, 1996)

องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของจอยซ์และเวลล์ ซึ่งเป็นผู้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่ควรคำนึงถึง (Joyce & Weil, 1996) มีดังต่อไปนี้

1. หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน เป็นส่วนที่กล่าวถึงความเชื่อแนวคิดของทฤษฎีที่รองรับรูปแบบการเรียนการสอน หลักการของรูปแบบการเรียนการสอนจะเป็นตัวชี้้นำการกำหนดจุดประสงค์ เนื้อหา กิจกรรม และขั้นตอนการดำเนินการในรูปแบบการเรียนการสอน

2. จุดประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอนเป็นส่วนที่ระบุถึงความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดขึ้นจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

3. เนื้อหาเป็นส่วนที่ระบุถึงเนื้อหาและกิจกรรมต่าง ๆ ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน

4. กิจกรรมและขั้นตอนการดำเนินการเป็นส่วนที่ระบุถึงวิธีการปฏิบัติในขั้นตอนหนึ่ง ๆ เมื่อนำรูปแบบไปใช้

5. การวัดและการประเมินผลเป็นส่วนที่ประเมินถึงประสิทธิผลของรูปแบบการเรียนการสอน ดิค และคาเรย์ กล่าวว่ รูปแบบของระบบการเรียนการสอน มี 3 องค์ประกอบของระบบการเรียนการสอน (Dick & Carey, 1996) ดังนี้

1. การกำหนดจุดมุ่งหมายหรือผลลัพธ์ของการเรียนการสอน

2. การพัฒนาการเรียนการสอน

3. การประเมินการเรียนการสอน

ในขณะที่ ทิศนา แชมมณี ได้สรุปองค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ 4 องค์ประกอบ (ทิศนา แชมมณี, 2561) ดังนี้

1. หลักการของรูปแบบการเรียนการสอนต้องมีปรัชญา ทฤษฎี แนวคิด ความเชื่อเป็นฐาน

2. รูปแบบการเรียนการสอนต้องอธิบายลักษณะของการจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับหลักการ

3. รูปแบบการเรียนการสอนต้องจัดองค์ประกอบ ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้มีลักษณะที่นำพานักเรียนไปถึงเป้าหมายได้

4. รูปแบบการเรียนการสอนต้องอธิบายเกี่ยวกับวิธีสอน เทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่ช่วยให้กระบวนการจัดเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

ไทเลอร์ กำหนดองค์ประกอบของระบบการเรียนการสอนที่เรียกว่า Tyler Loop ไว้ 3 ส่วน (Tyler, 1950) คือ

1. จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน

2. กิจกรรมการเรียนการสอน

3. การประเมินผลการเรียนการสอน ข้อมูลจากการประเมินผลสามารถใช้เป็นข้อมูลป้อนกลับไปยังกิจกรรมการเรียนการสอนและจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนเพื่อการปรับปรุง

Glaser (1965) ได้กำหนดองค์ประกอบรูปแบบการเรียนการสอนที่มีความคล้ายคลึงกับระบบของไทเลอร์ แต่เกลเซอร์จะมีองค์ประกอบมากกว่า ได้แก่

1. จุดประสงค์ของการสอน
2. การประเมินสถานะของนักเรียนก่อนสอน
3. การจัดกระบวนการเรียนการสอน
4. การประเมินผลการเรียนการสอน
5. ข้อมูลป้อนกลับ

จากแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนสามารถนำมาสังเคราะห์ได้ดังนี้

ตารางที่ 8 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	Tyler (1950)	Glaser (1965)	Joyce & Weil (1996)	Dick & Carey (1996)	ทิศนา ขัมมณี (2561)	ผู้วิจัย
หลักการ			✓		✓	✓
วัตถุประสงค์	✓	✓	✓	✓	✓	✓
เนื้อหาสาระ			✓			✓
การประเมินนักเรียน		✓				
ขั้นตอนการเรียนการสอน	✓	✓	✓	✓	✓	✓
การวัดและประเมินผล	✓	✓	✓	✓		✓
ข้อมูลย้อนกลับ		✓				

จากตารางที่ 8 สามารถสรุปองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. หลักการของรูปแบบเป็นแนวคิดและพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบการเรียนการสอนนั้น ๆ

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบเป็นเป้าหมายเฉพาะของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้นว่ามุ่งพัฒนาให้นักเรียนมีลักษณะเป็นอย่างไร

3. ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบเป็นการอธิบายถึงวิธีดำเนินการเรียนการสอนของรูปแบบที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน ตลอดจนรายละเอียดของกิจกรรมในการจัดการเรียนการสอนและบทบาทของครูนักเรียน

4. เนื้อหาสาระ เป็นเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนซึ่งเป็นเนื้อหาที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

5. การวัดและประเมินผลเป็นแนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนรู้การสอนที่บ่งบอกถึงประสิทธิภาพของรูปแบบ หรือบอกถึงการบรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้น ๆ

จากการศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยนำไปใช้เป็นแนวทางการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหาสาระ 4) ขั้นตอนการเรียนการสอน และ 5) การวัดและประเมินผล

2.7.2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

จอยซ์ได้เขียนหนังสือ Models of Teaching ที่ได้รับการยอมรับอย่างมากในวงการการศึกษา ได้สรุปสาระสำคัญของการพัฒนาและนำเสนอรูปแบบการเรียนการสอนไว้ (Joyce & Weil, 1996) ดังนี้

1. หลักการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วยรูปแบบการเรียนการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้ เป็นต้น

2. เมื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแล้ว ก่อนนำไปใช้อย่างแพร่หลายจะต้องมีการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพในเชิงการนำไปใช้ในสถานการณ์จริงและนำข้อค้นพบมาปรับปรุงแก้ไขอยู่เรื่อย ๆ การเสนอรูปแบบการเรียนการสอนแต่ละรูปแบบได้มีการนำไปทดลองใช้ในห้องเรียน รวมทั้งมีงานวิจัยรองรับมากมายจนเป็นหลักประกันได้ว่าสามารถใช้ได้สะดวกและได้ผลดี

3. การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนอาจออกแบบให้ใช้ได้กว้างขวางหรือเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

4. การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนจะมีจุดหมายหลักที่ถือเป็นหลักในการพิจารณาเลือกรูปแบบไปใช้ กล่าวคือ ถ้าผู้ใช้นำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักก็จะทำให้เกิดผลสูงสุดแต่ก็สามารถนำรูปแบบนั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ถ้าพิจารณาเห็นว่าเหมาะสม แต่ก็อาจทำให้ได้ผลสำเร็จลดน้อยลงไป

5. ได้ให้ข้อสังเกตและแนวคิดในการพัฒนานักเรียน โดยเสนอรูปแบบการเรียนการสอนที่เป็นการช่วยให้นักเรียนได้รับสารสนเทศความคิด ทักษะ ค่านิยมและวิถีทางในการคิด รูปแบบการเรียนการสอนที่เลือกมานำเสนอส่วนใหญ่ยังได้สอนวิธีเรียน (How to Learn) ให้แก่นักเรียนอีกด้วย ซึ่งจะก่อให้เกิดผลสำเร็จในระยะยาวและที่สำคัญที่สุดคือ เป็นการเพิ่มพูนความสามารถที่จะเรียนรู้ของนักเรียน ทำให้เกิดการเรียนรู้ง่ายและได้ผลดีในอนาคต กล่าวคือ การสอนควรจะส่งผลกระทบต่อให้นักเรียนให้เขาได้สามารถศึกษาด้วยตนเองได้ จึงอาจกล่าวได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนต้องเน้นความสำคัญของการพัฒนานักเรียนและพัฒนาวิธีการเรียนรู้ (Learning Strategies) ของนักเรียนซึ่งถือเป็นเป้าหมายของการจัดการศึกษาตามแนวใหม่

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนสามารถสรุปขั้นตอนสำคัญในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนได้ดังนี้ (Joyce & Weil, 1996; ทิศนา แคมมณี, 2561)

1. การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และข้อค้นพบจากการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตลอดจนงานการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพปัจจุบัน หรือปัญหาจากเอกสาร ผลการวิจัยหรือการสังเกต สอบถามผู้ที่เกี่ยวข้อง

2. การกำหนดหลักการ เป้าหมาย และองค์ประกอบอื่น ๆ ของรูปแบบการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับข้อมูลพื้นฐานและสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบระเบียบ การกำหนดเป้าหมายของรูปแบบการเรียนการสอนจะ

ช่วยให้ครูสามารถเลือกรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ให้ตรงกับจุดมุ่งหมายของการสอนเพื่อให้การสอนบรรลุผลสูงสุด

3. กำหนดแนวทางในการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้ประกอบด้วยรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีการและเงื่อนไขต่าง ๆ เช่น ใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่ หรือกลุ่มย่อย ครูจะต้องเตรียมงานหรือจัดสภาพการเรียนการสอนอย่างไรเพื่อให้การใช้รูปแบบการเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

4. การประเมินรูปแบบการเรียนการสอน เป็นการทดสอบความมีประสิทธิภาพของรูปแบบที่สร้างขึ้น โดยทั่วไปจะใช้วิธีต่อไปนี้

4.1 ประเมินความเป็นไปได้ในเชิงทฤษฎีโดยคณะผู้เชี่ยวชาญซึ่งจะประเมินความสอดคล้องภายในระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ

4.2 ประเมินความเป็นไปได้ในการปฏิบัติการณ์โดยการนำรูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้ในสถานการณ์จริงในลักษณะของการวิจัยเชิงทดลองหรือกึ่งทดลอง

4.3 การปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอนมี 2 ระยะ คือ

1) ระยะก่อนนำรูปแบบการเรียนการสอนไปทดลองใช้ การปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอนในระยะนี้ใช้ผลจากการประเมินความเป็นไปได้ในเชิงทฤษฎีเป็นข้อมูลในการปรับปรุง

2) ระยะหลังนำรูปแบบการเรียนการสอนไปทดลองใช้ การปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอนในระยะนี้ อาศัยข้อมูลจากการทดลองใช้เป็นตัวชี้้นำในการปรับปรุง และอาจจะมีการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปทดลองปรับปรุงซ้ำจนกว่าผลจะเป็นที่น่าพอใจ

จากการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยนำไปใช้เป็นแนวทางการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ต้องมีทฤษฎีรองรับ

2. ต้องมีการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพ

3. ต้องมีการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

4. ต้องมีการกำหนดหลักการ เนื้อหาสาระ ขั้นตอนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับข้อมูลพื้นฐานอย่างเป็นระบบระเบียบ

5. ต้องมีการประเมินรูปแบบการเรียนการสอน ได้แก่ 1) ประเมินความเป็นไปได้ในเชิงทฤษฎีโดยผู้เชี่ยวชาญประเมิน 2) ประเมินความเป็นไปได้ในการปฏิบัติการณ์โดยการนำรูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้

6. ต้องมีการนำผลที่ได้จากการประเมินมาปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอนให้มีความเป็นไปได้ทั้งในเชิงทฤษฎีและในการปฏิบัติ

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น เพื่อให้มีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยจึงดำเนินการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งงานวิจัยที่ศึกษามีดังนี้

1. ถนอมวงศ์ มาศรักษา ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ

มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่า ก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยรูปแบบ การจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ มีความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนปกติอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อรูปแบบการจัด การเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเพื่อส่งเสริมความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวมอยู่ในระดับมาก (ถนอมวงศ์ มาศรีรักษา, 2562)

2. ศรารุณี พรภูเขียว ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนา รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริม ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับ กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่ พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) กระบวนการ 4) หลักการตอบสนอง 5) ระบบสังคม 6) ระบบสนับสนุน องค์ประกอบด้านกระบวนการประกอบด้วย 6 ขั้นตอนคือ ขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นเติมความรู้ใหม่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นพิจารณาคำตอบ ขั้นประยุกต์ใช้ ขั้นสรุปและประเมินค่า โดยรูปแบบการสอนมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมีค่าประสิทธิภาพเท่ากับ $82.94/82.87$ ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ $80/80$ ที่ตั้งไว้ และนักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนรู้ ด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ โดยรวมอยู่ในระดับมาก (ศรารุณี พรภูเขียว, 2562)

3. เบญจวรรณ ดาบทอง ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการสอนแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 5E ร่วมกับเทคนิค K-W-D-L สำหรับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 5E ร่วมกับเทคนิค K-W-D-L สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีองค์ประกอบคือ หลักการ วัตถุประสงค์ กระบวนการกิจกรรมการเรียน การสอน ระบบสังคม และหลักการตอบสนอง กระบวนการกิจกรรมการเรียนการสอนมี 5 ขั้นตอนคือ 1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนและสร้างความสนใจ (Engagement Phase) 2) ขั้นกระตุ้นแยกแยะข้อมูล (Encouragement Phase) เน้นการแก้ปัญหาค้นหาคำตอบเชื่อมโยงกับความรู้เดิมด้วยเทคนิค K-W-D-L 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation Phase) 4) ขั้นขยายความรู้และนำไปใช้ (Extension Phase) 5) ขั้นประเมิน (Evaluation Phase) ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ $76.22/85.33$ มีค่าสูงกว่าเกณฑ์ $75/75$ ที่กำหนดไว้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการสอนแบบวัฏจักร การเรียนรู้ 5E ร่วมกับเทคนิค K-W-D-L สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อน เรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้ รูปแบบการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการสอนแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 5E ร่วมกับเทคนิค K-W-D-L สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีความพึงพอใจโดยภาพรวมอยู่ใน ระดับมาก (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.09) (เบญจวรรณ ดาบทอง, 2561)

4. พรสรัญ ชัยยา ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย บริบทหลักการ และวัตถุประสงค์ กระบวนการขั้นตอนและกิจกรรมของรูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วย การเตรียมความพร้อมการจัดการเรียนการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนอกห้องเรียน การประเมินผลการเรียนรู้ ด้านความรู้และสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผลการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นที่พัฒนาขึ้น พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 สมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับคุณภาพในภาพรวมอยู่ในระดับดี นักเรียนมีความพึงพอใจต่อรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับมาก (พรสรัญ ชัยยา, 2561)

5. แวตีเยาะ แวยูโซะ ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่นักเรียนต้องการพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ต้องการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนมีความรู้ มีทักษะในการคิดคำนวณมากขึ้น บรรยากาศในการเรียน สนุกสนาน นักเรียนได้เรียนรวมกลุ่มกับเพื่อน กิจกรรมการเรียนการสอนหลากหลาย นักเรียนได้ร่วมกิจกรรมทุกคน และสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ได้ค่าประสิทธิภาพ E1/E2 แบบรายบุคคล เท่ากับ 76.86/75.00 ค่าประสิทธิภาพ E1/E2 แบบกลุ่มเล็ก เท่ากับ 80.72/80.56 และจากการทดลองภาคสนามประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ มีค่าเท่ากับ 81.04/80.83 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 80/80 ที่กำหนดไว้ ผลการทดลองใช้รูปแบบการสอนโดยใช้ทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 29 คน ได้ค่าประสิทธิภาพ E1/E2 เท่ากับ 83.73/82.07 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลการประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้ และมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด นักเรียนมีความพึงพอใจต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาเพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด (แวตีเยาะ แวยูโซะ, 2559)

6. วรณิกา ซาญพิชญาพรวัฒน์ และภูมิพงศ์ จอมหงษ์พิพัฒน์ ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคโนโลยีสารสนเทศเป็นฐานร่วมกับแนวคิดคอนสตรัคชันนิสซึมเพื่อเสริมสร้างทักษะกระบวนการและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีองค์ประกอบสำคัญ 5 ประการคือ หลักการมุ่งให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากการนำเสนอประเด็นปัญหา กระตุ้นให้แสวงหาความรู้โดยเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เรียนรู้และสร้างประสบการณ์ร่วมกัน พัฒนาทักษะปฏิบัติใช้เครือข่ายคอมพิวเตอร์ในการค้นหาและสร้างสรรค์ผลงาน วัดและประเมินผลที่หลากหลายวิธีการครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก จุดมุ่งหมายเพื่อเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเสริมสร้างความสามารถในการใช้สารสนเทศ เนื้อหาที่ใช้คือสาระการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กระบวนการจัดการเรียนรู้มี 6 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นสร้างประสบการณ์ร่วมกัน ขั้นฝึกคิดวิเคราะห์ ขั้นเชื่อมโยงความรู้ ขั้นสร้างองค์ความรู้ ขั้นปฏิบัติการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นสะท้อนผลการเรียนรู้ และขั้นการวัดผลและประเมินผลใช้วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริง ทำการวัดก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ผลการใช้รูปแบบที่พัฒนาขึ้นพบว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการใช้สารสนเทศหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.33, ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.63) (วรณิกา ซาญพิชญาพรวัฒน์ และภูมิพงศ์ จอมหงษ์พิพัฒน์, 2559)

7. กัญจนา จันทะไพโร ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การบวก การลบ และการคูณทศนิยม ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ มีชื่อว่า OPACA Model ซึ่งกระบวนการเรียนการสอนมี 5 ขั้นตอน คือ (1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (Orientation: O) (2) ขั้นเผชิญสถานการณ์ปัญหา (Problem: P) (3) ขั้นคิดวิเคราะห์ (Analysis: A) (4) ขั้นสร้างความรู้ (Construction: C) และ (5) ขั้นนำไปใช้ (Application: A) รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ เท่ากับ 85.15/86.20 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการสอน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 005 ทักษะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 88.00 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการสอนอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.45, ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.76) (กัญจนา จันทะไพโร, 2558)

8. อินทิรา ลิมวิวัฒนา และไพโรจน์ เบาลี ได้ศึกษาวิจัยการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางกระบวนการสร้างสรรค์ด้วยปัญญาเพื่อสร้างเสริมสมรรถนะของนักเรียนด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ได้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางกระบวนการสร้างสรรค์ด้วยปัญญาเพื่อสร้างเสริมสมรรถนะของนักเรียนด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพ E1/E2 เท่ากับ 84.00/82.30 สมรรถนะของนักเรียนด้านการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความพึงพอใจต่อรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นอยู่ในระดับมากที่สุด (อินทิรา ลิมวิวัฒนา และไพโรจน์ เภาใจ, 2557)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้สาระสำคัญที่ได้ค้นพบ ซึ่งแบ่งกระบวนการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลัก ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานสำหรับนำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องผ่านการประเมินความเหมาะสมโดยผู้เชี่ยวชาญและหาประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นโดยการนำไปทดลองใช้กับนักเรียนแบบรายบุคคล แบบกลุ่มเล็ก และทดลองภาคสนามเกณฑ์ประสิทธิภาพที่ตั้งไว้คือ 75/75, 80/80

ขั้นตอนที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

1) การสุ่มกลุ่มตัวอย่างสำหรับนำมาทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นเป็นการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) และการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

2) แบบแผนการทดลองมีทั้ง One – Group Pretest – Posttest Design ซึ่งมีการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือตัวแปรตามที่ศึกษาจากการวัดก่อนเรียนกับหลังเรียนของกลุ่มทดลองโดยใช้สถิติทดสอบสมมติฐานคือ t – test Dependent Samples และ Two – Group Pretest – Posttest Design ซึ่งจะมีการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือตัวแปรตามที่ศึกษาจากการวัดผลก่อนเรียนกับหลังเรียนของกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติทดสอบสมมติฐานคือ t – test Dependent Samples และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือตัวแปรตามที่ศึกษาที่ได้จากการวัดผลหลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมโดยใช้สถิติทดสอบสมมติฐานคือ t – test Independent Samples

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมีกระบวนการที่สำคัญ 3 ขั้นตอนคือ การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนและการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ซึ่งในการสุ่มกลุ่มตัวอย่างเพื่อทดลองสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นอาจทำได้ทั้งการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) และการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) แบบแผนการทดลองมีทั้ง One – Group Pretest – Posttest Design ทดสอบสมมติฐานโดยใช้ t – test Dependent Samples และ Two – Group Pretest – Posttest Design สถิติทดสอบสมมติฐานโดยใช้ t – test Dependent Samples และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือตัวแปรตามที่ศึกษาที่ได้จากการวัดผลหลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมโดยใช้สถิติทดสอบสมมติฐานคือ t – test Independent Samples ซึ่งสรุปได้ดังตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 9 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

ประเด็นพิจารณา	ถนอมวงศ์ มาศรักษา (2562)	ศราวดี พงษ์เขียว (2562)	เบญจวรรณ ตาบทอง (2561)	พรสรัญ ชัยยา (2561)	แหวตีเยาะ แหวไธยะ (2559)	วารณิกา ขาญพิชญพรวรรณ และคนอื่นๆ (2559)	กัญจนา จันทะไพโร (2558)	อินทรา ลิ้มวิวัฒนา และไพโรจน์ เภาใจ (2557)	ผู้วิจัย
1 ขั้นตอนการวิจัย									
1.1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน	✓	✓	✓	-	✓	-	✓	-	✓
1.2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
1.2.1 ประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
1.2.2 หาประสิทธิภาพ	-	✓	✓	-	✓	-	-	✓	-
1.3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2. การสุ่มกลุ่มตัวอย่างเพื่อนำมาใช้ในการทดลอง									
2.1 Random Sampling	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	✓
2.2 Purposive Sampling	-	-	✓	✓	-	-	-	-	-
3. แบบแผนการทดลอง									
3.1 แบบแผน One – Group Pretest – Posttest Design	-	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓	✓
3.2 แบบแผน Two – Group Pretest – Posttest Design	✓	-	-	-	-	✓	-	-	-
4. การทดสอบสมมติฐาน									
4.1 t-test Dependent Samples	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓	✓
4.2 t-test Independent Samples	✓	-	-	-	-	✓	-	-	-

2. ผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

สำหรับการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนนั้น มีทั้งระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา ซึ่งมีการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอน โดยมีตัวแปรตามที่ศึกษาดังนี้

(1) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 (ถนอมวงศ์ มาศรักษา, 2562) และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 (เบญจวรรณ ดาบทอง, 2561)

(2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 (ถนอมวงศ์ มาศรักษา, 2562) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (กัญจนา จันทะไพร, 2558) นักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3 (พรสร้อย ชัยยา, 2561) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

(3) ทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 (เวตีเยาะ แวยูโซะ, 2559)

(4) ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (กัญจนา จันทะไพร, 2558) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ศราวดี พรภูเขียว, 2562)

(5) สมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 (อินทิรา ลิมวิวัฒนา และไพโรจน์ เบาลใจ, 2557)

(6) สมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3 (พรสร้อย ชัยยา, 2561)

(7) ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (วรรณิกา ชาลพิชญาพรวัฒน์ และภูมิพงศ์ จอมหงษ์พิพัฒน์, 2559)

ผลการศึกษาพบว่า

(1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน (ถนอมวงศ์ มาศรักษา, 2562; เบญจวรรณ ดาบทอง, 2561) และสูงกว่าการเรียนปกติ (ถนอมวงศ์ มาศรักษา, 2562)

(2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน (กัญจนา จันทะไพร, 2558; ถนอมวงศ์ มาศรักษา, 2562; พรสร้อย ชัยยา, 2561; วรรณิกา ชาลพิชญาพรวัฒน์ และภูมิพงศ์ จอมหงษ์พิพัฒน์, 2559; ศราวดี พรภูเขียว, 2562) สูงกว่ากลุ่มควบคุม (วรรณิกา ชาลพิชญาพรวัฒน์ และภูมิพงศ์ จอมหงษ์พิพัฒน์, 2559)

(3) นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน (เวตีเยาะ แวยูโซะ, 2559)

(4) นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน (ศราวดี พรภูเขียว, 2562) และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 คิดเป็นร้อยละ 88 ของนักเรียนทั้งหมด (กัญจนา จันทะไพร, 2558)

(5) นักเรียนมีสมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน (อินทิรา ลิมวิวัฒนา และไพโรจน์ เบาลใจ, 2557)

(6) นักเรียนมีสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนอยู่ในระดับดี (พรสร้อย ชัยยา, 2561)

(7) นักเรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มควบคุม (วรรณิกา ชาลพิชญาพรวัฒน์ และภูมิพงศ์ จอมหงษ์พิพัฒน์, 2559)

2.8 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จากการศึกษาข้อมูลพื้นฐานด้วยการศึกษาเอกสารหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีความผันแปร เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนและการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้วิเคราะห์สาระสำคัญประเด็นหลักมาสู่แนวทางการพัฒนารูปแบบการสอน ดังตารางที่ 10



GRAD VRU

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานสำหรับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

หัวข้อ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน
<p>หลักสูตร กลุ่มสาระ การเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตาม หลักสูตร แกนกลาง การศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับ ปรับปรุง พ.ศ. 2560)</p>	<p>1. มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้านการทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools)</p> <p>2. มุ่งพัฒนานักเรียนโดยใช้การฝึกกระบวนการคิดหรือการฝึกหัดทางปัญญาด้วยการฝึกคิดแบบซ้ำ ๆ</p> <p>3. มุ่งพัฒนานักเรียนให้เข้าถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีโอกาสพบได้ในชีวิตจริงให้นักเรียนได้ลองคิด ลองแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง ฝึกคิด ฝึกปฏิบัติ ฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาซ้ำ ๆ อย่างหลากหลาย</p> <p>4. มุ่งพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นเป็นตอนโดยเน้นให้นักเรียนจดจำเนื้อหาสาระที่ได้เรียนรู้มาให้ได้ก่อนจากนั้นมีการฝึกฝน ฝึกปฏิบัติ รวมถึง ฝึกคิดแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ที่ค่อย ๆ เพิ่มระดับความยุ่งยาก ซับซ้อนไปขึ้นเรื่อย ๆ จนสามารถที่จะคิดเชิงกลยุทธ์ คิดเชิงขยายความคิดออกไปเรื่อย ๆ มีการออกแบบวิธีการแก้ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา การลงมือทำ คือ เมื่อพบปัญหาในโลกชีวิตจริงจะต้องคิดหรือแปลงปัญหานั้นโดยคิดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นคิดวางแผนและลงมือแก้ปัญหาด้วยหลักการแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ออกมาแล้วจะต้องมีการตีความกลับไปเพื่ออธิบายผลลัพธ์นั้นในโลกชีวิตจริง รวมทั้งจะต้องมีการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ด้วย</p> <p>5. มุ่งประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 3) การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์</p>
<p>ระดับ ความลึก ของความรู้ ทาง คณิตศาสตร์</p>	<p>การสร้างเครื่องมือวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คำนี้ถึงสิ่งต่อไปนี้</p> <p>1. เนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) ฮิสโทแกรม 2) แผนภาพจุด 3) แผนภาพต้นไม้ 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 5) มัชฌิม และ 6) ฐานนิยม</p> <p>2. กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically) 2) การใช้หลักการ ข้อเท็จจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา (Employing Mathematical Concept, Facts, Procedures and Reasoning) และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes)</p> <p>3. ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การสื่อสาร (Communication) 2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) 3) การแสดงแทน (Representation) 4) การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) 5) การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising Strategies for Solving Problem) 6) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการ และภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Learning and Operations) และ 7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools)</p> <p>4. บริบทของคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) บริบทส่วนตัว 2) บริบทอาชีพ 3) บริบทสังคม และ 4) บริบทวิทยาศาสตร์</p>

ตารางที่ 10 (ต่อ)

หัวข้อ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน
ระดับ ความลึก ของความรู้ ทาง คณิตศาสตร์ (ต่อ)	<p>ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์นำมาใช้เป็นแนวทางสำหรับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องช่วยให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ และให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องช่วยให้นักเรียนเกิดความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และรับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง 3. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องช่วยให้นักเรียนมีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ 4. รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนที่เหมาะสม สนับสนุนการช่วยเหลือกันระหว่างนักเรียน ผู้ปกครองมีส่วนร่วมช่วยเหลือ แนะนำ ให้คำปรึกษา และครูให้การช่วยเหลือเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา รวมถึง แนะนำแนวทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละบุคคล <p>การพัฒนากระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งเน้น ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. เน้นการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงยึดหยุ่นกระบวนการ 2. เน้นการลงมือปฏิบัติหรือฝึกหัดหรือฝึกฝนแบบซ้ำแล้วซ้ำอีกทีละขั้นตอนผ่านสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายและใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันโดยใช้เทคโนโลยีมาช่วย 3. เน้นการใช้เทคนิคการเรียนรู้ เช่น การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา การเปรียบเทียบปัญหาที่แก้ไขด้วยกระบวนการเดียวกัน การอธิบายความเข้าใจของตนเอง และการสำรวจค้นหาความสามารถของตนเอง เป็นต้น 4. เน้นการประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่เชื่อมโยงจากความรู้เชิงมโนทัศน์ไปสู่ความรู้เชิงทักษะกระบวนการด้วยการทำงานที่เน้นการพิสูจน์ 5. เน้นกระบวนการพัฒนาที่มีการทำงานผ่านกิจกรรมทั้งกิจกรรมที่ไม่เป็นทางการ กิจกรรมที่เป็นทางการ และกิจกรรมสร้างองค์ความรู้
แนวคิด การฝึกหัด ทางปัญญา	<p>รูปแบบมุ่งเน้นการเตรียมความพร้อม (Preparation) การมีตัวแบบ (Modeling) การชี้แนะ (Coaching) การพัฒนา (Scaffolding) การสื่อสารอย่างชัดเจน (Articulation) การทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) การถอยห่าง (Fading) การสำรวจความรู้ (Exploration) การประเมินผล (Evaluation) และการแยกตัว (Separation)</p>
ทฤษฎี ความ ผันแปร	<p>มุ่งพัฒนานักเรียน ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปร (ผันแปรปัญหา) 2. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปรด้วยกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความผันแปร (ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา) 3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน (ผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการปัญหา)

ตารางที่ 10 (ต่อ)

หัวข้อ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน
องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน มีดังนี้ 1. หลักการ 2. วัตถุประสงค์ 3. เนื้อหาสาระ 4. ขั้นตอนการเรียนการสอน 5. การวัดและประเมินผล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานสำหรับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนดังปรากฏในตารางที่ 10 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้มาใช้ในการดำเนินการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.8.1 หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน

หลักการของรูปแบบเป็นแนวคิดและพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบการเรียนการสอนนั้น ๆ สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ มีรายละเอียดที่มาของหลักการของรูปแบบการเรียนการสอนปรากฏดังตารางที่ 11 ต่อไปนี้

ตารางที่ 11 ผลการสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน

แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา	ทฤษฎีความผันแปร	แนวคิดการแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงตามแนวทางการประเมิน PISA ของ OECD	หลักการสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน
รูปแบบมุ่งเน้น 1. การเตรียมความพร้อม (Preparation) 2. การมีตัวแบบ (Modeling) 3. การชี้แนะ (Coaching) 4. การพัฒนาการคิด (Scaffolding) 5. การสื่อสารอย่างชัดเจน (Articulation)	มุ่งพัฒนานักเรียนดังนี้ 1. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปร (ผันแปรปัญหา) 2. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปรด้วยกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความผันแปร (ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา)	กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ที่ใช้ในการประเมิน PISA คือ เมื่อพบปัญหาในโลกชีวิตจริงจะต้องคิดหรือแปลงปัญหานั้นโดยคิดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นคิดวางแผนและลงมือแก้ปัญหานั้นด้วยหลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ออกมาแล้วจะต้องมีการตีความกลับไปเพื่ออธิบายผลลัพธ์นั้นในโลกชีวิตจริง รวมทั้งจะต้องมีการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาตัวแบบแล้วฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์และผันแปร กระบวนการแก้ปัญหา และผันแปร การประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์และการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดของตนเอง

ตารางที่ 11 (ต่อ)

แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา	ทฤษฎีความผันแปร	แนวคิดการแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงตามแนวทางการประเมิน PISA ของ OECD	หลักการสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน
6. การทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) 7. การถอยห่าง (Fading) 8. การสำรวจความรู้ (Exploration) 9. การแยกตัว (Separation) 10. การประเมินผล (Evaluation)	3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน (ผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา)	ที่นำมาใช้ด้วย สรุปสาระสำคัญได้ดังนี้ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา 3) การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์	ได้รับการชี้แนะและพัฒนาการคิดจากผู้ที่เชี่ยวชาญกว่าเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องที่พบจนสามารถเผชิญปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อนได้ด้วยตนเองแล้วจึงค่อย ๆ ถอยห่างจนแยกตัวออกไปในที่สุดจะช่วยส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2 วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน

จากหลักการสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้นนำไปสู่การพัฒนาวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอนดังตารางที่ 12 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 12 ผลการสังเคราะห์วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน

หลักการสำคัญของรูปแบบ	วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน
การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาตัวแบบแล้วฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา ด้วยการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ และการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดของตนเอง ได้รับการชี้แนะและพัฒนาการคิดจากผู้ที่เชี่ยวชาญกว่าเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องที่พบจนสามารถเผชิญปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อนได้ด้วยตนเองแล้วจึงค่อย ๆ ถอยห่างจนแยกตัวออกไปในที่สุดจะช่วยส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้	1. เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา 2. เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหาและผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาวัยการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ 3. เพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง 4. เพื่อให้นักเรียนได้รับการชี้แนะและพัฒนาการคิดจากผู้ที่เชี่ยวชาญกว่าเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องที่พบ 5. เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อนด้วยตนเอง

จากตารางที่ 12 ผู้วิจัยสังเคราะห์วัตถุประสงค์ของรูปแบบให้สอดคล้องกับหลักการสำคัญของรูปแบบที่ครอบคลุม ครบถ้วน ชัดเจน จึงกำหนดวัตถุประสงค์ของรูปแบบดังนี้

1. เพื่อให้ให้นักเรียนได้ศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา

2. เพื่อให้ให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหาและผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

3. เพื่อให้ให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง

2.8.3 ขั้นตอนการเรียนการสอน

จากหลักการสำคัญ วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้นนำไปสู่การกำหนดขั้นตอนการเรียนการสอน ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 2.12 ต่อไปนี้

ตารางที่ 13 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน

วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	ขั้นตอนการเรียนการสอน
1. เพื่อให้ให้นักเรียนได้ศึกษา ตัวแบบการคิดแก้ปัญหา ในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1 โดยครูเสนอตัวอย่างการทำงานทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 3-6 คน ประกอบด้วย นักเรียนเก่ง 1-2 คน ปานกลาง 1-2 คน และอ่อน 1-2 คน เพื่อให้นักเรียนได้ทำงานทางคณิตศาสตร์ตามตัวอย่างด้วยการทำแบบฝึกหัดที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) แล้วช่วยกันสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อให้ให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์	ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3 โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) แล้วสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

ตารางที่ 13 (ต่อ)

วัตถุประสงค์ของรูปแบบ การเรียนการสอน	ขั้นตอน การเรียนการสอน
3. เพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง	ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ของกลุ่ม เปรียบเทียบวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ของกลุ่มแล้วช่วยกันสรุปเป็นวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของชั้นเรียน จากนั้นวิเคราะห์ นำเสนอจุดเด่น จุดควรพัฒนาของตนเอง และเสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุงตนเองในการทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3
4. เพื่อให้นักเรียนได้รับการชี้แนะและพัฒนาการคิดจากผู้ที่เกี่ยวข้องว่า เพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องที่พบ	ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด เป็นขั้นพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3 โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เพื่อปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของตนเอง ซึ่งจะกระตุ้นให้นักเรียนคนที่เก่งกว่าคอยช่วยเหลือให้คำปรึกษานักเรียนที่อ่อนกว่าจนเข้าใจวิธีการทำงานคณิตศาสตร์และทำงานได้ด้วยตนเองแล้วจึงให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นรายบุคคล จากนั้นนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเองต่อกลุ่มและร่วมกันอภิปรายสรุปผลการแก้ไขปรับปรุงพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ในกลุ่ม
5. เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อนด้วยตนเอง	ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) แล้วสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

ตารางที่ 14 ผลการสังเคราะห์บทบาทของครู

ขั้นตอน การเรียนการสอน	บทบาทครู
<p>ขั้นที่ 1 ชั้นศึกษา ตัวแบบการคิด แก้ปัญหาผันแปร</p>	<ul style="list-style-type: none"> - นำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริง - ใช้คำถาม สนทนา แลกเปลี่ยน การอภิปราย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา - ทบทวนความคิดรวบยอด ความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์เดิมที่สัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่เพื่อนำไปสู่ความรู้ใหม่ - เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คาดเดาวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระ - นำเสนอแนวคิด วิธีการทำงานเพื่อให้นักเรียนมองเห็นแนวทางการแก้สถานการณ์ปัญหาอย่างช้า ๆ ทีละขั้นตอนโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ที่ใช้ในการประเมิน PISA คือ เมื่อพบปัญหาในโลกชีวิตจริงจะต้องคิดหรือแปลงปัญหานั้นโดยคิดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นคิดวางแผนและลงมือแก้ปัญหานั้นด้วยหลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ออกมาแล้วจะต้องมีการตีความกลับไปเพื่ออธิบายผลลัพธ์นั้นในโลกชีวิตจริง รวมทั้งจะต้องมีการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ด้วย - ให้นักเรียนได้ศึกษาวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา - ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยกระบวนการกลุ่ม เพื่อทบทวนการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับตัวอย่างที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหตามตัวอย่าง - ให้นักเรียนได้สรุปวิธีการคิดแก้ปัญหาทั้งจากตัวอย่าง - สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ด้วยจิตวิทยาเชิงบวก กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ ให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ พึงพอใจในการทำกิจกรรม รับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนให้มีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ - ใช้สื่อ เทคโนโลยี เทคนิควิธีการต่าง ๆ เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดเรียนรู้ตามศักยภาพ

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนรู้การสอน	บทบาทครู
<p>ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิด แก้ปัญหาผันแปร</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ให้นักเรียนฝึกวิธีการคิด ปรับปรุงแก้ไข พัฒนาวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่และซับซ้อนกว่าตัวอย่างเล็กน้อยที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความคิดของตนเองด้วยกระบวนการกลุ่ม - ให้นักเรียนได้สรุปวิธีการคิดแก้ปัญหาตามความคิดของตนเอง - สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ด้วยจิตวิทยาเชิงบวก กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ ให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฟังพอใจในการทำกิจกรรม รับผิดชอบต่อความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนให้มีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ - ให้ความช่วยเหลือ และอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนอย่างใกล้ชิด - ให้ข้อมูลป้อนกลับด้วยการเสริมแรงทางบวก (Positive Reinforcement) - ส่งเสริมการพัฒนาสัมพันธ์ภาพที่ดีระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และนักเรียนกับครู
<p>ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอ วิธีการคิดแก้ปัญหา ผันแปร</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ให้นักเรียนฝึกวิธีการคิด ปรับปรุงแก้ไข พัฒนาวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่และยุ่งยาก ซับซ้อนกว่าขั้นที่ 2 ที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความคิดของตนเองด้วยกระบวนการกลุ่ม - ให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาทั้งจากความคิดของตนเอง - ใช้คำถาม สนทนา แลกเปลี่ยน การอภิปราย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นสนับสนุนหรือโต้แย้งวิธีการคิดแก้ปัญหาของเพื่อนอย่างมีเหตุมีผล - ให้นักเรียนได้สรุปจุดเด่น จุดควรพัฒนา พร้อมทั้ง เสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุง วิธีการคิดแก้ปัญหาที่นำเสนอทั้งของตนเองและของเพื่อน - ให้ข้อมูลป้อนกลับด้วยการเสริมแรงทางบวก (Positive Reinforcement) - สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ด้วยจิตวิทยาเชิงบวก กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ ให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฟังพอใจในการทำกิจกรรม รับผิดชอบต่อความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนให้มีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนการสอน	บทบาทครู
<p>ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะ และพัฒนาการคิด</p>	<ul style="list-style-type: none"> - มอบหมายงานเพิ่มเติมเพื่อพัฒนาการคิดให้กับนักเรียนด้วยกระบวนการ เพื่อนช่วยเพื่อนโดยครูคอยดูแล ให้ความช่วยเหลือ และอำนวยความสะดวก แก่นักเรียนอย่างใกล้ชิด - ส่งเสริมการพัฒนาสัมพันธภาพที่ดีระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และนักเรียน กับครู - ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยกระบวนการกลุ่ม เพื่อพัฒนา ปรับปรุง แก้ไขวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่และยุ่งยาก ซับซ้อนกว่าขั้นที่ 3 ที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการ แก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อนเพิ่มขึ้น - ให้นักเรียนปรับปรุงแก้ไข พัฒนาการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริง ที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปร การประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความคิดของตนเองโดยให้เพิ่ม ความใส่ใจในรายละเอียด ความรอบคอบ ความถูกต้องแม่นยำและจดจ่ออยู่ กับการแก้ปัญหาให้มากขึ้น - ให้นักเรียนได้สรุปวิธีการคิดแก้ปัญหาทั้งจากตัวอย่างและจากความคิดของ ตนเอง - ให้นักเรียนสรุปผลการพัฒนาการคิดของตนเอง - ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยเป็นรายบุคคล แต่ยังคงปรึกษาเพื่อน หรือถามครูได้จนกว่าจะมั่นใจที่จะคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มี ความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปร การประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองแล้วครูและเพื่อนจึงค่อย ๆ ถอยห่างออกมา - ให้ข้อมูลป้อนกลับด้วยการเสริมแรงทางบวก (Positive Reinforcement) - สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ด้วยจิตวิทยาเชิงบวก กระตุ้นให้นักเรียน เห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ ให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฟังพอใจในการทำกิจกรรม รับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนให้มีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนการสอน	บทบาทครู
<p>ชั้นที่ 5 ชั้นเผชิญ ปัญหาผันแปรใหม่</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปร ทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อน แปลกใหม่ด้วยตนเอง โดยครูและเพื่อนที่เก่งกว่าคอยช่วยเหลือ - ให้นักเรียนสรุปผลการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาของตนเอง - ให้นักเรียนประเมินตนเองเกี่ยวกับการเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ ให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ พึงพอใจในการทำกิจกรรม รับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนให้มีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ

GRAD VRU

ตารางที่ 15 ผลการสังเคราะห์บทบาทนักเรียน

ขั้นตอน การเรียนการสอน	บทบาทของนักเรียน
<p>ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษา ตัวแบบการคิด แก้ปัญหาผันแปร</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ศึกษาสถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่ครูนำเสนอ - สอบถาม พุดคุย สนทนา แลกเปลี่ยน การอภิปรายระหว่างนักเรียนด้วยกัน และกับครูเพื่อช่วยกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหานั้น - ทบทวนความคิดรวบยอด ความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์เดิมที่สัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ร่วมกับนักเรียนด้วยกันและกับครูเพื่อนำไปสู่ความรู้ใหม่ - นำเสนอความคิดของตนเองเพื่อคาดเดาวิธีการแก้ปัญหาที่ครูนำเสนออย่างอิสระ - ศึกษาแนวคิด วิธีการทำงานเพื่อให้เห็นแนวทางการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ครูนำเสนออย่างช้า ๆ ทีละขั้นตอนโดยวิเคราะห์การใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ที่ใช้ในการประเมิน PISA ดังนี้ 1) การคิดหรือแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงโดยคิดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องทำอะไร 2) การวางแผนและลงมือแก้ปัญหาด้วยหลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ต้องทำอะไร 3) การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปเพื่ออธิบายปัญหาในโลกชีวิตจริงและการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ต้องทำอะไร - ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยการทำแบบฝึกหัดผ่านกระบวนการกลุ่ม เพื่อทบทวนการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับตัวอย่างที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามตัวอย่าง - สรุปวิธีการคิดแก้ปัญหาทั้งจากตัวอย่างในรูปแบบของการเขียนอัลกอริทึม (Algorithm) - มีส่วนร่วมในการสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ด้วยจิตวิทยาเชิงบวก - มีส่วนร่วมในการใช้สื่อ เทคโนโลยี เทคนิควิธีการต่าง ๆ เพื่อช่วยให้เกิดเรียนรู้ตามศักยภาพ
<p>ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิด แก้ปัญหาผันแปร</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ทำแบบฝึกหัดเพื่อฝึกใช้วิธีการคิด ปรับปรุงแก้ไข พัฒนาการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่และซับซ้อนกว่าตัวอย่างเล็กน้อยที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความคิดของตนเอง - สรุปวิธีการคิดแก้ปัญหาทั้งจากความคิดของตนเอง - ร้องขอความช่วยเหลือจากครูเมื่อเกิดความสงสัยหรือพบปัญหาอุปสรรค - มีส่วนร่วมในสร้างสัมพันธ์ภาพที่ดีระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และนักเรียนกับครู - ให้ความช่วยเหลือ ให้กำลังใจซึ่งกันและกันระหว่างนักเรียนด้วยกัน

ตารางที่ 15 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนการสอน	บทบาทของนักเรียน
<p>ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอ วิธีการคิดแก้ปัญหา ผันแปร</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ทำแบบฝึกหัดเพื่อฝึกใช้วิธีการคิด ปรับปรุงแก้ไข พัฒนาวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่และยุ่งยาก ซับซ้อนกว่าขั้นที่ 2 ที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความคิดของตนเอง - นำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาตามความคิดของตนเอง - พูดคุย สนทนา ซักถาม แลกเปลี่ยน การอภิปราย เพื่อแสดงความคิดเห็น สนับสนุนหรือโต้แย้งวิธีการคิดแก้ปัญหาของเพื่อนอย่างมีเหตุมีผล - สรุปจุดเด่น จุดควรพัฒนา พร้อมทั้ง เสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่นำเสนอทั้งของตนเองและของเพื่อน - ร้องขอความช่วยเหลือจากครูเมื่อเกิดความสงสัยหรือพบปัญหาอุปสรรค - มีส่วนร่วมในสร้างสัมพันธ์ภาพที่ดีระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และนักเรียนกับครู - ให้ความช่วยเหลือ ให้กำลังใจซึ่งกันและกันระหว่างนักเรียนด้วยกัน
<p>ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะ และพัฒนาการคิด</p>	<ul style="list-style-type: none"> - เข้ารับการพัฒนาการคิดจากครูหรือนักเรียนที่เก่งหรือเข้าใจแล้ว ด้วยการทำงานเพิ่มเติมและสรุปผลการเข้ารับการพัฒนาการคิดของตนเอง - ส่งเสริมการพัฒนาสัมพันธ์ภาพที่ดีระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และนักเรียนกับครู - ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยการทำแบบฝึกหัดผ่านกระบวนการกลุ่ม เพื่อพัฒนา ปรับปรุงแก้ไขวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่เป็นสถานการณ์ใหม่และยุ่งยากซับซ้อนกว่าขั้นที่ 3 ที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อนเพิ่มขึ้น - ใส่ใจในรายละเอียด ความรอบคอบ ความถูกต้องแม่นยำและจดจ่ออยู่กับ การแก้ปัญหาปรับปรุงแก้ไข พัฒนาวิธีการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความคิดของตนเอง - สรุปวิธีการคิดแก้ปัญหาทั้งจากตัวอย่างและจากความคิดของตนเอง ในรูปแบบของการเขียนอัลกอริทึม (Algorithm) - ลงมือปฏิบัติกิจกรรมในการทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ปรีกษาเพื่อนหรือถามครูเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือพบปัญหาจนกว่าจะมั่นใจว่า สามารถคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองแล้วครูและเพื่อนจึงค่อย ๆ ถอยห่างออกมา

ตารางที่ 15 (ต่อ)

ขั้นตอน การเรียนการสอน	บทบาทของนักเรียน
ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหา ผันแปรใหม่	<ul style="list-style-type: none"> - ฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อน แปลกใหม่ด้วยตนเอง - สรุปผลการคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาของตนเอง - ประเมินตนเองเกี่ยวกับการเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ ให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฟังพอใจในการทำกิจกรรม รับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ของตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนให้มีพลังและทุ่มเทในการคิดคำนวณ

2.8.4 การวัดและประเมินผล

การวัดและประเมินผลเป็นกระบวนการซึ่งประกอบด้วยกระบวนการย่อยที่สำคัญ ได้แก่ การวัดผล (Measurement) และการประเมินผล (Assessment) ทั้งการวัดผลและการประเมินผลมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันในทางการศึกษาจึงมักใช้คำว่า “การวัดและประเมินผล” ในการออกแบบการเรียนการสอนซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนานักเรียนให้บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลในที่นี้จึงหมายถึง การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (Assessment of Learning) ซึ่งเป็นกระบวนการรวบรวมหลักฐาน ข้อมูลเชิงประจักษ์ต่าง ๆ เมื่อสิ้นสุดกระบวนการเรียนรู้เพื่อตัดสินคุณค่าในการบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้

การวัดและประเมินผลจึงนับได้ว่า เป็นองค์ประกอบสำคัญในการพัฒนาการเรียนการสอน เพื่อให้ได้ข้อมูลสารสนเทศที่จำเป็นในการพิจารณาว่า นักเรียนมีผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้อย่างไร ครุณาข้อมูลสารสนเทศดังกล่าวไปสู่การออกแบบการพัฒนาการเรียนการสอนและกำหนดแนวทางการพัฒนานักเรียนได้

วิธีการวัดและประเมินผลสามารถดำเนินการได้หลากหลายวิธี เช่น การสังเกตพฤติกรรม การถามปากเปล่า การทดสอบ การปฏิบัติ เป็นต้น

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำผลจากการสังเคราะห์หลักการ วัดจุดประสงค์และขั้นตอนการเรียนการสอนมาไปสู่แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 16 ต่อไปนี้

ตารางที่ 16 ผลการสังเคราะห์แนวทางการวัดและประเมินผล

ขั้นตอนการเรียนการสอน	แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนรู้
ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร	ประเมินนักเรียนจากการพูดคุยซักถาม การสนทนา การตอบคำถาม การตรวจแบบฝึกหัด
ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร	ประเมินนักเรียนจากการพูดคุยซักถาม การสนทนา การตอบคำถาม การตรวจแบบฝึกหัด
ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร	ประเมินนักเรียนจากการพูดคุยซักถาม การสนทนา การตอบคำถาม การตรวจแบบฝึกหัด
ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด	ประเมินนักเรียนจากการพูดคุยซักถาม การสนทนา การตอบคำถาม การตรวจแบบฝึกหัด
ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่	ประเมินนักเรียนจากการพูดคุยซักถาม การสนทนา การตอบคำถาม การตรวจแบบฝึกหัด

การศึกษา เรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก ข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน ข้อสอบแบบตอบสั้น และข้อสอบเขียนตอบแบบแสดงวิธีทำ โดยอาศัยกรอบโครงสร้างการประเมิน PISA ของ OECD เครื่องมือวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. เนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) ฮิสโทแกรม 2) แผนภาพจุด 3) แผนภาพต้น – ใบ 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 5) มัธยฐาน และ 6) ฐานนิยม

2. กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ (Formulating Situations Mathematically) 2) การใช้หลักการ ข้อเท็จจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา (Employing Mathematical Concept, Facts, Procedures and Reasoning) และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes)

3. ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การสื่อสาร (Communication) 2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) 3) การแสดงแทน (Representation) 4) การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) 5) การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising Strategies for Solving Problem) 6) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using Symbolic, Formal and Technical Learning and Operations) และ 7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using Mathematical Tools)

4. บริบทของคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) บริบทส่วนตัว 2) บริบทอาชีพ 3) บริบทสังคม และ 4) บริบทวิทยาศาสตร์

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรมาเป็นพื้นฐานในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องให้สอดคล้องกับการฝึกหัดทางปัญญา ทฤษฎีความผันแปร และการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

2.9.1 งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา ผู้วิจัยไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน เนื่องจากงานวิจัยที่ใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญายังไม่มีการศึกษาที่แพร่หลาย ซึ่งงานวิจัยที่ผู้วิจัยศึกษามีดังนี้

1. ศศิธร ชิดนายิ ได้ศึกษาวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาเพื่อเสริมสร้างความสามารถใช้ในการกระบวนพยาบาลอย่างมีวิจารณญาณสำหรับนักศึกษาพยาบาล ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนามีองค์ประกอบ ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผล ผลการตรวจสอบคุณภาพรูปแบบและเอกสารประกอบโดยรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก เมื่อนำรูปแบบที่พัฒนาขึ้นไปทดลองนำร่อง พบว่า ดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบมีค่าระหว่าง 0.5113 – 0.5906 หรือมีพัฒนาการด้านความสามารถในการใช้กระบวนการพยาบาลอย่างมีวิจารณญาณ คิดเป็นร้อยละ 51.13 – 59.06 ส่วนผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน พบว่า นักศึกษามีคะแนนความสามารถในการใช้กระบวนการพยาบาลอย่างมีวิจารณญาณโดยรวมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จำนวน 57 คน คิดเป็นร้อยละ 87.69 ไม่ผ่านเกณฑ์จำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 12.31 นักศึกษามีความสามารถในการใช้กระบวนการพยาบาลอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบที่พัฒนาขึ้นมีความสามารถในการใช้กระบวนการพยาบาลอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (ศศิธร ชิดนายิ, 2560)

2. เกศราพรรณ คงเจริญ ได้ศึกษาวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเสริมสร้างสมรรถภาพการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาสำหรับนักศึกษาวิชาชีพครู ผลการประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนโดยการนำไปใช้ทดลองสอน พบว่า กลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนความรู้ความเข้าใจการออกแบบการสอนและการจัดการเรียนการสอนสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 กลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนทักษะการออกแบบการสอนและการจัดการเรียนการสอนสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 กลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนเจตคติต่อวิชาชีพครูสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (เกศราพรรณ คงเจริญ, 2559)

3. อติสรณ์ เรืองกิจจามันท์ ได้ศึกษาวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยบูรณาการแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาจากตัวแบบร่วมกับแนวคิดการเขียนแบบเน้นกระบวนการ ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีหลักการคือ การเรียนจากตัวแบบ การเขียนตามกระบวนการ การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และการทบทวน และการทบทวนไตร่ตรอง ประเมินระดับ

ความสามารถในการเขียนเรียงความ ความสามารถในการคิดไตร่ตรองด้วยแบบวัดการมีส่วนร่วมในการวิเคราะห์ วิพากษ์ การตั้งคำถาม การให้ข้อมูลย้อนกลับและการอภิปรายแสดงความคิดเห็น โดยการใช้การสังเกตและการบันทึกพฤติกรรม คะแนนเฉลี่ยในการเขียนเรียงความของนิสิตในภาพรวมหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนความสามารถด้านการเรียบเรียง ความคิดเพิ่มขึ้นมากที่สุด รองลงมาเป็นความสามารถด้านการนำเสนอเนื้อหา ด้านการใช้ภาษา และด้านการใช้รูปแบบและกลไกการเขียน ตามลำดับ ส่วนผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการคิดไตร่ตรองระหว่างหลังการทดลองกับก่อนทดลอง พบว่า หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (อดิสรณ์ เรืองกิจจรรย์, 2559)

4. ทศนีย์ เศรษฐพงษ์ ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการอ่านจากตัวแบบและกลวิธีฝังสัมพันธ์ของความหมาย ผลการวิจัยพบว่า องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ประกอบด้วย วัตถุประสงค์ หลักการ กิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดวัดและประเมินผล คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์หลังการทดลองในภาพรวมสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในภาพรวมคะแนนเฉลี่ยขององค์ประกอบความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์ของกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในด้านต่อไปนี้ ด้านการวิเคราะห์ ส่วนประกอบของงานเขียน ด้านการแสดงความคิดเห็น ในขณะที่ในภาพรวมคะแนนเฉลี่ยขององค์ประกอบความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์ในด้านความเข้าใจของกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองแต่ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนเฉลี่ยพัฒนาความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์ของนักศึกษา 4 ระยะของการทดลองสูงขึ้นตามลำดับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ทศนีย์ เศรษฐพงษ์, 2559)

5. กิตติมา สารวงษ์ ได้ศึกษาวิจัยเพื่อเสริมสร้างทักษะการให้เหตุผลทางคลินิกของนักศึกษาพยาบาล โดยดำเนินการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการเรียนแบบผสมผสานระหว่างการเรียนออนไลน์โดยใช้บทเรียนมัลติมีเดียเชิงสถานการณ์กับการเรียนแบบเผชิญหน้า และมีการฝึกหัดทางปัญญาด้วยการใช้ตัวแบบด้วย ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีองค์ประกอบคือ เนื้อหาสาระ นักศึกษา อาจารย์ครู วิธีการจัดการเรียนการสอน สื่อและเทคโนโลยี และเครื่องมือวัดและประเมินผล หลังการใช้รูปแบบกลุ่มทดลองมีคะแนนการให้เหตุผลทางคลินิกหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (กิตติมา สารวงษ์, 2558)

6. ภริณี ฤทธิเดช ได้วิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการฝึกทางปัญญาจากตัวแบบเพื่อเสริมสร้างผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการกำกับตนเองของนักศึกษาระดับปริญญาบัณฑิตและมนุษยศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า หัวหน้าสาขาวิชาเห็นว่า ปัญหาด้านนักเรียนเป็นปัญหาสูงสุดเช่นเดียวกับอาจารย์ที่สอนคณิตศาสตร์ ในขณะที่นักเรียนเห็นว่า ปัญหาด้านเนื้อหาเป็นปัญหาสูงสุด หัวหน้าสาขาวิชาเห็นว่า ปัญหาด้านเนื้อหา ด้านอาจารย์ ด้านนักเรียน และด้านสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกันกับครูคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความเห็นเกี่ยวกับปัญหาด้านเนื้อหา ด้านอาจารย์ ด้านนักเรียน และด้านสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ตามความเห็นของนักเรียนแตกต่างกันไปจากหัวหน้าสาขาวิชาและอาจารย์ที่สอนคณิตศาสตร์

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มีองค์ประกอบคือ หลักการ แนวคิด ทฤษฎี วัตถุประสงค์ เนื้อหา กระบวนการเรียนการสอน และคู่มือการใช้รูปแบบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ การใฝ่รู้ และการกำกับตนเอง ของกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในขณะที่เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ การใฝ่รู้ และการกำกับตนเองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมหลังการทดลองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษากลุ่มทดลองมีความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีทุกกลุ่ม (ภริณี ฤทธิเดช, 2553)

สำหรับการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีความผันแปร ผู้วิจัยไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน เนื่องจากจากงานวิจัยที่ใช้ทฤษฎีความผันแปรยังไม่มีการศึกษาที่แพร่หลาย ซึ่งงานวิจัยที่ผู้วิจัยศึกษามีดังนี้

1. ลือชา ลดาชาติ และหวันบัสรี วาเต็ง ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับบทบาทที่สำคัญของความสามารถในการมองเห็นลักษณะสำคัญของวัตถุแห่งการเรียนรู้ (Object of learning) ตามทฤษฎีความผันแปรในการเรียนรู้แนวคิดการแตกแรงแรงทางฟิสิกส์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 17 คน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนจะต้องตระหนักและมองเห็นลักษณะสำคัญต่าง ๆ เช่น ตำแหน่งของแกนอ้างอิง ทิศของแรงเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิง และมุมที่แรงกระทำต่อแกนอ้างอิง นักเรียนจะมีโอกาสประสบความสำเร็จในการแตกแรงแรง โดยการเปรียบเทียบระหว่างการแตกแรงแรงของนักเรียนที่ตระหนักและไม่ตระหนักถึงทิศของแรงเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิง มีข้อค้นพบที่น่าสนใจดังนี้ นักเรียนแรกตระหนักว่า แรงแรงกระทำต่อวัตถุในทิศพุ่งเข้าหาแกนอ้างอิงจะย้ายแกนอ้างอิงไปยังด้านหางลูกศรที่แทนแรงแรงพร้อมทั้ง ใส่หัวลูกศรเพื่อระบุทิศของแกนอ้างอิงจากนั้นจึงแตกแรงแรงออกเป็น 2 แรงแรงแล้วจึงย้าย 2 แรงแรงนั้นมากระทำกับวัตถุอีกทีจึงทำให้แตกแรงแรงได้อย่างถูกต้อง ในขณะที่นักเรียนคนที่สองไม่ได้ตระหนักว่า ทิศของแรงเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิงคือ ลักษณะสำคัญ กล่าวคือ ไม่มีการกำหนดทิศของแกนอ้างอิง ดังนั้น ถึงแม้ว่าจะแตกแรงแรงด้วยวิธีการเดียวกันกับนักเรียนคนแรกแต่ผลลัพธ์กลับไม่ถูกต้อง ด้วยความสามารถในการความตระหนักถึงลักษณะสำคัญ นักเรียนคนแรกจึงประสบผลสำเร็จในการแตกแรงแรงมากกว่านักเรียนคนที่สอง (ลือชา ลดาชาติ และหวันบัสรี วาเต็ง, 2555)

2. ลือชา ลดาชาติ และลฎาภา ลดาชาติ ได้ศึกษาวิจัยโดยทำการวิเคราะห์เกี่ยวกับความผันแปรในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจะได้ประสบกับความผันแปรของสิ่งของ (เป็น ส้ม และดินสอ) และความผันแปรของหน่วยของสิ่งของ (ตัว ผล และแท่ง) พร้อมกัน ซึ่งตามมาด้วยความผันแปรของสัญลักษณ์ที่แทนจำนวน (หนึ่ง 1 และ ๑) ก่อนที่นักเรียนจะได้ประสบกับความผันแปรของจำนวน (1 2 3 4 และ 5) นอกจากนี้ ยังพบว่ามีความผันแปรอย่างเป็นระบบแฝงอยู่ นักเรียนจะได้เห็นความผันแปรของสิ่งต่าง ๆ (เปิด ส้ม และดินสอ) ในขณะที่จำนวน “หนึ่ง” ไม่ผันแปร ความผันแปรของสิ่งต่าง ๆ นี้ทำให้เกิดความผันแปรของหน่วยของสิ่งเหล่านั้นด้วย (ตัว ผล และแท่ง) ความผันแปรเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะร่วมของจำนวนหนึ่งด้วยการมองเห็นลักษณะสำคัญจากความเหมือน แต่นักเรียนอาจประสบปัญหาในการทำความเข้าใจว่า “จำนวนหนึ่ง” คืออะไร เพราะภายในหน้านี้นักเรียนยังไม่มีโอกาสได้มองเห็น

จำนวนอื่น (2 3 4 และ 5) ในมุมมองของทฤษฎีความผันแปรกล่าวไว้ว่า ไม่มีเด็กคนไหนสามารถเรียนรู้ว่า สุนัขเป็นสัตว์ชนิดหนึ่งโดยปราศจากการมองเห็นสัตว์อื่น ความคิดเกี่ยวกับสุนัขเกิดจากประสบการณ์ว่า มันแตกต่างจากสัตว์อื่นอย่างไร ความผันแปรที่ปรากฏในหน้าที่ 2 จึงทำให้นักเรียนยังขาดโอกาสในการมองเห็นและเปรียบเทียบว่า จำนวนหนึ่งแตกต่างจากจำนวนอื่นอย่างไรเพราะนักเรียนไม่มีจำนวนอื่นใดเพื่อเปรียบเทียบกับจำนวนหนึ่ง (ลือชา ลดาชาติ และลฎาภา ลดาชาติ, 2560)

3. สุรเดช ศรีธา และอรวรรณ คูหเพ็ญแสง ได้ศึกษาวิจัยกรณีศึกษาการส่งเสริมการปฏิบัติการสอนของนิสิตฝึกประสบการณ์วิชาชีพศึกษาศาสตร์ในวิชาชีววิทยาเรื่อง อาณาจักรสัตว์ ด้วยทฤษฎีความหลากหลายของการเรียนรู้โดยวิธีการสอนงานและการเป็นพี่เลี้ยง การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกรณีศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นิสิตมีความเข้าใจการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีความหลากหลายของการเรียนรู้มากขึ้นโดยสามารถเลือกและใช้สื่อการเรียนรู้ได้ดีขึ้น มีการตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อใช้ในการปรับแผนการเรียนรู้ให้เหมาะสมมากขึ้น มีการวางแผนและการนำประสบการณ์การเรียนรู้ไปใช้มากขึ้น สามารถประเมินผลการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลายมากขึ้นสามารถนำผลการประเมินไปแก้ปัญหาความเข้าใจผิดของนักเรียน และมีเจตคติที่ดีต่อการจัดการเรียนรู้ในวิชาชีววิทยา นักเรียนที่นิสิตรับผิดชอบสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านพุทธิพิสัยอยู่ในระดับดีเยี่ยมร้อยละ 53.47 และนักเรียนที่ได้คะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดเท่ากับร้อยละ 5.94 (สุรเดช ศรีธา และอรวรรณ คูหเพ็ญแสง, 2560)

2.9.2 งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา ผู้วิจัยพบงานวิจัยในประเทศต่าง ๆ หลายประเทศ ซึ่งงานวิจัยที่ผู้วิจัยศึกษามีดังนี้

1. Yusepa, Kusumah & Kartasasmita ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาในประเทศอินโดนีเซีย” ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า การเพิ่มประสิทธิภาพของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาดีกว่าการเรียนการสอนแบบปกติ จากการพิจารณาในภาพรวมของระดับความรู้เดิม ขนาดของโรงเรียน สรุปได้ว่าการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาสามารถใช้เป็นรูปแบบการเรียนรู้ทางเลือกที่ดีเพื่อยกระดับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ (Yusepa, Kusumah, & Kartasasmita, 2018)

2. Oktaviyanthi & Dahlan ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การพัฒนาการสอนนิยามของลิมิตของฟังก์ชันด้วยใบงานชี้แนะตามวิธีการฝึกหัดทางปัญญาในประเทศอินโดนีเซีย” ผลการวิจัยพบว่า ขั้นตอนการสอน ประกอบด้วย ขั้นตอนการมีตัวแบบ (Modeling) เป็นขั้นตอนที่ครูบรรยายวิธีการนิยามลิมิตของฟังก์ชันและแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้นักศึกษาสามารถสังเกตทำความเข้าใจและสร้างกระบวนการสร้างแบบจำลองทางความคิดที่สำคัญ ขั้นตอนการชี้แนะ (Coaching) ครูแนะนำนักศึกษาผ่านกิจกรรมชี้แนะแนวทางหลังจากนั้นจึงนำไปสู่ขั้นตอนต่อไปคือ การให้ความช่วยเหลือ การประเมินกิจกรรมและการวินิจฉัยความยากง่าย ความท้าทายของงานจากการให้ข้อเสนอแนะของนักศึกษาขั้นพัฒนา (Scaffolding) ครูให้การสนับสนุน ส่งเสริม พัฒนานักศึกษาผ่านการเพิ่มความซับซ้อน

ของปัญหาและลดระดับการให้ความช่วยเหลือเพื่อให้ นักศึกษาสามารถทำงานของตนเองได้อย่างอิสระ (Oktaviyanthi & Dahlan, 2018)

3. Stalmeijer, Dolmans, Wolfhagen, & Scherpbier ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การฝึกหัดทางปัญญาในงานทางคลินิก: สามารถส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยการแสดงความคิดเห็นของนักศึกษาได้หรือไม่ในประเทศเนเธอร์แลนด์” ผลการศึกษายืนยันว่า รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาเป็นรูปแบบที่มีประโยชน์เนื่องจากเป็นกลยุทธ์การสอนในการฝึกอบรมทางคลินิกระดับปริญญาตรีและเป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับการประเมินผลการเสนอแนะการประเมินตนเองและการพัฒนาคณาจารย์ทางด้านคลินิก (Stalmeijer, Dolmans, Wolfhagen, & Scherpbier, 2009)

4. Liu ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “รูปแบบการเรียนรู้บนเว็บตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาเพื่อพัฒนาประสิทธิภาพและเจตคติของนักศึกษาครูสำหรับการวางแผนการเรียนการสอน: การออกแบบและการทดลองภาคสนามในประเทศไต้หวัน” ผลการศึกษายืนยันว่า นักศึกษาครูที่เรียนรู้บนเว็บตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญามีประสิทธิภาพ และเจตคติในการวางแผนการเรียนการสอนสูงกว่านักศึกษาครูกลุ่มที่เรียนรู้ด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้ตามปกติ (Liu, 2005)

สำหรับงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีความผันแปร ผู้วิจัยพบงานวิจัยในประเทศต่าง ๆ หลายประเทศ ซึ่งงานวิจัยที่ผู้วิจัยศึกษามีดังนี้

1. Gu, Huang, & Marton, ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านความผันแปรในประเทศจีน โดยเน้นการวิเคราะห์การจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของครูชาวจีนเป็นหลัก ข้อค้นพบตามบริบทของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศจีนมีดังนี้ 1) การท่องจำและการทำซ้ำมีความสำคัญต่อการทำความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง 2) การเรียนรู้แบบผันแปรช่วยเสริมสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ได้ 3) ความผันแปร ประกอบด้วย (1) ความผันแปรทางแนวคิด (Conceptual variation) ครูจะเสนอโจทย์ปัญหาที่มีความผันแปรอย่างเป็นระบบเพื่อให้ นักเรียนมองเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ซ่อนอยู่ (2) ความผันแปรทางกระบวนการ (Procedural variation) ที่เน้นให้นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายเพื่อแก้โจทย์ปัญหาข้อเดียว (3) ความผันแปรทางการประยุกต์ใช้ (Apply variation) เป็นการประยุกต์ ดัดแปลงปรับใช้วิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาไปใช้ในกลุ่มปัญหาที่คล้ายคลึงกัน (Gu et al., 2004)

2. Jing, Tamizi, Bakar, & Aralas ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การประยุกต์ใช้ทฤษฎีความผันแปรในห้องเรียน: ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตและแรงจูงใจในการเรียนรู้ของนักเรียน” ข้อสรุปจากการศึกษายืนยันว่า แนะนำให้ใช้กลยุทธ์ตามทฤษฎีความผันแปรในการเรียนการสอนพีชคณิตเนื่องจากมีประสิทธิภาพในทางปฏิบัติเกี่ยวกับพีชคณิตของนักเรียนแต่ไม่สามารถสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ของนักเรียน ผลจากการศึกษาพบว่า กลยุทธ์ตามทฤษฎีความผันแปรในการเรียนการสอนพีชคณิตมีผลกระทบต่อผลลัพธ์ด้านเจตคติของนักเรียนผ่านการได้รับคำแนะนำ (Jing et al., 2017)

3. Cheng ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การเรียนรู้ผ่านทฤษฎีความผันแปร: กรณีศึกษา” ผู้มีส่วนร่วมเป็นนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนโมดูลการจัดการความรู้ในสถาบันอุดมศึกษา ส่วนหนึ่งของบทเรียนที่สังเกตเห็นเกี่ยวข้องกับการสอนตามทฤษฎีความผันแปร พบว่า นักเรียนแต่ละคนที่มี

รูปแบบการเรียนรู้แตกต่างกันล้วนได้รับการตอบสนองมาจากทฤษฎีความผันแปร การที่นักเรียนได้ใช้ตัวอย่างที่สร้างขึ้นเองเพื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่แต่ละกลุ่มจัดทำขึ้นทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบแง่มุมที่สำคัญโดยการอ้างอิงข้ามตัวอย่างช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนมีความเข้าใจและการเรียนรู้ผ่านการพูดคุย ซึ่งการออกแบบการสอนดังกล่าว ใช้หลักการที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญคือ “กระตุ้นให้นักเรียนรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเองและทำให้นักเรียนมีอำนาจเหนือการเรียนรู้” แสดงให้เห็นว่า การเพิ่มการมีส่วนร่วมของนักเรียนในห้องเรียนส่งผลให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีประสิทธิภาพมากขึ้นและทฤษฎีความผันแปรนำไปครูไปสู่การออกแบบการสอนที่เหมาะสมและสามารถช่วยให้นักเรียนมองเห็นวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้ได้ (Cheng, 2016)

4. Ekawati & Lin ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การออกแบบเครื่องมืออาชีพเพื่อพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีความผันแปร” ผลการศึกษาพบว่า ทฤษฎีความผันแปรถูกนำมาใช้เพื่อคาดการณ์ของครูคณิตศาสตร์ในห้องเรียนของอินโดนีเซีย ทฤษฎีความผันแปรสามารถนำไปเป็นพื้นฐานสำหรับการออกแบบเครื่องมืออาชีพเพื่อพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งครูชาวอินโดนีเซียได้นำไปใช้พัฒนาความตระหนักในคุณสมบัติการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความอ่อนไหวของนักเรียนและวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันโดยพิจารณาจากตำราเรียนแห่งชาติ (Ekawati & Lin, 2014)

5. Tong ได้ศึกษาเรื่อง “การประยุกต์ใช้ทฤษฎีความผันแปรในการสอนอ่าน” งานวิจัยครั้งนี้เป็นการสำรวจประสิทธิผลของการใช้ทฤษฎีความผันแปรในการสอนอ่านในบทเรียนภาษาอังกฤษในโรงเรียนมัธยมศึกษาในฮ่องกง พบว่า การประยุกต์ใช้ทฤษฎีความผันแปรมีประสิทธิภาพช่วยให้ครูสามารถปรับจุดเน้นในวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้ซึ่งส่งผลให้นักเรียนได้รับความเข้าใจเกี่ยวกับบทบาทของตัวละครและการโต้ตอบกับเนื้อเรื่องที่ดีขึ้น การเปลี่ยนไปใช้วิธีการและการเรียนรู้อื่น ๆ ทำให้ทราบว่า กระบวนการเรียนรู้ไม่สามารถสำเร็จได้ในชั่วข้ามคืนแต่เกิดจากกระบวนการพิจารณาที่ใช้เวลาหลายสัปดาห์ ทฤษฎีความผันแปรไม่ได้ถูกนำเสนอว่าเป็นยาครอบจักรวาลสำหรับสถานการณ์การสอนทั้งหมดแต่เป็นวิธีหนึ่งในการเรียนรู้ที่อาจไม่เหมาะสมในทุกบริบท ทั้งนี้ ขึ้นอยู่กับบุคลิกลักษณะของนักเรียนซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องปรับและทดลองการสอน การเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้ทฤษฎีความผันแปรอย่างต่อเนื่องต่อไป (Tong, 2012)

6. Holmqvist et al. ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง “การสอนตามความรู้ก่อนหน้าของนักเรียนโดยใช้ทฤษฎีความผันแปร” ผลการศึกษาพบว่า ครูที่คุ้นเคยกับความรู้ก่อนหน้าของนักเรียนเกี่ยวกับภาษาแม่สามารถตระหนักถึงความผิดพลาดของนักเรียนในฐานะภาษาที่สองได้อย่างไรซึ่งจะมีผลอย่างมากต่อการเรียนการสอน นอกจากนี้ ยังทำให้ครูสามารถทำนายและวางแผนข้อมูลที่สำคัญสำหรับการพัฒนาสถานการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนมีโอกาสสูงสุดในการเรียนรู้ ช่วยให้ครูเข้าใจว่ามีจุดวิกฤติใดบ้างที่จำเป็นต่อการทำให้นักเรียนมองเห็นได้ ซึ่งเป็นผลทำให้ครูมีการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น ส่วนรูปแบบความผันแปรระหว่างคำสรรพนามอิสระและไม่เป็นอิสระถูกกำหนดล่วงหน้าในบทเรียน B และ C โดยในบทเรียน B จะเกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ในบทเรียน C จะค่อย ๆ แสดงรูปแบบที่ละนิดผ่านตารางที่แสดงคำสรรพนามอิสระและที่ขึ้นอยู่กับความเป็นเจ้าของซึ่งจะเปิดกว้างมากกว่าในบทเรียน A แสดงให้เห็นว่า การเปรียบเทียบคำสรรพนามที่เป็นอิสระโดยการทำความเข้าใจถึงความแตกต่างระหว่าง my กับ mine นักเรียนจะเรียนรู้วิธีการใช้ my นักเรียนเข้าใจว่าเมื่อใดจะไม่ใช้ my และเมื่อใดจะใช้ my ความสับสนในการแปล my (ไม่อิสระ) กับ mine (อิสระ)

จะถูกอธิบายได้ด้วย min (n-gender) กับ mitt (t-gender) จุดวิกฤตินี้จะช่วยส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียน (Holmqvist et al, 2008)

จากการศึกษางานวิจัยดังกล่าวข้างต้น พบว่า มีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการนำแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษา และอุดมศึกษา แต่เนื่องจากพบว่า งานวิจัยในลักษณะเหล่านี้ยังมีน้อย นอกจากนี้ ยังไม่เคยมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการนำแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรมาใช้ออกแบบรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำความรู้ที่ได้จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรที่พบว่า ช่วยให้นักเรียนมีความรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และจากนโยบายของสำนักการศึกษากรุงเทพมหานครตามแผนพัฒนาการศึกษาขั้นพื้นฐานกรุงเทพมหานคร ฉบับที่ 2 (พ.ศ. 2560 – 2563) มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้นอย่างน้อยร้อยละ 60 มาสู่การกำหนดสมมติฐานการวิจัยครั้งนี้ได้ดังนี้

“ข้อ 1 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน”

“ข้อ 2 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม”

สำหรับแนวทางการวิจัยในครั้งนี้ มี 3 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนำไปใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากนั้นจึงนำข้อมูลพื้นฐานที่ได้จากการศึกษาในขั้นตอนที่ 1 ไปใช้เป็นแนวทางสำหรับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนในขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เมื่อได้รูปแบบการเรียนการสอนฯ ที่ผ่านการประเมิน ตรวจสอบ พิจารณาความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญเรียบร้อยแล้วจึงนำไปสู่การทดลองใช้ในขั้นตอนที่ 3 การศึกษาผลของการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบ การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยรายละเอียดของการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยจะกล่าวในบทที่ 3 ต่อไป

บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย

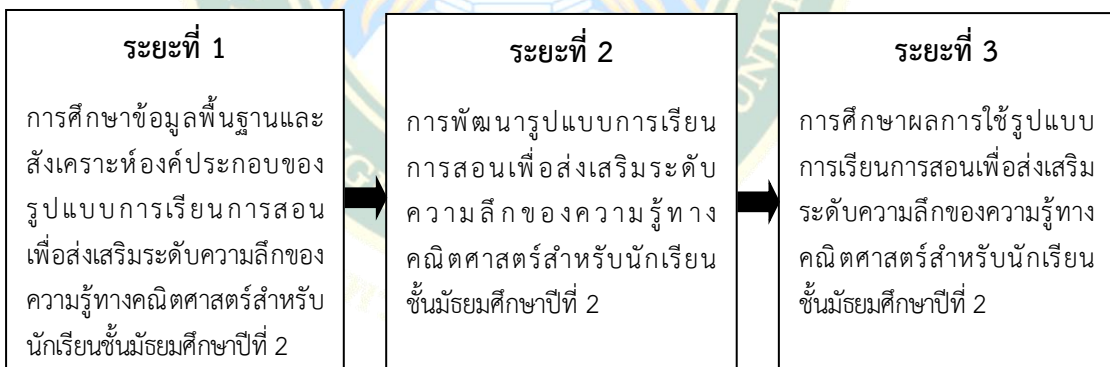
การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการโดยใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ประกอบด้วย การดำเนินการ 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เพื่อให้เห็นภาพรวมของการดำเนินการวิจัยที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอเสนอแผนผังความเชื่อมโยงของการดำเนินการ 3 ระยะ ดังนี้



ภาพที่ 2 ภาพรวมของการดำเนินการวิจัย 3 ระยะ

3.1 รูปแบบการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้รูปแบบการดำเนินการวิจัยแบบการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ดังนี้

การวิจัยครั้งนี้เริ่มต้นด้วยการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) ในระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการสำรวจโดยการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ หนังสือตำราวิชาการ เอกสารวิชาการ เอกสารหลักสูตร บทความวิชาการ บทความวิจัย งานวิจัยเพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

จากนั้นยืนยันผลการศึกษาโดยใช้เทคนิคเดลฟาย (Delphi Technique) ด้วยผู้เชี่ยวชาญ 9 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและพัฒนาหลักสูตร 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ และการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่านแล้วจึงนำผลที่ได้จากการศึกษาในระยะที่ 1 มาใช้เป็นกรอบแนวคิด การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนในระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับ ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) โดยพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐานและการสอนคณิตศาสตร์ 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัย การวัดและประเมินผลการศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 1 ท่านด้วยการประเมินความเหมาะสม/สอดคล้อง/ ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย จากนั้นจึงนำรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญเรียบร้อยแล้วมาทำการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ในระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นวิจัยเชิงปริมาณ (Quantitative Research) โดยการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดำเนินการดังนี้

1) เปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์กับ ก่อนเรียน

2) เปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ปีที่ 2 หลังเรียนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 60

ผู้วิจัยได้สรุปรายละเอียดการวิจัยทั้ง 3 ระยะ ซึ่งประกอบด้วยปัจจัยนำเข้า (Input) กระบวนการ (Process) และผลลัพธ์ (Output) สามารถสรุปได้ดังตาราง 17

GRAD VRU

ตารางที่ 17 การดำเนินการใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development)

ระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ขั้นตอน	วัตถุประสงค์	วิธีดำเนินการ	เครื่องมือที่ใช้	แหล่งข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
<p>ขั้นที่ 1</p> <p>ศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. เพื่อได้ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับสภาพปัญหาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ การประเมิน PISA ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ แนวคิดการฝึกหัดทางปัญหา และทฤษฎีความผันแปร</p> <p>2. เพื่อสังเคราะห์ปัจจัยที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ การประเมิน PISA ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ปัจจัยที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ แนวคิด การฝึกหัดทางปัญหา และทฤษฎีความผันแปร</p> <p>2. สังเคราะห์ปัจจัยที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. แบบศึกษาเอกสาร</p> <p>2. แบบสังเคราะห์เอกสาร</p> <p>3. แบบประเมินเอกสารยืนยันผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ การประเมิน PISA ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ปัจจัยที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ แนวคิด การฝึกหัดทางปัญหา และทฤษฎีความผันแปร</p> <p>2. ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 9 ท่าน</p>	<p>1. การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)</p> <p>2. ค่าร้อยละ (Percent)</p>

ตารางที่ 17 (ต่อ)

ระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ขั้นตอน	วัตถุประสงค์	วิธีดำเนินการ	เครื่องมือที่ใช้	แหล่งข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
ขั้นที่ 2 สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	เพื่อให้ได้องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	1. สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน 2. ยืนยันองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	1. แบบศึกษาเอกสาร 2. แบบสังเคราะห์เอกสาร 3. แบบประเมินเอกสารยืนยันผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 2. ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 9 ท่าน	1. การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) 2. ค่าร้อยละ (Percent)



GRAD VRU

ตารางที่ 17 (ต่อ)

ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ขั้นตอน	วัตถุประสงค์	วิธีดำเนินการ	เครื่องมือที่ใช้	แหล่งข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
ขั้นที่ 1 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น	1. เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน 2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพเบื้องต้นด้านความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น 3. เพื่อปรับปรุงความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น	1. ร่างรูปแบบการเรียนการสอน 2. ตรวจสอบคุณภาพเบื้องต้นด้านความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น 3. ปรับปรุงความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น	1. แบบประเมินความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอน 2. แบบประเมินความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น	1. ผลที่ได้จากการศึกษาในระยะเวลาที่ 1 2. ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน	1. การหาค่าเฉลี่ยความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ 2. การพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้อง 3. การพิจารณารับรองตามหลักจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์

GRAD VRU

ตารางที่ 17 (ต่อ)

ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ชั้นตอน	วัตถุประสงค์	วิธีดำเนินการ	เครื่องมือที่ใช้	แหล่งข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
ชั้นที่ 2 พัฒนาและ ตรวจสอบ ความ เหมาะสมของ เครื่องมือวิจัย ที่สร้างขึ้น	1. เพื่อสร้าง เครื่องมือวิจัย 2. เพื่อ ตรวจสอบ ความ เหมาะสมของ เครื่องมือวิจัย 3. เพื่อ ปรับปรุง เครื่องมือวิจัย	1. สร้าง เครื่องมือวิจัย 2. ตรวจสอบ ความเหมาะสม ของ เครื่องมือวิจัย 3. ปรับปรุง เครื่องมือวิจัย 4. หาคุณภาพ ของแบบวัด ระดับ ความลึกของรู้ ทางคณิตศาสตร์	1. เครื่องมือวิจัย ได้แก่ คู่มือการใช้ รูปแบบการเรียน การสอน แผนการจัด กิจกรรม การเรียนรู้ แบบประเมิน พฤติกรรม การเรียนรู้และ แบบวัดระดับ ความลึกของรู้ทาง คณิตศาสตร์ 2. แบบประเมิน ความเหมาะสม ของเครื่องมือวิจัย	1. ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน	1. การหาค่าเฉลี่ย ความเหมาะสม/ สอดคล้อง/ ความเป็นไปได้ 2. การพิจารณา ค่าดัชนี ความสอดคล้อง

GRAD VRU

ตารางที่ 17 (ต่อ)

ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ขั้นตอน	วัตถุประสงค์	วิธีดำเนินการ	เครื่องมือที่ใช้	แหล่งข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
<p>ขั้นที่ 3</p> <p>ทดลองนำร่องรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย</p>	<p>1. เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น</p> <p>2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้จัดการเรียนรู้</p>	<p>1. จัดเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>2. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนให้กับกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง</p> <p>3. จัดการทดสอบโดยใช้แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เคยเรียนเรื่องสถิติมาแล้ว 30 คน</p>	<p>1. รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>2. เครื่องมือวิจัย ได้แก่ คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบประเมินพฤติกรรมกรการเรียนรู้และแบบวัดระดับความลึกของรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างแต่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง</p> <p>1 ห้องเรียนสำหรับทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เคยเรียนเรื่องสถิติมาแล้ว 30 คน สำหรับทดลองใช้แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ผลการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>2. การพิจารณาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น</p>
<p>ขั้นที่ 4</p> <p>ปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย</p>	<p>เพื่อให้ได้รูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัยที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้ว</p>	<p>ปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการเรียนการสอนและเอกสารประกอบรูปแบบการสอนตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญมาก่อนนำไปใช้สอนจริงกับกลุ่มตัวอย่าง</p>	<p>แบบวิเคราะห์ข้อมูล</p>	<p>ผลที่ได้จากการศึกษาทดลองนำร่อง</p>	<p>การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)</p>

ตารางที่ 17 (ต่อ)

ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ชั้นตอน	วัตถุประสงค์	วิธีดำเนินการ	เครื่องมือที่ใช้	แหล่งข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
<p>ขั้นที่ 1</p> <p>การทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้ว</p>	<p>เพื่อได้ผล</p> <p>การทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>	<p>1. จัดเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>2. จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนให้กับกลุ่มตัวอย่าง</p>	<p>1. รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>2. เครื่องมือวิจัย ได้แก่ คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบประเมินพฤติกรรม</p> <p>การเรียนรู้และแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p>	<p>นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน</p>	<p>การวิเคราะห์คะแนนระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรม</p> <p>การเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>
<p>ขั้นที่ 2</p> <p>ประเมินผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p>	<p>เพื่อให้ได้ผลการประเมินผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p>	<p>1. ศึกษาผลการวิเคราะห์ผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p> <p>ในขั้นที่ 1</p> <p>2. ประเมินผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p>	<p>แบบสรุปผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p>	<p>ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอน</p>	<p>การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์</p> <p>-ระหว่าง หลังเรียนกับก่อนเรียน</p> <p>-ระหว่าง หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม</p>

3.2 การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการโดยใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ประกอบด้วย การดำเนินการ 3 ระยะ ดังนี้

3.2.1 ระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การดำเนินการวิจัยในระยะที่ 1 มีการดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 สังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

ผู้วิจัยเริ่มจากการศึกษาข้อมูลพื้นฐานจากเอกสารตำราวิชาการ เอกสารหลักสูตร บทความ วิชาการ บทความวิจัย และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2. ผลการเข้าร่วมโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA)

3. ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

4. แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

5. ทฤษฎีความผันแปร

6. รูปแบบการเรียนการสอน

ทั้งนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลพื้นฐาน สภาพปัญหา ความต้องการ และองค์ความรู้ด้านต่าง ๆ องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน รวมถึง แนวทางการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์จุดเน้นในการพัฒนานักเรียนในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2. ผลการวิเคราะห์ผลการเข้าร่วมโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA)

3. ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

4. ผลการศึกษาการวัดและประเมินความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

5. ผลการสังเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

6. ผลการศึกษารูปแบบการพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

7. ผลการสังเคราะห์สาระสำคัญของแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา

8. ผลการสังเคราะห์สาระสำคัญของทฤษฎีความผันแปร

9. ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการพัฒนาการคิดค้นแปรกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา

10. ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

11. ผลการสังเคราะห์กระบวนการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน

ผู้วิจัยกำหนดขอบเขตการวิจัยในระยะที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไว้ ดังนี้

1. ขอบเขตด้านเนื้อหา

1.1 ข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

1.2 ข้อมูลเกี่ยวกับผลการเข้าร่วมโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ของนักเรียนกลุ่มโรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร

1.3 ข้อมูลเกี่ยวกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.4 ข้อมูลเกี่ยวกับแนวทางการฝึกหัดทางปัญญา

1.5 ข้อมูลเกี่ยวกับทฤษฎีความผันแปร

1.6 ข้อมูลเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอน

2. ขอบเขตด้านแหล่งข้อมูล

แหล่งข้อมูลด้านเอกสาร ได้แก่

2.1 เอกสารหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2.2 เอกสารผลจากการเข้าร่วมโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA)

2.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.5 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการฝึกหัดทางปัญญา

2.6 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีความผันแปร

2.7 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน

แหล่งข้อมูลด้านบุคคล ได้แก่ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 9 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและพัฒนาหลักสูตร 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน

3. ขอบเขตตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.2 องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

4.1 แบบศึกษาเอกสาร

4.2 แบบสังเคราะห์เอกสาร

4.3 แบบประเมินเอกสาร

5. วิธีการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

ขั้นตอนในการดำเนินการสร้างแบบศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและแบบสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

5.1 กำหนดประเด็นในการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่ครอบคลุมตัวแปรที่ศึกษา

5.2 สร้างตารางบันทึกประเด็นสำคัญจากเอกสารและงานวิจัยที่ได้ศึกษา

5.3 สร้างตารางสังเคราะห์แนวคิดต่าง ๆ จากเอกสารและงานวิจัยที่ได้ศึกษา

5.4 นำแบบศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และแบบสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องของแบบศึกษาเอกสารแบบสังเคราะห์เอกสารและแบบประเมินเอกสาร

6. การรวบรวมข้อมูล

6.1 ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลด้านเอกสารด้วยตนเองโดยใช้วิธีการศึกษาค้นคว้าการวิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ที่ครอบคลุมตัวแปรที่ศึกษาจากเอกสารหลักสูตร เอกสารตำราวิชาการ บทความวิชาการ บทความวิจัย และงานวิจัยแล้วบันทึกลงในแบบบันทึกเอกสารจากนั้นนำมากำหนดเป็นร่างแนวคิดในการวิจัย

6.2 ผู้วิจัยนำข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้อง และยืนยันข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนจากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 9 ท่าน โดยใช้เทคนิคเดลฟายด้วยแบบประเมินเอกสารยืนยันผลการศึกษาค้นคว้าข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน (รายละเอียดดังภาคผนวก ข)

หลักเกณฑ์ในการยืนยันผลการศึกษาค้นคว้าข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ การยืนยันผลการศึกษาดำเนินการโดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่าเห็นด้วยกับผลการศึกษาหรือไม่ การยืนยันผลการศึกษาย่ยุดีกลงเมื่อผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วยกับผลการศึกษาทุกท่าน

7. วิธีวิเคราะห์ข้อมูล

7.1) ใช้การวิเคราะห์ (Content Analysis) เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่ได้จากการศึกษาเอกสารหลักสูตร เอกสารตำราวิชาการ บทความวิชาการ บทความวิจัย และงานวิจัย

7.2) ใช้การหาค่าร้อยละ (Percent) ของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

3.2.2 ระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้วิจัยนำผลการวิจัยที่ได้จากระยะที่ 1 เชื่อมโยงไปใช้ในระยะเวลาที่ 2 ดังนี้ ผู้วิจัยนำข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะ

สำคัญของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปร รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ 4 ระดับ รวมถึง ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมาใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานสำคัญในการออกแบบ รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นฝึกการคิดแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงผ่านตัวแบบโดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปรอย่างเป็นระบบ ที่ละขั้นตอน ให้นักเรียนแสดงออกในการคิดแก้ปัญหาด้วยการพูดหรือเขียนอย่างชัดเจน ให้นักเรียน ได้รับการชี้แนะ ช่วยเหลือให้คำปรึกษา รวมถึง พัฒนาการคิดจากครูและเพื่อนตามแนวคิดการฝึกหัด ทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ในการประเมิน PISA คือเริ่มจากสถานการณ์ปัญหาง่าย ๆ ใช้วิธีการแก้ปัญหาเพียงขั้นตอนเดียว มีข้อมูลให้ครบถ้วน หรือคล้ายตัวอย่างแต่ขาดข้อมูลบางส่วน เริ่มซับซ้อน ใช้วิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นความเชื่อมโยงสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ได้ระดับ ความยากขึ้นไปจนถึงสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่เคยพบเจอมาก่อน และ มีการประเมิน เปรียบเทียบข้อดี ข้อด้อยของวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ ทั้งนี้ เพื่อพัฒนาให้นักเรียน มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง สถิติ ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ซึ่งกำหนดให้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มี 5 องค์ประกอบคือ 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ ขั้นตอน การเรียนการสอน เนื้อหาสาระ และการวัดและประเมินผล ซึ่งผู้วิจัยกำหนดการวัดและประเมินผล โดยใช้วิธีการวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทาง คณิตศาสตร์

การพัฒนา รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในระยะที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบ การเรียนการสอนที่สร้างขึ้น

ขั้นที่ 2 พัฒนาและตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของเครื่องมือวิจัย ที่สร้างขึ้น

ขั้นที่ 3 ทดลองนำร่องรูปแบบการเรียนการสอนและเอกสารประกอบรูปแบบการเรียน การสอนที่สร้างขึ้น

ขั้นที่ 4 ปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการเรียนการสอนและเอกสารประกอบรูปแบบการเรียน การสอน

1. ขอบเขตด้านเนื้อหา

1.1 องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วย

1.1.1 หลักการ

1.1.2 วัตถุประสงค์

- 1.1.3 เนื้อหาสาระ
- 1.1.4 ขั้นตอนการเรียนการสอน
- 1.1.5 การวัดและประเมินผล
- 1.2 องค์ประกอบของเครื่องมือวิจัยสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีดังนี้
 - 1.2.1 คู่มือการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้
 - 1.2.2 แผนการจัดการเรียนรู้
- 1.3 แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 1.4 องค์ประกอบและเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. ขอบเขตด้านแหล่งข้อมูล
 - 2.1 แหล่งข้อมูลด้านข้อมูลพื้นฐาน ได้แก่ ผลการวิจัยในระยะที่ 1
 - 2.2 แหล่งข้อมูลด้านบุคคล ได้แก่ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานและการสอนคณิตศาสตร์ 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัย การวัดและประเมินผลการศึกษา 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน 1 ท่าน
 - 2.3 แหล่งข้อมูลด้านกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาทดลองนำร่อง ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 1 ห้องเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง
3. ขอบเขตตัวแปรที่ศึกษา
 - 3.1 ความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอน
 - 3.2 ความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของเครื่องมือวิจัย
 - 3.3 คุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 คุณภาพของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 4.1.1 เอกสารรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 - 4.1.2 เครื่องมือวิจัย ประกอบด้วย
 - 1) คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 - 2) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 - 4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย
 - 4.2.1 แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 4.4.2 แบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5. วิธีการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

การศึกษาในระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1.1 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีขั้นตอนการดำเนินการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพ ดังนี้

1) ยกร่างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยนำเสนอองค์ประกอบรูปแบบการสอน 5 องค์ประกอบ ประกอบด้วย หลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหาสาระ ขั้นตอนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการวัดและประเมินผล

2) นำรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของโครงสร้างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

3) นำรูปแบบการเรียนการสอนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) พิจารณาตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของโครงสร้างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยใช้แบบประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเครื่องมือวิจัย (รายละเอียดดังภาคผนวก ข) และหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) คือ ให้ผู้เชี่ยวชาญตอบในมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) ดังนี้

- | | |
|---------|--|
| 4 คะแนน | องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับมากที่สุด |
| 3 คะแนน | องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับมาก |
| 2 คะแนน | องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับปานกลาง |
| 1 คะแนน | องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับน้อย |
| 0 คะแนน | องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย |

จากนั้นผู้วิจัยนำคำตอบของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยใช้เกณฑ์คือ ค่าเฉลี่ย 2.50 – 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่า เข้าเกณฑ์ กล่าวคือ มีความถูกต้องและความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม สอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของโครงสร้างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยไปแปลความหมายระดับคุณภาพตามเกณฑ์ 4 ระดับ โดยใช้วิธีการหาความกว้างของอันตรภาคชั้น ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ช่วงกว้างของอันตรภาคชั้น} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}} \\ &= \frac{4 - 0}{5} \\ &= 0.80 \end{aligned}$$

คะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.80	มีความเหมาะสมในระดับน้อยที่สุด
คะแนนเฉลี่ย 0.81 – 1.60	มีความเหมาะสมในระดับน้อย
คะแนนเฉลี่ย 1.61 – 2.40	มีความเหมาะสมในระดับปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย 2.41 – 3.20	มีความเหมาะสมในระดับมาก
คะแนนเฉลี่ย 3.21 – 4.00	มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด

จากการตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอน พบว่า ในภาพรวมมีความเหมาะสมมากที่สุดมีค่าเฉลี่ย 3.74 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.47 ซึ่งผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นรายข้ออยู่ในระดับมากถึงมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.20 – 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00 – 0.89

1.2 คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพตามขั้นตอน ดังนี้

1) จัดทำคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นการเตรียมเอกสารต่าง ๆ ที่จัดทำขึ้นเพื่อให้รายละเอียดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดโดยในเอกสารดังกล่าวนี้จะกล่าวถึงสิ่งที่ผู้สอนต้องศึกษาหลักการวัตถุประสงค์ เนื้อหาสาระ ขั้นตอนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการวัดและประเมินผลที่จะช่วยให้เกิดความชัดเจนในการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2) นำคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาความถูกต้อง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

3) นำคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เสร็จเรียบร้อยแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่านชุดเดิม พิจารณา

ตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของโครงร่างคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยใช้แบบประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเครื่องมือวิจัย และหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) คือ ให้ผู้เชี่ยวชาญตอบในมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) ดังนี้

- 4 คะแนน องค์ประกอบของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับมากที่สุด
- 3 คะแนน องค์ประกอบของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับมาก
- 2 คะแนน องค์ประกอบของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับปานกลาง
- 1 คะแนน องค์ประกอบของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับน้อย
- 0 คะแนน องค์ประกอบของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย

จากนั้นนำเอาผลการตอบของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยใช้เกณฑ์คือ ข้อที่มีค่าเฉลี่ย 2.50 – 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่า เข้าเกณฑ์ กล่าวคือ มีความถูกต้องและความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของโครงร่างของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยไปแปลความหมายระดับคุณภาพตามเกณฑ์ 4 ระดับ โดยใช้วิธีการหาความกว้างของอันตรภาคชั้น ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ช่วงกว้างของอันตรภาคชั้น} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}} \\ &= \frac{4 - 0}{5} \\ &= 0.80 \end{aligned}$$

คะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.80	มีความเหมาะสมในระดับน้อยที่สุด
คะแนนเฉลี่ย 0.81 – 1.60	มีความเหมาะสมในระดับน้อย
คะแนนเฉลี่ย 1.61 – 2.40	มีความเหมาะสมในระดับปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย 2.41 – 3.20	มีความเหมาะสมในมาก
คะแนนเฉลี่ย 3.21 – 4.00	มีความเหมาะสมในมากที่สุด

จากการตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น ในภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 3.62 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.57 ซึ่งผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นรายข้ออยู่ในระดับมากที่สุดถึงมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.00 – 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00 – 0.89

1.3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับ ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาและ ตรวจสอบคุณภาพตามขั้นตอน ดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2) ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่จะนำมาใช้ในการทดลองคือ สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ทางสถิติ ในการแก้ปัญหา

3) ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางที่จะนำมาใช้ในการทดลองคือ ตัวชี้วัดที่ 1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ – ใบ อิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติ ไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม ซึ่งเป็นตัวชี้วัดในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีเนื้อหา สาระการเรียนรู้แกนกลาง ได้แก่ การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย แผนภาพจุด แผนภาพ ต้น – ใบ และอิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล ซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และ ฐานนิยม การแปลความหมายผลลัพธ์ และการนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง

4) ศึกษาเทคนิคและวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 24 ชั่วโมง ซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้

5.1) มาตรฐานการเรียนรู้

5.2) จุดประสงค์การเรียนรู้

5.3) สาระสำคัญ

5.4) สาระการเรียนรู้

5.5) กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

5.6) สื่อและแหล่งเรียนรู้

5.7) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องและ ความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้และความเหมาะสมในด้านการใช้ภาษา จากนั้นปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่านชุดเดิม พิจารณาตรวจสอบความถูกต้อง

และความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมโดยใช้แบบประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเอกสารประกอบการใช้รูปแบบการเรียนการสอน และหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) คือ ให้ผู้เชี่ยวชาญตอบในมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) ดังนี้

- | | |
|---------|---|
| 4 คะแนน | องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้องและความเป็นไปได้อยู่ในระดับมากที่สุด |
| 3 คะแนน | องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้องและความเป็นไปได้อยู่ในระดับมาก |
| 2 คะแนน | องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้องและความเป็นไปได้อยู่ในระดับปานกลาง |
| 1 คะแนน | องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับน้อย |
| 0 คะแนน | องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้อยู่ในระดับน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย |

จากนั้นนำเอาผลการตอบของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยใช้เกณฑ์คือ ข้อที่มีค่าเฉลี่ย 2.50 – 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่า เข้าเกณฑ์ กล่าวคือ มีความถูกต้องและความเหมาะสมในเรื่องของความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยไปแปลความหมายระดับคุณภาพตามเกณฑ์ 4 ระดับ โดยใช้วิธีการหาความกว้างของอันตรภาคชั้น ดังนี้

$$\text{ช่วงกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}}$$

$$= \frac{4 - 0}{5}$$

$$= 0.80$$

- | | |
|-------------------------|--------------------------------|
| คะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.80 | มีความเหมาะสมในระดับน้อยที่สุด |
| คะแนนเฉลี่ย 0.81 – 1.60 | มีความเหมาะสมในระดับน้อย |
| คะแนนเฉลี่ย 1.61 – 2.40 | มีความเหมาะสมในระดับปานกลาง |
| คะแนนเฉลี่ย 2.41 – 3.20 | มีความเหมาะสมในระดับมาก |
| คะแนนเฉลี่ย 3.21 – 4.00 | มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด |

จากการตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ในภาพรวมมีความเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 3.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.58 ซึ่งผู้เชี่ยวชาญ มีความคิดเห็นรายชื่ออยู่ในระดับมากที่สุดทุกข้อคำถาม โดยมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.40 – 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00 – 0.89

1.4 แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บ รวบรวมข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาวิจัยเพื่อทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 96 คะแนน ใช้เวลา 3 ชั่วโมง ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ฉบับดังนี้

ฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ 1 คำตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก (เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด เพียงคำตอบเดียว) จำนวน 16 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนนคือ ข้อ 1 – 16)

ฉบับที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน (พิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ว่า จริงหรือเท็จ) จำนวน 8 ข้อ แต่ละข้อมีข้อย่อย 4 ข้อ (ข้อย่อยละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 32 คะแนนคือ ข้อ 17 – 24)

ฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น (การเขียนตอบผลลัพธ์, การเขียนอธิบายให้เหตุผล) จำนวน 4 ข้อ (ข้อละ 4 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนนคือ ข้อที่ 25 – 28)

ฉบับที่ 4 แบบแสดงวิธีทำลงในกระดาษคำตอบจำนวน 2 ข้อ (ข้อละ 16 คะแนน คะแนนเต็ม 32 คะแนน ข้อที่ 29 – 30)

ซึ่งในการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพตามขั้นตอน ดังนี้

1) กำหนดจุดมุ่งหมายของการสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นการทดสอบเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนในการคิดและแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้หลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหา การตีความและ ประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายผลลัพธ์ในโลกชีวิตจริงโดยใช้การให้เหตุผลอย่างเป็น คณิตศาสตร์ตามแนวทางของ OECD (2018) ซึ่งสถานการณ์ปัญหาจะมีความยากง่ายใน 4 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) เป็นข้อคำถามเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาที่ เคยพบเจอมาก่อน มีข้อมูลให้ครบถ้วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ไม่ซับซ้อน

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นข้อคำถาม เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาที่เคยพบเจอมาก่อนแต่ขาดข้อมูลบางส่วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ไม่ซับซ้อน และมีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นข้อคำถาม เกี่ยวกับสถานการณ์ไม่เคยพบเจอมาก่อน มีข้อมูลให้ครบถ้วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ซับซ้อน และ มีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างซับซ้อน

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นข้อคำถาม เกี่ยวกับสถานการณ์ไม่เคยพบเจอมาก่อน ขาดข้อมูลบางส่วน แก้ปัญหาด้วยการคิดที่ซับซ้อน และ มีการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและลึกซึ้งอย่างมาก

2) ศึกษาเอกสาร ตำรา ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรที่ต้องการศึกษา โดยศึกษาทั้งในด้าน จุดมุ่งหมาย องค์ประกอบ เกณฑ์การให้คะแนน และวิธีการให้คะแนน

3) กำหนดโครงสร้างของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาองค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 เนื้อหาสาระ ได้แก่ แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล ซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม

องค์ประกอบที่ 2 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) และระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking)

องค์ประกอบที่ 3 รูปแบบข้อสอบ ได้แก่ แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก แบบเลือกตอบเชิงซ้อน แบบเขียนตอบสั้น และแบบแสดงวิธีทำ

รายละเอียดของโครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ตารางที่ 18 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 1)

เนื้อหาสาระ ที่ต้องการวัด	รูปแบบข้อสอบ			
	เลือกตอบ	เชิงซ้อน	ตอบสั้น	แสดงวิธีทำ
แผนภาพจุด	1 ข้อ		-	-
แผนภาพต้น – ใบ	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
ฮิสโทแกรม	1 ข้อ		-	-
ค่ากลางของข้อมูล	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
บูรณาการ	-	-	1 ข้อ	-

ตารางที่ 19 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 2)

เนื้อหาสาระ ที่ต้องการวัด	รูปแบบข้อสอบ			
	เลือกตอบ	เชิงซ้อน	ตอบสั้น	แสดงวิธีทำ
แผนภาพจุด	1 ข้อ		-	-
แผนภาพต้น – ใบ	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
ฮิสโทแกรม	1 ข้อ		-	-
ค่ากลางของข้อมูล	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
บูรณาการ	-	-	1 ข้อ	-

ตารางที่ 20 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 3)

เนื้อหาสาระ ที่ต้องการวัด	รูปแบบข้อสอบ			
	เลือกตอบ	เชิงซ้อน	ตอบสั้น	แสดงวิธีทำ
แผนภาพจุด	1 ข้อ		-	-
แผนภาพต้น – ใบ	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
ฮิสโทแกรม	1 ข้อ		-	-
ค่ากลางของข้อมูล	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
บูรณาการ	-	-	1 ข้อ	1 ข้อ

ตารางที่ 21 โครงสร้างแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ (ระดับ 4)

เนื้อหาสาระ ที่ต้องการวัด	รูปแบบข้อสอบ			
	เลือกตอบ	เชิงซ้อน	ตอบสั้น	แสดงวิธีทำ
แผนภาพจุด	1 ข้อ		-	-
แผนภาพต้น – ใบ	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
ฮิสโทแกรม	1 ข้อ		-	-
ค่ากลางของข้อมูล	1 ข้อ	1 ข้อ	-	-
บูรณาการ	-	-	1 ข้อ	1 ข้อ

ข้อสอบแสดงวิธีทำ ในระดับที่ 3 จะครอบคลุมเนื้อหาแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบและฮิสโทแกรม และส่วนในระดับที่ 4 จะครอบคลุมเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ซึ่งต้องแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมทั้งสาม กระบวนการ ได้แก่ การคิดและแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้หลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหา และการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายผลลัพธ์ในโลกชีวิตจริงโดยใช้การให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ (ข้อละ 16 คะแนน คะแนนรวม 32 คะแนน)

4) สร้างเกณฑ์ให้คะแนน ดังนี้

4.1) ข้อสอบแบบเลือกตอบ ข้อ 1 – 16 รวม 16 ข้อ ถ้าตอบถูกให้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดให้ 0 คะแนน คะแนนรวม 16 คะแนน

4.2) ข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน ข้อ 17 – 24 รวม 8 ข้อ แต่ละข้อมี 4 ข้อย่อย ถ้าตอบถูกให้ข้อย่อยละ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดให้ 0 คะแนน คะแนนรวม 32 คะแนน

4.3) ข้อสอบแบบตอบสั้น ข้อ 25 – 28 รวม 4 ข้อ ถ้าตอบถูกให้ 4 คะแนน ถ้าตอบผิดให้ 0 คะแนน คะแนนรวม 16 คะแนน

4.4) ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำใช้เกณฑ์การให้คะแนนเป็นแบบรูบริก (Scoring Rubric) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) จำนวน 1 ฉบับ ดังนี้

- ประเด็นที่ 1 การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริง
- 4 คะแนน ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติมได้ครบถ้วน
 - 3 คะแนน ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติมได้เป็นส่วนใหญ่
 - 2 คะแนน ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติมได้ประมาณกึ่งหนึ่ง
 - 1 คะแนน ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติมได้น้อยมาก
 - 0 คะแนน ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติมไม่ได้เลยหรือไม่ตอบ
- ประเด็นที่ 2 การคิดและแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4 คะแนน แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด
 - 3 คะแนน แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
 - 2 คะแนน แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องประมาณกึ่งหนึ่ง
 - 1 คะแนน แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องน้อยมาก
 - 0 คะแนน แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ผิดทั้งหมดหรือไม่ตอบ
- ประเด็นที่ 3 การใช้หลักการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหา
- 4 คะแนน แก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด
 - 3 คะแนน แก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
 - 2 คะแนน แก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องประมาณกึ่งหนึ่ง
 - 1 คะแนน แก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องน้อยมาก
 - 0 คะแนน แก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ผิดทั้งหมดหรือไม่ตอบ
- ประเด็นที่ 4 การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายผลลัพธ์ในโลกชีวิตจริง
- 4 คะแนน อธิบายผลการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด
 - 3 คะแนน อธิบายผลการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
 - 2 คะแนน อธิบายผลการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องประมาณกึ่งหนึ่ง
 - 1 คะแนน อธิบายผลการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องน้อยมาก
 - 0 คะแนน อธิบายผลการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบผิดทั้งหมดหรือไม่ตอบ

จากเกณฑ์การให้คะแนนเป็นแบบรูบรีค (Scoring Rubric) ดังกล่าวข้างต้น ซึ่งพิจารณาจาก

- 4 ประเด็น แต่ละประเด็นมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน คะแนนรวมจึงเป็น 16 คะแนน/ข้อ และมีข้อสอบ 2 ข้อ คะแนนรวมทั้งหมดจึงเป็น 32 คะแนน

การกำหนดเกณฑ์การแปลความหมายระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยปรับใช้เกณฑ์การจัดระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิด (บุญญาสุา แซ่หล่อ, 2557) คือ มีการดำเนินการจัดให้นักเรียนทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้วตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดจากนั้นนำคะแนนที่ทำข้อสอบในแต่ละระดับมาพิจารณาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 นักเรียนจะต้องได้คะแนนในแต่ละระดับตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปและมีการพัฒนาระดับให้สูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง ทั้งนี้ เกณฑ์ร้อยละ 50 ผู้วิจัยยึดตามแนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553) รายละเอียดของเกณฑ์การแปลความหมายระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

- 1) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 4 เมื่อทำข้อสอบในทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

2) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 3 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1, 2 และ 3 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

3) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 2 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 และ 2 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

4) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 1 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 2 และ/หรือ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

5) นักเรียนจะไม่สามารถจัดระดับได้ เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้น้อยกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ทำข้อสอบในระดับอื่น ๆ ระดับใดระดับหนึ่งหรือทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปเกณฑ์การแปลความหมายระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังปรากฏในตารางที่ 22 ต่อไปนี้

ตารางที่ 22 เกณฑ์การแปลความหมายระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ระดับที่ได้	ทักษะ/ ความคิดรวบ ยอด	การคิด เชิงกลยุทธ์	การคิด เชิงขยาย ความคิด	ระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	การคิดเชิงขยายความคิด
ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	การคิดเชิงกลยุทธ์
ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ทักษะ/ความคิดรวบยอด
ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ระดับที่ได้
ถูกน้อยกว่า 50%	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ไม่สามารถจัดระดับได้
ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	
ถูกน้อยกว่า 50%	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	
ถูกน้อยกว่า 50%	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูก 50% ขึ้นไป	
ถูกน้อยกว่า 50%	ถูก 50% ขึ้นไป	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูก 50% ขึ้นไป	
ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	ถูกน้อยกว่า 50%	

5) สร้างข้อสอบตามกรอบโครงสร้างที่กำหนด ดังนี้ แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ แบบเติมสั้น (การเขียนตอบผลลัพธ์, การเขียนอธิบายให้เหตุผล) จำนวน 4 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ

6) นำข้อคำถามที่ได้มาจัดชุดเป็นแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้วนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาความครอบคลุม สอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในโครงสร้างที่กำหนดและการใช้ภาษา

7) ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

8) นำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ดังรายละเอียดในภาคผนวก ข) ที่แก้ไขปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เสร็จเรียบร้อยแล้ว

ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่านชุดเดิม พิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) จากข้อคำถามและความครอบคลุม สอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในโครงสร้างที่กำหนดและการใช้ภาษา พร้อมทั้ง ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้อง จากนั้นนำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญไปหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) คือให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาใน 2 ประเด็น ได้แก่ ประเด็นที่ 1 พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้หรือไม่ และประเด็นที่ 2 พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยใช้วิธีของโรวินेलลี (Rovinelli) และแฮมเบิร์ตตัน (Hamberton) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) ดังนี้

ประเด็นที่ 1 พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้หรือไม่

- 1 คะแนน แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด
- 0 คะแนน ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่
- +1 คะแนน แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

ประเด็นที่ 2 พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้หรือไม่

- 1 คะแนน แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด
- 0 คะแนน ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดหรือไม่
- +1 คะแนน แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด

หลังจากผู้เชี่ยวชาญพิจารณาเสร็จแล้ว นำคำตอบของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้

ประเด็นที่ 1 พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้หรือไม่

ถ้ามีค่าเฉลี่ยมากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 เป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการจริง แต่ถ้ามีค่าเฉลี่ยน้อยกว่า 0.5 เป็นข้อสอบที่ต้องตัดทิ้งหรือแก้ไข เพราะไม่ได้วัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการจริง

ประเด็นที่ 2 พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้หรือไม่

ถ้ามีค่าเฉลี่ยมากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 เป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการจริง แต่ถ้ามีค่าเฉลี่ยน้อยกว่า 0.5 เป็นข้อสอบที่ต้องตัดทิ้งหรือแก้ไข เพราะไม่ได้วัดตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการจริง

จากการพิจารณาความสอดคล้องของข้อสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า ข้อสอบทั้ง 4 ฉบับ มีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีค่าเท่ากับ 1.00 ทุกข้อ มีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 1.00 ทุกข้อ

1.5 แบบประเมินพฤติกรรมกรเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการดำเนินการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการวัดและประเมินผลพฤติกรรมกรเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555)

2) กำหนดลักษณะของการใช้แบบประเมินคือ ให้ผู้สอนประเมินนักเรียนและ/หรือนักเรียนประเมินตนเอง โดยพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนแสดงออกในระหว่างการเรียนรู้หรือการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้เป็นระดับคุณภาพ 4 ระดับ ดังต่อไปนี้

ระดับมาก	นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินอย่างสม่ำเสมอตลอดเวลา
ระดับปานกลาง	นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินบ่อยครั้ง
ระดับน้อย	นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินบางครั้ง
ไม่มีการแสดงออก	นักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมที่ประเมิน

3) กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนระดับของพฤติกรรมที่แสดงออก ดังนี้

ระดับมาก	3	คะแนน
ระดับปานกลาง	2	คะแนน
ระดับน้อย	1	คะแนน
ไม่มีการแสดงออก	0	คะแนน

4) กำหนดเกณฑ์การแปลผลคะแนน ดังนี้

มีค่าเฉลี่ย 2.26 – 3.00	มีพฤติกรรมที่แสดงออกอยู่ในระดับมาก
มีค่าเฉลี่ย 1.51 – 2.25	มีพฤติกรรมที่แสดงออกอยู่ในระดับปานกลาง
มีค่าเฉลี่ย 0.76 – 1.50	มีพฤติกรรมที่แสดงออกอยู่ในระดับน้อย
มีค่าเฉลี่ย 0.00 – 0.75	ไม่มีการแสดงออกพฤติกรรม

5) นำผลการสังเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้จากการศึกษาในระยะที่ 1 ได้แก่ เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณมาใช้เป็นแนวทางสร้างแบบประเมินพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

6) นำแบบประเมินพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบความเหมาะสม และนำข้อเสนอแนะที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไข

7) ปรับปรุงแก้ไขแบบประเมินพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน พิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) จากรายการประเมินและนิยามศัพท์และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) คือ ให้ผู้เชี่ยวชาญตอบในมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) ดังนี้

4 คะแนน	ข้อความสอดคล้องกับนิยามศัพท์อยู่ในระดับมากที่สุด
3 คะแนน	ข้อความสอดคล้องกับนิยามศัพท์อยู่ในระดับมาก
2 คะแนน	ข้อความสอดคล้องกับนิยามศัพท์อยู่ในระดับปานกลาง
1 คะแนน	ข้อความสอดคล้องกับนิยามศัพท์อยู่ในระดับน้อย
0 คะแนน	ข้อความสอดคล้องกับนิยามศัพท์อยู่ในระดับน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย

จากนั้นนำเอาผลการตอบของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยใช้เกณฑ์คือ ข้อที่มีค่าเฉลี่ย 2.50-4.00 และส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่า เข้าเกณฑ์ เหมาะสมในการใช้ชีวิตตามนิยามศัพท์ที่ระบุไว้ และปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามให้สมบูรณ์ เหมาะสมตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญจากนั้นนำค่าเฉลี่ยไปแปลความหมายระดับคุณภาพตามเกณฑ์ 4 ระดับ โดยใช้วิธีการหาความกว้างของอันตรภาคชั้น ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ช่วงกว้างของอันตรภาคชั้น} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}} \\ &= \frac{4 - 0}{5} \\ &= 0.80 \end{aligned}$$

คะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.80	มีความเหมาะสมในระดับน้อยที่สุด
คะแนนเฉลี่ย 0.81 – 1.60	มีความเหมาะสมในระดับน้อย
คะแนนเฉลี่ย 1.61 – 2.40	มีความเหมาะสมในระดับปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย 2.41 – 3.20	มีความเหมาะสมในมาก
คะแนนเฉลี่ย 3.21 – 4.00	มีความเหมาะสมในมากที่สุด

จากการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นอยู่ในระดับมากที่สุดทุกข้อคำถาม โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00 ทุกข้อคำถาม

สำหรับการยื่นขอรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์และการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยนี้ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. เมื่อผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการตรวจสอบความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเครื่องมือวิจัย ซึ่งประกอบด้วย คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ซึ่งดำเนินการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่านเสร็จเรียบร้อยแล้วจึงนำไปสู่การปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ หลังจากนั้นผู้วิจัยดำเนินการยื่นขอรับการพิจารณารับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ต่อคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ เมื่อวันที่ 22 ตุลาคม 2563 และผ่านการรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์เมื่อวันที่ 7 ธันวาคม 2563 หนังสือรับรองเลขที่ อว 0630.08/จ.159

2. เมื่อผ่านการรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์เรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยยื่นเสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ในพระบรมราชูปถัมภ์ เมื่อวันที่ 9 ธันวาคม 2563 เพื่อขอหนังสืออนุเคราะห์ทดลองใช้เครื่องมือวิจัยเสนอต่อผู้อำนวยการสำนักการศึกษา กรุงเทพมหานครตามประกาศสำนักศึกษากรุงเทพมหานคร เรื่อง แนวทางการขอข้อมูลเพื่อการวิจัยในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร (สำนักการศึกษา กรุงเทพมหานคร, 2562) ซึ่งเป็นเอกสารประกาศ

ลงวันที่ 8 ตุลาคม 2562 จากนั้นผู้วิจัยนำหนังสือขอความอนุเคราะห์ทดลองใช้เครื่องมือวิจัยที่ออกโดยบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ลงวันที่ 28 ธันวาคม 2563 พร้อมแนบเอกสารประกอบ ซึ่งประกอบด้วย โครงร่างวิทยานิพนธ์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย หนังสือเอกสารที่แสดงถึงการได้รับอนุมัติโครงร่างวิจัยแล้ว และหนังสือรับรองจากคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในคนของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี รายการละ 1 ชุด เสนอต่อผู้อำนวยการสำนักการศึกษา กรุงเทพมหานคร เพื่อขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน สำหรับการทดลองใช้รูปแบบการเรียนการสอน และทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำหรับการทดลองใช้แบบวัดระดับความรู้ของความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 คน

3. สำนักงานยุทธศาสตร์การศึกษา (ส่วนนโยบายและแผนการศึกษา) ดำเนินการส่งหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัยถึงผู้อำนวยการเขตนครหลวงสามวา ลงวันที่ 19 มกราคม 2564 จากนั้นผู้อำนวยการสำนักงานเขตคลองสามวาประสานงานกับผู้อำนวยการโรงเรียนวัดคูบอน (วัดน่านันทอุทิศ) ในวันที่ 20 มกราคม 2564 เมื่อผู้วิจัยได้รับหนังสืออนุญาตให้ทดลองใช้เครื่องมือวิจัยในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานครจากสำนักการศึกษา กรุงเทพมหานครแล้ว ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการประสานงานและทดลองใช้เครื่องมือวิจัยกับนักเรียนที่มีลักษณะคล้ายกับกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเองโดยทดลองจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนวัดคูบอน (วัดน่านันทอุทิศ) สำนักงานเขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร ระหว่างวันที่ 1 – 5 กุมภาพันธ์ 2564 ณ ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 อาคาร 4 ชั้น 5 และทดลองใช้แบบวัดระดับความรู้ของความคิดทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 จำนวน 30 คน ในวันที่ 1 กุมภาพันธ์ 2564 ณ ห้องเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 อาคาร 4 ชั้น 5 ทั้งนี้ ผู้วิจัยจะชี้แจงเพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับการทำวิจัยครั้งนี้กับนักเรียนและให้นักเรียนอ่านรายละเอียดเมื่อนักเรียนแสดงความยินยอมโดยสมัครใจจะให้นักเรียนลงชื่อในหนังสือแสดงความยินยอมเข้าร่วมโครงการวิจัยไว้เป็นลายลักษณ์อักษรก่อนลงมือทำการวิจัย

5. ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการสอนโดยใช้ผลที่ได้จากการศึกษาทดลองนำร่องก่อนนำไปใช้สอนจริงกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ห้องเรียนในระยะที่ 3

6. หลังจากนำแบบวัดระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยได้สอบถามนักเรียนเพิ่มเติมเกี่ยวกับความเข้าใจในข้อความต่าง ๆ ความแจ่มชัดของข้อคำถามต่าง ๆ เวลาที่ใช้ในการตอบปัญหาที่พบในขณะตอบ รวมทั้งให้วิจารณ์ข้อสอบ และเวลาที่ใช้ในการตอบด้วย แล้วนำข้อมูลเหล่านั้นมาปรับปรุงแบบวัดระดับความคิดทางคณิตศาสตร์

7. ผู้วิจัยหาค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และความเชื่อมั่น (Reliability) สำหรับข้อสอบที่เป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก แบบเลือกตอบเชิงซ้อน และแบบเขียนตอบสั้น ผู้วิจัยวิเคราะห์หาค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) แล้ว

คัดเลือกเอาข้อคำถามเฉพาะข้อที่มีค่าความยากอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดคือ อยู่ระหว่าง .20 ถึง .80 และมีค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดคือ ไม่ต่ำกว่า .20 (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สูตรของ Kuder-Richardson ที่เรียกว่า KR-20 บุญชม ศรีสะอาด, 2560) ซึ่งค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ตัดสินโดยใช้เกณฑ์ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่า 0.50 (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) ซึ่งปรากฏผลการหาคุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) ข้อสอบที่เป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก มีค่าความยากระหว่าง 0.37 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.21 – 0.25 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92

2) ข้อสอบที่เป็นแบบเลือกตอบเชิงซ้อน มีค่าความยากระหว่าง 0.23 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.20 – 0.25 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95

3) ข้อสอบที่เป็นแบบเขียนตอบสั้น มีค่าความยากระหว่าง 0.20 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.40 – 0.80 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

8. ผู้วิจัยหาค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และความเชื่อมั่น (Reliability) สำหรับข้อสอบที่เป็นแบบเขียนแสดงวิธีทำ ผู้วิจัยนำกระดาษคำตอบตอนที่ 4 แสดงวิธีทำไปให้ครูคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ท่าน ตรวจสอบให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดจากนั้นนำผลการตรวจให้คะแนนไปหาคุณภาพโดยใช้สูตรคำนวณหาค่าความยาก (Difficulty) และอำนาจจำแนก (Discrimination) ตามวิธีของ Drake จากนั้นพิจารณาข้อสอบข้อที่มีค่าความยากระหว่าง .20 ถึง .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ส่วนการหาค่าความเชื่อมั่นนั้น ใช้เกณฑ์พิจารณาความเชื่อมั่น (Reliability) คือ ไม่ต่ำกว่า 0.50 จึงจะถือว่า ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำและเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Scoring Rubric) มีความเชื่อมั่นพอที่จะนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการทดลองได้ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) พบว่า ข้อสอบที่เป็นแบบแสดงวิธีทำ มีค่าความยากระหว่าง 0.39 – 0.40 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.55 – 0.58 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.88

9. จากผลการหาค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และความเชื่อมั่น (Reliability) ในข้อ 7 และข้อ 8 พบว่า ข้อสอบทุกข้อเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้จึงนำไปสู่การจัดชุดข้อคำถามเป็นแบบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้เก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ผลจากการดำเนินการในระยะที่ 2 การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ แบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบฝึกหัด และแบบวัดระดับความรู้ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมทั้งจากการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการนำไปทดลองใช้และดำเนินการปรับปรุงตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วนำไปสู่การนำไปใช้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในระยะที่ 3 ต่อไป

8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยจำแนกสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ออกเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือการวิจัย ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น

3.2.3 ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เมื่อได้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เครื่องมือวิจัยซึ่งประกอบด้วย คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน แผนการจัดการเรียนรู้พร้อมทั้งแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และแบบฝึกหัด จำนวน 12 แผน และแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ที่ผ่านการประเมินความเหมาะสม ความสอดคล้องและความเป็นไปได้จากผู้เชี่ยวชาญแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การนำรูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไปใช้สอนจริงกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อให้ได้ทราบผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน โดยศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนจากระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ ผู้วิจัยจะชี้แจงทำความเข้าใจเกี่ยวกับการทำวิจัยครั้งนี้กับนักเรียนและให้นักเรียนอ่านรายละเอียดเมื่อนักเรียนแสดงความยินยอมโดยสมัครใจจะให้นักเรียนลงชื่อในหนังสือแสดงความยินยอมเข้าร่วมโครงการวิจัยไว้เป็นลายลักษณ์อักษรก่อนลงมือทำการวิจัย

สำหรับรูปแบบของเกณฑ์การพิจารณาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนคือ คะแนนเฉลี่ยระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ทั้งนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การทดสอบสมมติฐานการวิจัยดังนี้

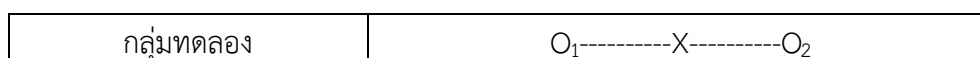
สมมติฐานข้อที่ 1 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานข้อที่ 2 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการวิจัยเชิงปริมาณในระยะที่ 3 ดังรายละเอียด ต่อไปนี้

1. แบบแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) มีกลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว โดยมีรูปแบบการวิจัย ดังภาพที่ 3 และภาพที่ 4



ภาพที่ 3 รูปแบบการวิจัยแบบ One group pretest-posttest design

- O₁ คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลก่อนการทดลอง
- X คือ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- O₂ คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลหลังการทดลอง

กลุ่มทดลอง	X-----O ₂
------------	----------------------

ภาพที่ 4 รูปแบบการวิจัยแบบ One group posttest design

- X คือ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- O₂ คือ การเก็บรวบรวมข้อมูลหลังการทดลอง

จากภาพที่ 3 รูปแบบการวิจัยแบบ One group pretest-posttest design มีการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งก่อนและหลังการทดลองจากการทดสอบโดยใช้แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ส่วนภาพที่ 4 รูปแบบการวิจัยแบบ One group posttest design มีการเก็บรวบรวมข้อมูลหลังการทดลองจากการทดสอบโดยใช้แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การทดลองในครั้งนี้ ผู้วิจัยออกแบบการทดลองโดยยึดหลักการที่เรียกว่า The Max Min Con Principle ซึ่งเป็นหลักการควบคุมความแปรปรวนของตัวแปรในการวิจัยเพื่อให้ผลการวิจัยมีทั้งความตรงภายนอกและความตรงภายใน (Kirk, 2013) ผู้วิจัยดำเนินการออกแบบการทดลองตามหลักการ Max Min Con ดังนี้

2.1 Max (Maximization of The Systematic Variance) การจัดให้มีความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างมากที่สุด โดยเก็บข้อมูลจากนักเรียนที่เป็นกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน ด้วยการใช่วิธีการเก็บข้อมูลที่มีแนวคิดแตกต่างกันมาก ได้แก่ การทดสอบเพื่อประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน การสังเกตการตอบคำถามของนักเรียน การประเมินชิ้นงาน และการตรวจแบบฝึกหัด และผู้วิจัยทำให้สภาพการทดลองมีความแตกต่างจากสภาพการจัดการเรียนการสอนปกติตามคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ให้มากที่สุด โดยออกแบบขั้นตอนการเรียนการสอนออกเป็น 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด และขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ โดยเน้นการเรียนรู้จากตัวอย่างการแก้ปัญหาที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างซ้ำ ๆ อย่างเป็นขั้นเป็นตอน มุ่งให้นักเรียนเข้าใจวิธีการคิดและวิธีการหาคำตอบของครูให้มากที่สุด นักเรียนได้นำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหา มีการสื่อสารและสะท้อนกลับ ได้รับการชี้แนะและพัฒนาการคิด รวมถึง

ได้เผชิญปัญหาใหม่ที่ท้าทาย แปลกใหม่ และมีความซับซ้อนตามแนวคิดทฤษฎีการฝึกหัดทางปัญญาผ่าน การเรียนรู้ตัวอย่าง การทำแบบฝึกหัดที่มีโจทย์ปัญหาซึ่งออกแบบตามทฤษฎีความผันแปร พร้อมกันนี้ นักเรียนยังได้เรียนรู้ผ่านฝึกการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

2.2 Min (Minimization of Error Variance) ลดความคลาดเคลื่อนจากการวัดโดยสร้าง และหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัยในทุกระยะด้วยกระบวนการดำเนินการอย่างมีระบบระเบียบ เป็นขั้นเป็นตอน ผ่านการตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยพิจารณา ความตรงตามเนื้อหา (Content validity) ความถูกต้องในการใช้ภาษาเพื่อเป็นการตรวจสอบคุณภาพ เบื้องต้นแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์จากนั้นทำการทดสอบ ความตรง (Validity) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ประเมินความถูกต้อง ความครบถ้วนสมบูรณ์ ความเหมาะสม ความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ของเครื่องมือวิจัยต่าง ๆ มีการหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือ มีการปรับปรุงแก้ไขโดยใช้ข้อเสนอแนะจากอาจารย์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้เชี่ยวชาญ และจากการนำไปทดลองใช้ (Try Out) ทั้งนี้ เพื่อให้ได้เครื่องมือ ในการวิจัยที่มีคุณภาพทั้งในด้านความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นมากที่สุดและลดความคลาดเคลื่อน ของผลการทดลอง นั่นเอง

2.3 Con (Control of Extraneous Systematic Variance) การควบคุมความแปรปรวน ที่เกิดจากตัวแปรแทรกซ้อนที่ส่งผลอย่างมีระบบ การวิจัยครั้งนี้ไม่มีการสุ่มกลุ่มตัวอย่างเข้าสู่ กลุ่มทดลองอย่างสมบูรณ์ (Random Assignment) แต่ผู้วิจัยกำหนดประชากรเป็นโรงเรียนที่มีระบบ การจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ ดังนั้น นักเรียนแต่ละห้องจึงมีความสามารถใกล้เคียงกัน ผู้วิจัยควบคุมความลำเอียงของผู้ทดลอง (Experimenter Bias) เพื่อให้ผลการวิจัยเป็นไปตาม วัตถุประสงค์ของการวิจัยด้วยการตรวจให้คะแนนคำตอบในส่วนที่เป็นการแสดงวิธีทำโดยใช้ ครอบคลุมศาสตร์จำนวน 2 ท่าน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย ผู้วิจัยใช้การประเมินพฤติกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นระยะ ๆ ทั้งนี้ เพื่อควบคุมตัวแปรก่อกวนที่อาจเกิดขึ้นระหว่างเรียน

3. ขอบเขตด้านแหล่งข้อมูล

การสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการกำหนด แหล่งข้อมูล ซึ่งเป็นนักเรียนดังต่อไปนี้

3.1 การกำหนดประชากร

การศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยกำหนดให้ประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสังกัดสำนักงานศึกษา กรุงเทพมหานคร เป็นตัวแทนของประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากนักเรียนกลุ่มดังกล่าว เป็นตัวแทนของนักเรียนที่ผ่านการศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 และระดับประถมศึกษาที่เรียนคณิตศาสตร์ พื้นฐานตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานในการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานมาแล้ว มีนโยบายการจัด นักเรียนเข้าชั้นเรียนแบบละความสามารถแก่ ปานกลาง และอ่อน รวมถึง เป็นตัวแทนของกลุ่มนักเรียน ที่จะต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเรียนต่อทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง รวมถึง ระดับบัณฑิตศึกษาต่อไป ดังนั้น จึงเป็นกลุ่มนักเรียนที่เหมาะสม สำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรมซึ่งมีความจำเป็นที่จะต้องได้รับการส่งเสริมให้มีความรู้

ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้นด้วย ทั้งนี้ เพื่อนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้นและการประกอบอาชีพในอนาคตต่อไป

3.2 การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกซึ้งของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มจากกลุ่มสำนักงานเขต ซึ่งมีทั้งหมด 6 กลุ่ม มา 1 กลุ่มสำนักงานเขต

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มจากกลุ่มสำนักงานเขต มา 1 สำนักงานเขต

ขั้นตอนที่ 3 สุ่มจากสำนักงานเขต มา 1 กลุ่มเครือข่ายโรงเรียน

ขั้นตอนที่ 4 สุ่มจากกลุ่มเครือข่ายโรงเรียน มา 1 โรงเรียน

ขั้นตอนที่ 5 สุ่มจากโรงเรียน มา 1 ห้องเรียน

ซึ่งขั้นตอนในการดำเนินการเพื่อทำสุ่มกลุ่มตัวอย่างด้วยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้กลุ่มสำนักงานเขตเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งประกอบด้วย กลุ่มกรุงเทพมหานคร กลุ่มกรุงเทพใต้ กลุ่มกรุงเทพเหนือ กรุงเทพมหานคร และกรุงเทพมหานคร ได้ตัวอย่างมา 1 กลุ่มสำนักงานเขต คือ กลุ่มกรุงเทพตะวันออก ประกอบด้วย เขตบางกะปิ สะพานสูง บึงกุ่ม คันนายาว ลาดกระบัง มีนบุรี หนองจอก คลองสามวา และประเวศ

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยสำนักงานเขตเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 สำนักงานเขตคือ สำนักงานเขตคลองสามวา ซึ่งประกอบด้วย เครือข่ายโรงเรียนที่ 50 และเครือข่ายโรงเรียนที่ 51

ขั้นตอนที่ 3 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้กลุ่มเครือข่ายโรงเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 กลุ่มเครือข่ายโรงเรียน คือ เครือข่ายโรงเรียนที่ 50 ประกอบด้วย โรงเรียนที่จัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นคือ โรงเรียนวัดพระยาสุเรนทร์ (บุญมีอนุกุล) และโรงเรียนวัดคูบอน (วัฒนานันท์อุทิศ)

ขั้นตอนที่ 4 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้โรงเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 โรงเรียนคือ โรงเรียนวัดคูบอน (วัฒนานันท์อุทิศ) ซึ่งมีห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้อง คือ ห้องเรียน ม.2/1 ห้องเรียน ม.2/2 และห้องเรียน ม.2/3

ขั้นตอนที่ 5 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับสลาก โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจากการสุ่มตัวอย่าง ได้ตัวอย่างมา 1 ห้องเรียนคือ ห้องเรียน ม.2/3 ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 36 คน

4. ขอบเขตด้านตัวแปรการวิจัย

4.1 ตัวแปรอิสระ (Independent variable) ได้แก่ การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4.2 ตัวแปรตาม (Dependent variable) ได้แก่ ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ระดับที่ 1 ระดับที่ 2 ทักษะหรือความคิดรวบยอด ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์ และระดับที่ 4 การคิดเชิงขยายความคิด

5. ขอบเขตด้านเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เนื้อหาสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา ตัวชี้วัดที่ 1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล จากแผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ ไฮ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีเนื้อหาสาระการเรียนรู้แกนกลาง ได้แก่ การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย แผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ ไฮ และฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล ซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม การแปลความหมายผลลัพธ์ และการนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง

6. ขอบเขตด้านระยะเวลา

ผู้วิจัยได้นำรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเอกสารประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 มีระยะเวลา 8 สัปดาห์ โดยใช้เวลาดทดลองรูปแบบการสอน จำนวน 24 ชั่วโมง ทดสอบก่อนเรียนจำนวน 3 ชั่วโมง และทดสอบหลังเรียน จำนวน 3 ชั่วโมง รวมใช้เวลาทั้งหมด 30 ชั่วโมง

7. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

7.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

7.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 หน่วยการเรียนรู้ 12 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ละ 2 ชั่วโมง รวมเวลา 24 ชั่วโมง

7.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

7.2.1 แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

7.2.2 แบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

8. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนจากระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมการก่อนใช้รูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยดำเนินการจัดปฐมนิเทศ เพื่อให้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการสอนแก่นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ซึ่งมีจำนวน 36 คน โดยดำเนินการในวันที่ 5 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 ดังนี้

1. ผู้วิจัยประสานงานและนัดหมายกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 พร้อมจัดเตรียมเอกสาร และสื่อการจัดการเรียนรู้ให้มีความพร้อมในการสนับสนุนการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนได้ครบทุกคน

2. ผู้วิจัยให้ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบและวิธีดำเนินการ ในแต่ละขั้นตอน อธิบายเกี่ยวกับบทบาทของครูผู้สอนและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ระบบ สังคมในห้องเรียน รวมถึง วิธีการวัดและประเมินผล

3. ผู้วิจัยให้ความรู้เกี่ยวกับเอกสารสำหรับให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ใช้ประกอบการเรียนการสอนและวิธีใช้เอกสารดังกล่าว ได้แก่ ใบความรู้ ใบงาน แบบฝึกหัด และ แบบประเมินต่าง ๆ

4. ผู้วิจัยวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนในวันที่ 5 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 เวลา 08.30 – 11.30 น. ณ ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 อาคาร 4 ชั้น 5 โรงเรียนวัดคูบอน (วัดน่านนันทอุทิศ)

5. วันที่ 5 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 หลังเสร็จสิ้นการทดสอบก่อนเรียน ผู้วิจัยดำเนินการตรวจให้ คะแนนจากการวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ตามเกณฑ์ที่กำหนดทันที

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการใช้รูปแบบการเรียนการสอน ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลใน ระยะทดลองจริง โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. วันที่ 5 – 8 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 ผู้วิจัยจัดเตรียมเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ ให้เพียงพอแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ซึ่งมีจำนวน 36 คน

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล มีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1) ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึก ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 โดยผู้วิจัยใช้เวลาในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง รวม 24 ชั่วโมง ระหว่างวันที่ 9 กุมภาพันธ์ ถึง วันที่ 16 มีนาคม 2564 ดังตารางที่ 23

2) ผู้วิจัยบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายชั่วโมงจากที่ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมการ เรียนรู้ การซักถาม การสนทนา การตอบคำถาม รวมถึง การตรวจแบบฝึกหัด การตรวจผลงาน และการนำเสนอข้อมูลของนักเรียน

ตารางที่ 23 ตารางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผน ที่	วันอังคาร	วันพุธ	วันพฤหัสบดี	วันศุกร์
1	9 ก.พ. 64 (09.30 – 10.30 น. และ 14.30 – 15.30 น.)	-	-	-
2	-	10 ก.พ. 64 (09.30 – 10.30 น.)	11 ก.พ. 64 (15.30 – 16.30 น.)	12 ก.พ. 64 วันหยุด
3	16 ก.พ. 64 (09.30 – 10.30 น. และ 14.30 – 15.30 น.)	-	-	-
4	-	17 ก.พ. 64 (09.30 – 10.30 น.)	18 ก.พ. 64 (15.30 – 16.30 น.)	-
5	23 ก.พ. 64 (09.30 – 10.30 น.)	-	-	19 ก.พ. 64 (08.30 – 09.30 น.)
6	23 ก.พ. 64 (14.30 – 15.30 น.)	24 ก.พ. 64 (09.30 – 10.30 น.)	-	-
7	2 มี.ค. 64 (09.30 – 10.30 น.)	-	25 ก.พ. 64 (15.30 – 16.30 น.)	26 ก.พ. 64 วันหยุด
8	2 มี.ค. 64 (14.30 – 15.30 น.)	3 มี.ค. 64 (09.30 – 10.30 น.)	-	-
9	-	-	4 มี.ค. 64 (15.30 – 16.30 น.)	5 มี.ค. 64 (08.30 – 09.30 น.)
10	9 มี.ค. 64 (09.30 – 10.30 น. และ 14.30 – 15.30 น.)	-	-	-
11	-	10 มี.ค. 64 (09.30 – 10.30 น.)	11 มี.ค. 64 (15.30 – 16.30 น.)	-
12	16 มี.ค. 64 (09.30 – 10.30 น.)	-	-	12 มี.ค. 64 (08.30 – 09.30 น.)

ชั้นที่ 3 ชั้นการดำเนินการหลังใช้รูปแบบการเรียนการสอน

1. ผู้วิจัยวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนซึ่งเป็นชุดเดียวกันกับก่อนเรียนในวันที่ 17 มีนาคม พ.ศ. 2564 เวลา 08.30 – 11.30 น. ณ ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 อาคาร 4 ชั้น 5 โรงเรียนวัดคูบัว (วัฒนานันท์อุทิศ)

2. วันที่ 17 มีนาคม พ.ศ. 2564 หลังเสร็จสิ้นการทดสอบหลังเรียน ผู้วิจัยดำเนินการตรวจให้คะแนนจากการวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ตามเกณฑ์ที่กำหนดทันที

3. วันที่ 17 – 18 มีนาคม พ.ศ. 2564 ผู้วิจัยดำเนินการรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการประเมินก่อนเรียนและหลังเรียนและข้อมูลที่ได้จากการบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายชั่วโมง

4. วันที่ 19 – 21 มีนาคม พ.ศ. 2564 ผู้วิจัยดำเนินการนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากข้อ 3 ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ

9. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

9.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตรวจสอบสมมติฐานเปรียบเทียบระหว่างคะแนนเฉลี่ยระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนกับหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยสถิติทดสอบที (Dependence sample t-test)

9.2 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบสมมติฐานเปรียบเทียบระหว่างคะแนนเฉลี่ยระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ด้วยสถิติทดสอบที (One sample t-test)

9.3 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ข้อมูลที่ได้จากบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยคัดลอกข้อความที่แสดงให้เห็นถึงกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นที่มีผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมาสร้างข้อสรุป และสรุปประเด็นสำคัญ

10. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยจำแนกสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

10.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) และร้อยละ (Percent)

10.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบที (Dependence sample t-test) และสถิติทดสอบที (One sample t-test)

3.3 สูตรของสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1) ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม

N แทน จำนวนคะแนนในกลุ่ม

2) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$S.D. = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัว
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนคะแนนในกลุ่ม

3) ร้อยละ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$P = \frac{f}{N}$$

เมื่อ P แทน ร้อยละ
 f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ
 N แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

1) ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง
 $\sum R$ แทน ผลรวมของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2) ค่าความยากของข้อสอบแบบเลือกตอบ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก
R แทน จำนวนคนที่ตอบถูกทั้งหมด
N แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ

3) ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแบบเลือกตอบ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$r = \frac{R_u - R_l}{f}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก
R_u แทน จำนวนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
R_l แทน จำนวนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
F แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ (ซึ่งเท่ากัน)

4) ค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบแบบเลือกตอบ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$KR - 20 = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

เมื่อ KR-20 แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
k แทน จำนวนข้อสอบ
p แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูกในข้อหนึ่ง ๆ หรือค่าความยาก
q แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิดในข้อหนึ่ง ๆ ซึ่งเท่ากับ 1-p
Σpq แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง p กับ q
S² แทน ความแปรปรวนของคะแนน

ส่วนความแปรปรวนหาได้จากสูตร

$$s^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ X แทน คะแนนรวมของแต่ละคน
 X^2 แทน คะแนนรวมของแต่ละคนยกกำลังสอง
 ΣX แทน ผลรวมคะแนนรวมของทุกคน
 ΣX^2 แทน ผลรวมคะแนนรวมของแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนคน

5) ค่าความยากของข้อสอบแบบเขียนตอบ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)

$$P_i = \frac{P_H + P_L}{2}$$

เมื่อ p_i แทน ค่าความยาก
 P_H แทน สัดส่วนของคะแนนรายชื่อที่กลุ่มสูงทำได้
 P_L แทน สัดส่วนของคะแนนรายชื่อที่กลุ่มต่ำทำได้
 โดย P_H และ P_L หาได้จากสูตร ดังต่อไปนี้

$$P_H = \frac{\Sigma H}{\Sigma T_H}$$

เมื่อ ΣH แทน คะแนนรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มสูง
 ΣT_H แทน คะแนนเต็มรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มสูง

$$P_L = \frac{\Sigma L}{\Sigma T_L}$$

เมื่อ ΣL แทน คะแนนรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มต่ำ
 ΣT_L แทน คะแนนเต็มรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มต่ำ

6) ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแบบเขียนตอบ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)

$$R_i = P_H - P_L$$

เมื่อ R_i แทน ค่าอำนาจจำแนก

P_H แทน สัดส่วนของคะแนนรายข้อที่กลุ่มสูงทำได้

P_L แทน สัดส่วนของคะแนนรายข้อที่กลุ่มต่ำทำได้

7) ค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบแบบเขียนตอบ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$r = \frac{N(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[N(\sum X^2) - (\sum X)^2][N(\sum Y^2) - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r_{xy} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X กับ Y

$\sum X$ แทน ผลรวมของค่าตัวแปร X

$\sum Y$ แทน ผลรวมของค่าตัวแปร Y

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างค่าตัวแปร X และ Y

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของค่าตัวแปร X

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของค่าตัวแปร Y

N แทน จำนวนคู่ของค่าตัวแปรหรือจำนวนสมาชิกในกลุ่ม

8) ค่าความเชื่อมั่นของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Scoring Rubric) ของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ โดยหาดัชนีความสอดคล้องระหว่างผู้ประเมิน (Rater Agreement Index: RAI) (Burry et al, 1996) ดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{m=1}^M |R_m - \bar{R}|}{(M-1)(I-1)}$$

เมื่อ RAI แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างผู้ประเมิน

\bar{R} แทน คะแนนเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากผู้ประเมินทุกคน

R_m แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m

M แทน จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด

I แทน จำนวนของคะแนนทั้งหมดตามเกณฑ์การให้คะแนน

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่

1) สถิติทดสอบที (Dependence sample t-test) (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่จะใช้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤต เพื่อทราบความมีนัยสำคัญ
	D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
	$\sum D$	แทน	ผลรวมความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่ยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

2) สถิติทดสอบที (One sample t-test) (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad \text{โดยมี } df = n - 1$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	เกณฑ์ที่ตั้งขึ้น
	S	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
	df	แทน	ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom)

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

- 1) เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 2) เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 3) เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.1) เพื่อเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2) เพื่อเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

4.1 ผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยข้อที่ 1 เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4.1.1 ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 1 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเห็นด้วยกับข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทุกประเด็นพิจารณา คิดเป็นร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงรายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรอบที่ 1 ไปยังผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเพื่อยืนยันความคิดเห็นอีกครั้ง ซึ่งในรอบที่ 2 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญยังคงความคิดเห็นเดิมทุกท่าน ทำให้ร้อยละความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่เห็นด้วยกับข้อมูลเท่ากับร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงยุติการยืนยันข้อมูลโดยใช้เทคนิคเดลฟายไว้ที่รอบ 2 ซึ่งพบว่า ข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้แก่

1) สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่บรรลุตามหลักสูตรและไม่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายการประเมิน PISA

2) รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปร ต้องเน้นฝึกการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงผ่านตัวแบบโดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปรอย่างเป็นระบบ ทีละขั้นตอน ให้นักเรียนแสดงออกในการคิดแก้ปัญหา

ด้วยการพูดหรือเขียนอย่างชัดเจน ให้นักเรียนได้รับการชี้แนะ ช่วยเหลือให้คำปรึกษา รวมถึง พัฒนาการคิดจากครูและเพื่อน

3) รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ต้องส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ในการประเมิน PISA เริ่มจากสถานการณ์ปัญหาง่าย ๆ ใช้วิธีการแก้ปัญหาเพียงขั้นตอนเดียว มีข้อมูลให้ครบถ้วนหรือคล้ายตัวอย่างแต่ขาดข้อมูลบางส่วน เริ่มซับซ้อน ใช้วิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นความเชื่อมโยงสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ได้ระดับความยากขึ้นไปจนถึงสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่เคยพบเจอมาก่อน และมีการประเมิน เปรียบเทียบ ข้อดี ข้อด้อยของวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ

4) การแบ่งระดับของความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับที่ 1 ระลึกได้ (Recall) เป็นความสามารถในการตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ ระดับที่ 2 ทักษะ/ความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหา เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ตีความแปลความและใช้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อน หรือสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง และระดับที่ 4 การคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นความสามารถในการเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน

5) ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย (1) เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ (2) แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์ (3) ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ และ (4) ปัจจัยเกื้อหนุน ได้แก่ สภาพแวดล้อมทางการเรียน ความสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน การมีส่วนร่วมของผู้ปกครอง และพฤติกรรมการสอนของครู

4.1.2 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏดังตารางที่ 24

ตารางที่ 24 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน

องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน	Tyler (1950)	Glaser (1965)	Joyce & Weil (1996)	Dick & Carey (1996)	ทิตินา แชมมณี (2561)	ผู้วิจัย
หลักการ			✓		✓	✓
วัตถุประสงค์	✓	✓	✓	✓	✓	✓
เนื้อหาสาระ			✓			✓
การประเมินนักเรียน		✓				
ขั้นตอนการเรียนการสอน	✓	✓	✓	✓	✓	✓
การวัดและประเมินผล	✓	✓	✓	✓		✓
ข้อมูลย้อนกลับ		✓				

จากตารางที่ 24 สามารถสรุปองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. หลักการของรูปแบบเป็นแนวคิดและพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบการเรียนการสอนนั้น ๆ
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบเป็นเป้าหมายเฉพาะของรูปแบบการเรียนการสอนนั้นว่ามุ่งพัฒนาให้นักเรียนมีลักษณะเป็นอย่างไร
3. ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบเป็นการอธิบายถึงวิธีดำเนินการเรียนการสอนของรูปแบบที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน ตลอดจนรายละเอียดของกิจกรรมในการจัดการเรียนการสอน บทบาทของครูและบทบาท นักเรียน
4. เนื้อหาสาระ เป็นเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนซึ่งเป็นเนื้อหาที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
5. การวัดและประเมินผลเป็นแนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนที่บ่งบอกถึงประสิทธิภาพของรูปแบบ หรือบอกถึงการบรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้น ๆ

ผลการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 1 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเห็นด้วยกับผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทุกประเด็นพิจารณา คิดเป็นร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงรายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรอบที่ 1 ไปยังผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน เพื่อยืนยันความคิดเห็นอีกครั้ง ซึ่งในรอบที่ 2 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญยังคงความคิดเห็นเดิมทุกท่าน ทำให้ร้อยละความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่เห็นด้วยกับข้อมูลเท่ากับร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงยุติการยืนยันข้อมูลโดยใช้เทคนิคเดลฟายไว้ที่รอบ 2

4.2 ผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยข้อที่ 2 เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4.2.1 องค์ประกอบของโครงสร้างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 25 ต่อไปนี้

ตารางที่ 25 ผลการประเมินองค์ประกอบของโครงสร้างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
1. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน			
1.1 การบรรยายความเป็นมาของการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมีสาระสำคัญและเหมาะสม	3.80	0.45	มากที่สุด
1.2 การกล่าวถึงความจำเป็นในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสมและสมเหตุสมผล	4.00	0.00	มากที่สุด
1.3 บอกเหตุผลสนับสนุน ความสำคัญ และความจำเป็นในการส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบการเรียนการสอนได้เหมาะสม	3.80	0.45	มากที่สุด
1.4 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอนมีความต่อเนื่องและเหมาะสม ทำให้เห็นภาพรวมและจุดเน้นของรูปแบบการเรียนการสอน	4.00	0.00	มากที่สุด
2. ขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน			
2.1 การจัดลำดับขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนชัดเจน ต่อเนื่อง	3.80	0.45	มากที่สุด
2.2 การจัดขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนครบถ้วน	3.80	0.45	มากที่สุด
2.3 การจัดขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่กำหนดสามารถทำให้ได้รูปแบบการเรียนการสอนที่มีคุณภาพ	3.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ 25 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
3. ภาพรวมขององค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน			
3.1 ภาพรวมขององค์ประกอบในรูปแบบการเรียนการสอนมีความสมบูรณ์ ครอบคลุมความต้องการจำเป็นของการเรียนการสอนที่ดี	3.80	0.45	มากที่สุด
3.2 แต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์สอดคล้องส่งเสริมซึ่งกันและกัน	3.60	0.55	มากที่สุด
3.3 การเรียบเรียงลำดับขององค์ประกอบในรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ทำให้เข้าใจง่าย	3.60	0.55	มากที่สุด
4. หลักการ			
4.1 หลักการที่กำหนดขึ้นมีความชัดเจนสามารถแสดงจุดเน้นของการเรียนการสอนได้	3.80	0.45	มากที่สุด
4.2 หลักการมีความสมบูรณ์และชัดเจนเพียงพอสามารถใช้เป็นกรอบในการกำหนดสาระ และวิธีการในรูปแบบการเรียนการสอน	4.00	0.00	มากที่สุด
4.3 หลักการมีความสอดคล้องกับแนวคิดและทฤษฎีเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	3.60	0.89	มากที่สุด
4.4 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงถ้อยคำมีความเหมาะสม สละสลวยเข้าใจง่าย	3.60	0.89	มากที่สุด
5. วัตถุประสงค์			
5.1 วัตถุประสงค์มีความสอดคล้องกับหลักการ	3.80	0.45	มากที่สุด
5.2 วัตถุประสงค์มีความชัดเจนแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดกับตัวผู้เรียน	3.60	0.55	มากที่สุด
5.3 วัตถุประสงค์มีความเป็นไปได้	3.80	0.45	มากที่สุด
5.4 สิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียนมีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน	3.80	0.45	มากที่สุด
5.5 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงถ้อยคำมีความเหมาะสม สละสลวยเข้าใจง่าย	3.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ 25 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
6. เนื้อหาสาระ			
6.1 เนื้อหาสาระสอดคล้องสามารถนำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนด	4.00	0.00	มากที่สุด
6.2 ขอบเขตหรือลักษณะของเนื้อหาสาระมีความเหมาะสมในส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	3.60	0.55	มากที่สุด
7. ขั้นตอนการเรียนการสอน			
7.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับผู้เรียน สามารถทำให้การส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จ	3.60	0.55	มากที่สุด
7.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา สะดวกในการนำไปใช้ในการเรียนการสอน	3.20	0.45	มาก
8. การวัดและประเมินผล			
8.1 การวัดและประเมินผลมีความหลากหลายสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	3.80	0.45	มากที่สุด
8.2 หลักเกณฑ์ และ แนวทาง ที่ เสนอ มีความชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติได้	3.60	0.55	มากที่สุด
ภาพรวม	3.74	0.47	มากที่สุด

จากตารางที่ 25 ดังกล่าวข้างต้น พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบของโครงร่างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับมากถึงมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.20 – 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00 – 0.89 การตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนในภาพรวมมีความเหมาะสมมากที่สุดมีค่าเฉลี่ย 3.74 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.47 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้คือ จะต้องมีความเฉลี่ย 2.50 – 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 จึงจะถือว่า เข้าเกณฑ์ นั้นหมายความว่า องค์ประกอบของโครงร่างรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความเหมาะสม สอดคล้อง และเป็นไปได้ที่จะนำไปใช้

4.2.2 คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 26 ต่อไปนี้

ตารางที่ 26 ผลการประเมินคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
1. จุดประสงค์ของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมีความชัดเจน	3.80	0.45	มากที่สุด
2. รายละเอียดในคู่มือ มีความชัดเจนเพียงพอที่จะนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้อย่างได้ผล	3.60	0.55	มากที่สุด
3. แนวทางการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนก่อนการสอนเสนอไว้ แสดงถึงความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนชัดเจน	3.40	0.89	มากที่สุด
4. รายละเอียดในคู่มือบอกเกี่ยวกับการจัดเตรียมสิ่งที่จำเป็นในการเรียนการสอนอย่างครบถ้วน	3.00	0.71	มากที่สุด
5. ขั้นตอนการเรียนการสอนที่เสนอไว้ แสดงได้อย่างละเอียด ชัดเจน และปฏิบัติได้	3.60	0.55	มากที่สุด
6. ภาพรวมของการวัดและประเมินผล มีความชัดเจนเหมาะสม	3.80	0.45	มากที่สุด
7. การสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องจัดเตรียมสำหรับการวัดและประเมินผล มีความชัดเจน ง่ายต่อการเรียนการสอน	3.80	0.45	มากที่สุด
8. การบรรยายเกี่ยวกับการคิดคะแนนและการพิจารณาตัดสินผลการเรียนรู้ ชัดเจน และเข้าใจง่าย	4.00	0.00	มากที่สุด
9. การดำเนินการเรียนการสอน ได้เสนอบทบาทผู้สอน ผู้เรียน และบรรยากาศในการเรียนได้อย่างเหมาะสมและปฏิบัติได้	3.60	0.55	มากที่สุด
ภาพรวม	3.62	0.57	มากที่สุด

จากตารางที่ 26 ดังกล่าวข้างต้น พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.00 – 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00 – 0.89 การตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นในภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 3.62 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.57 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้คือ จะต้องมีความเฉลี่ย 2.50 – 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 จึงจะถือว่า เข้าเกณฑ์ นั่นหมายความว่า คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความเหมาะสม สอดคล้อง และความเป็นไปได้ที่จะนำไปใช้ได้

คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 จุดประสงค์ของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

ส่วนที่ 2 เอกสารรูปแบบการเรียนการสอน

ส่วนที่ 3 คำแนะนำในการใช้รูปแบบการเรียนการสอน

ส่วนที่ 4 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.2.3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 27 ต่อไปนี้

ตารางที่ 27 ผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
1. ภาพรวมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้			
1.1 การกำหนดองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ครบถ้วนครอบคลุมความต้องการจำเป็นของแผนการจัดการเรียนรู้	3.60	0.55	มากที่สุด
1.2 การเรียบเรียงลำดับองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม ทำให้เข้าใจง่าย	3.60	0.55	มากที่สุด
1.3 องค์ประกอบภายในแผนการจัดการเรียนรู้มีความสัมพันธ์สอดคล้องกัน	3.80	0.45	มากที่สุด
1.4 ชื่อของแผนการจัดการเรียนรู้สัมพันธ์สอดคล้องกับองค์ประกอบ อื่น ๆ ของแผนการจัดการเรียนรู้	4.00	0.00	มากที่สุด

ตารางที่ 27 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
1.4 ชื่อของแผนการจัดการเรียนรู้สัมพันธ์สอดคล้องกับองค์ประกอบ อื่น ๆ ของแผนการจัดการเรียนรู้	4.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 จุดประสงค์การเรียนรู้ มีความชัดเจน	3.60	0.55	มากที่สุด
2.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ มีความเป็นไปได้	3.80	0.45	มากที่สุด
3. ขั้นตอนการเรียนการสอน			
ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาขั้นแปร			
3.1 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	3.40	0.89	มากที่สุด
3.2 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	3.40	0.89	มากที่สุด
3.3 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	3.40	0.89	มากที่สุด
3.4 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	3.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาขั้นแปร			
3.5 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	3.60	0.55	มากที่สุด
3.6 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	3.40	0.55	มากที่สุด
3.7 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	3.40	0.55	มากที่สุด
3.8 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	3.40	0.89	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาขั้นแปร			
3.9 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	3.80	0.45	มากที่สุด
3.10 ส่งเสริมทักษะการนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน	3.60	0.89	มากที่สุด
3.11 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	3.80	0.45	มากที่สุด
3.12 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	3.80	0.45	มากที่สุด
3.13 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	3.40	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด			
3.14 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	3.40	0.89	มากที่สุด
3.15 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	3.80	0.45	มากที่สุด
3.16 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	3.40	0.89	มากที่สุด
3.17 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	3.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ 27 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
ขั้นที่ 5 ชั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่			
3.18 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	3.60	0.55	มากที่สุด
3.19 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	3.80	0.45	มากที่สุด
3.20 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	3.60	0.55	มากที่สุด
3.21 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	3.40	0.55	มากที่สุด
4. ภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
4.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีความเหมาะสมตามหลักการสอนที่ดี	3.60	0.89	มากที่สุด
4.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาสาระในแผนการจัดการเรียนรู้	3.40	0.89	มากที่สุด
4.3 การกำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอน ชัดเจนเพียงพอ สามารถนำไปปฏิบัติการเรียนการสอนได้สะดวก	3.60	0.55	มากที่สุด
4.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นได้ยึดให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน	4.00	0.00	มากที่สุด
4.5 เวลาที่กำหนดไว้สำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสม	3.60	0.89	มากที่สุด
4.6 เนื้อหาที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์และสามารถนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้	3.80	0.45	มากที่สุด
4.7 เนื้อหามีความสำคัญและมีความเหมาะสมที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	3.80	0.45	มากที่สุด
5. สื่อและแหล่งเรียนรู้			
5.1 มีการกำหนดรายการสื่อและแหล่งเรียนรู้ชัดเจนนำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก	3.80	0.45	มากที่สุด
5.2 รายการสื่อและแหล่งเรียนรู้เรียงลำดับตามการใช้ในการเรียนการสอนอย่างเหมาะสม	3.60	0.55	มากที่สุด
5.3 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อและแหล่งเรียนรู้ไว้ให้อย่างเหมาะสมสามารถใช้ได้ทันที	3.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ 27 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
5. สื่อและแหล่งเรียนรู้			
5.1 มีการกำหนดรายการสื่อและแหล่งเรียนรู้ชัดเจนนำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก	3.80	0.45	มากที่สุด
5.2 รายการสื่อและแหล่งเรียนรู้เรียบลำดับตามการใช้ในการเรียนการสอนอย่างเหมาะสม	3.60	0.55	มากที่สุด
5.3 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อและแหล่งเรียนรู้ไว้ให้เหมาะสมสามารถใช้ได้ทันที	3.80	0.45	มากที่สุด
6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้			
6.1 การวัดและประเมินผล มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน	4.00	0.00	มากที่สุด
6.2 การวัดและประเมินผล มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้	3.80	0.45	มากที่สุด
6.3 การใช้วิธีวัดผลเหมาะสมกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด	3.60	0.89	มากที่สุด
6.4 การจัดเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลเพียงพอสามารถนำไปใช้ได้สะดวก	3.60	0.55	มากที่สุด
ภาพรวม	3.64	0.58	มากที่สุด

จากตารางที่ 27 ดังกล่าวข้างต้น พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับมากที่สุดทุกข้อคำถาม โดยมีค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.40 – 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00 – 0.89 การตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในภาพรวมมีความเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 3.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.58 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้คือ จะต้องมีความเฉลี่ย 2.50 – 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 จึงจะถือว่า เข้าเกณฑ์นั้นหมายความว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม สอดคล้อง และความเป็นไปได้ที่จะนำไปใช้ได้

4.2.4 แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 28 ต่อไปนี้

ตารางที่ 28 ผลการหาคุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

ฉบับที่	ประเภทข้อสอบ	จำนวนข้อ	IOC*	IOC**	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความเชื่อมั่น
1	แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก	16 ข้อ	1.00 ทุกข้อ	1.00 ทุกข้อ	0.37 – 0.70	0.21 – 0.25	0.92
2	แบบเชิงซ้อน	8 ข้อ	1.00 ทุกข้อ	1.00 ทุกข้อ	0.23 – 0.70	0.20 – 0.25	0.95
3	แบบเขียน ตอบสั้น	4 ข้อ	1.00 ทุกข้อ	1.00 ทุกข้อ	0.20 – 0.70	0.40 – 0.80	0.72
4	แบบแสดง วิธีทำ	2 ข้อ	1.00 ทุกข้อ	1.00 ทุกข้อ	0.39 – 0.40	0.55 – 0.58	0.88

IOC* หมายถึง ค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

IOC** หมายถึง ค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากตารางที่ 28 ดังกล่าวข้างต้น พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ทั้ง 4 ฉบับ ดังนี้ ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีค่าเท่ากับ 1.00 ทุกข้อ ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 1.00 ทุกข้อ ความยาก มีค่าระหว่าง 0.20 – 0.70 อำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.20 – 0.80 และความเชื่อมั่น มีค่าระหว่าง 0.72 – 0.95 จะเห็นได้ว่า ข้อสอบมีค่าความยากอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดคือ อยู่ระหว่าง .20 ถึง .80 มีค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดคือ ไม่ต่ำกว่า .20 (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) และมีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่า 0.50 (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) ดังนั้น ข้อสอบทุกฉบับที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ได้

4.2.5 ประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 29 ต่อไปนี้

ตารางที่ 29 ผลการประเมินแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
1. เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์			
1.1 เห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ	4.00	0.00	มากที่สุด
1.2 เห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ	4.00	0.00	มากที่สุด
1.3 สนใจ ตั้งใจใฝ่หาความรู้ทางคณิตศาสตร์	4.00	0.00	มากที่สุด
1.4 เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนานเพลิดเพลิน	4.00	0.00	มากที่สุด
2. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์			
2.1 เต็ดเดียวไม่ลังเลในการตัดสินใจศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์	4.00	0.00	มากที่สุด
2.2 พอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน	4.00	0.00	มากที่สุด
2.3 มั่นใจในความสามารถของตนเองในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	4.00	0.00	มากที่สุด
2.4 ภูมิใจที่ประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์	4.00	0.00	มากที่สุด
2.5 ชอบทำกิจกรรมที่ทำหายความสามารถและการเรียนรู้เพื่อที่จะทำให้ได้พบกับวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ	4.00	0.00	มากที่สุด
2.6 คาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	4.00	0.00	มากที่สุด
2.7 มีการปรับปรุง/พัฒนาความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับความสามารถที่สูงขึ้น	4.00	0.00	มากที่สุด
3. ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ			
3.1 คิดคำนวณอย่างกระตือรือร้น	4.00	0.00	มากที่สุด
3.2 มีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง	4.00	0.00	มากที่สุด

ตารางที่ 29 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคุณภาพ
3.3 กล้าที่จะเผชิญกับอุปสรรคต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการคิดคำนวณ	4.00	0.00	มากที่สุด
3.4 พยายาม/อดทนที่จะคิดคำนวณให้บรรลุตามเป้าหมาย	4.00	0.00	มากที่สุด
3.5 ให้ความสำคัญกับการคิดคำนวณ	4.00	0.00	มากที่สุด
3.6 พร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม	4.00	0.00	มากที่สุด
3.7 มีสมาธิจดจ่ออยู่กับการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งที่ทำได้	4.00	0.00	มากที่สุด
3.8 มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกว่าเวลาผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้าง	4.00	0.00	มากที่สุด
ภาพรวม	4.00	0.00	มากที่สุด

จากตารางที่ 29 ดังกล่าวข้างต้น พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับมากที่สุดทุกข้อคำถาม และมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00 ทุกข้อคำถาม

เมื่อนำแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างผู้ประเมิน (Rater Agreement Index: RAI) (Burry et al, 1996) เท่ากับ .741 ซึ่งบ่งชี้ถึงความสอดคล้องกันสูงระหว่างผู้ประเมิน จึงสามารถนำแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไปใช้จริงได้

ผลการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสรุปได้ดังนี้

1) หลักการของรูปแบบการเรียนการสอน

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีหลักการคือ การจัดการเรียนรู้ผ่านตัวแบบการคิดค้นแปรและการจัดการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาการคิดค้นแปรด้วยการชี้แนะแบบไต่ระดับ

2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3) เนื้อหาสาระของรูปแบบการเรียนการสอนเป็นเรื่อง สถิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาสาระตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช

2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้แก่ ฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ทั้งนี้ เนื่องจากเป็นเนื้อหาสาระที่สามารถวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ครบทั้ง 4 ระดับ และเป็นเนื้อหาที่ใช้ในการประเมิน PISA ของ OECD

4) ขั้นตอนการเรียนการสอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผัดแปร

ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผัดแปร

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผัดแปร

ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด

ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผัดแปรใหม่

ซึ่งรายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอนทั้ง 5 ขั้นตอน มีดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผัดแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1 โดยครูใช้คลิปวิดีโอ บัตรภาพ บัตรความรู้ การแสดงให้ดูเพื่อนำเสนอตัวอย่างการทำงานทางคณิตศาสตร์ว่ามีขั้นตอนหรือกระบวนการอย่างไรตามลำดับตั้งแต่ต้นจนจบอย่างช้า ๆ ค่อยเป็นค่อยไป โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบแล้วช่วยกันตอบคำถามเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอน ครูอาจตั้งคำถามซ้ำทวนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเป็นระยะ ๆ จนมั่นใจแล้วว่า นักเรียนเข้าใจ จากนั้นจึงจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 3-6 คน ประกอบด้วย นักเรียนเก่ง 1-2 คน ปานกลาง 1-2 คน และอ่อน 1-2 คน เพื่อให้นักเรียนได้ทำงานทางคณิตศาสตร์ตามตัวอย่างด้วยการทำแบบฝึกหัดที่มีความยากอยู่ในระดับเดียวกันกับตัวอย่างที่นำเสนอไป 1 ข้อ เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มทำเสร็จ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ช่วยกันสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผัดแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3 โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีความยากมากขึ้นไปอีกหนึ่งระดับ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้เรียนรู้จากการฝึกฝนการแก้สถานการณ์ปัญหาแล้วสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในลักษณะเดียวกันกับครูและเพื่อนจึงเป็นสิ่งสำคัญในขั้นนี้

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผัดแปร เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนได้นำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ของกลุ่ม เปรียบเทียบวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ของกลุ่มแล้วช่วยกันสรุปเป็นวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของชั้นเรียน จากนั้นวิเคราะห์นำเสนอจุดเด่น จุดควรพัฒนาของตนเอง และเสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุงตนเองในการทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้นำทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) มาใช้ในการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่แบายลมากยิ่งขึ้นจนกลายเป็นกลยุทธ์ของตนเองเพื่อให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept)

ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด เป็นขั้นพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3 โดยครูพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่จะช่วยส่งเสริมหรือพัฒนาทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ให้มากขึ้นโดยกระตุ้นให้นักเรียนที่เก่งกว่าคอยช่วยเหลือ ให้คำปรึกษานักเรียนที่อ่อนกว่าจนเข้าใจวิธีการทำงานคณิตศาสตร์และทำงานได้ด้วยตนเองเป็นรายบุคคลจากนั้นนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเองต่อกลุ่มและร่วมกันอภิปรายสรุปผลการแก้ไขปรับปรุงพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ในกลุ่มแล้วจึงให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีระดับความยากเพิ่มมากขึ้นไปอีกหนึ่งระดับเพื่อให้นักเรียนได้ขยายความคิดในเชิงกลยุทธ์ของตนเองออกไปโดยใช้การเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิดวิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ตีความ แปลความ และได้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตน อธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้

ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) ในขั้นนี้เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่โดยครูให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาจากแบบฝึกหัดที่แตกต่างไปจากเดิมนับเป็นขั้นที่สูงขั้นหนึ่ง เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การใช้ได้จริงเปรียบเสมือนการถ่ายโอนการเรียนรู้จากชั้นเรียนไปสู่การนำความรู้ไปใช้จริง การฝึกแก้สถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่เคยเจอมาก่อนเป็นรายบุคคลตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

5) การวัดและประเมินผล เป็นการวัดและประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 96 คะแนน ให้เวลา 3 ชั่วโมง ซึ่งในขั้นนี้ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จำนวน 30 ข้อ มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก 16 ข้อ ข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน 8 ข้อ ข้อสอบแบบตอบสั้น รวม 4 ข้อ และข้อสอบเขียนตอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลา 2 ชั่วโมง มีเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีการสร้างและแปลความหมายจากฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้น - ใบ วิธีการหาและแปลผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของนักเรียน โดยแบ่งระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) และระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) เป็นความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ วิธีการหาและแปลผลลัพท์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ วิธีการหาและแปลผลลัพท์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ตามตัวอย่างอย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียว หรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อนที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ ใช้วิธีการคิดสูตร คณิตศาสตร์ คิววิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมาตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ วิธีการหาและแปลผลลัพท์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อนสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการตีความ แปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตนเองได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 4

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่องฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ วิธีการหาและแปลผลลัพท์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมโดยใช้การเลือก เปรียบเทียบ สร้างวิธีการ และกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิววิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ตีความ แปลความ และได้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตน อธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

สำหรับการประเมินระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จำนวน 30 ข้อ มาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ตามเกณฑ์ที่กำหนดโดยนักเรียนจะต้องได้คะแนนในแต่ละระดับตั้งแต่ร้อยละ 50 ได้ระดับขึ้นไป ดังนี้

- 1) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 4 เมื่อทำข้อสอบในทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

2) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 3 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1, 2 และ 3 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

3) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 2 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 และ 2 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

4) นักเรียนจะถูกจัดให้อยู่ในระดับ 1 เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ในระดับ 2 และ/หรือ 3 และ/หรือ 4 ทำข้อสอบได้น้อยกว่าร้อยละ 50

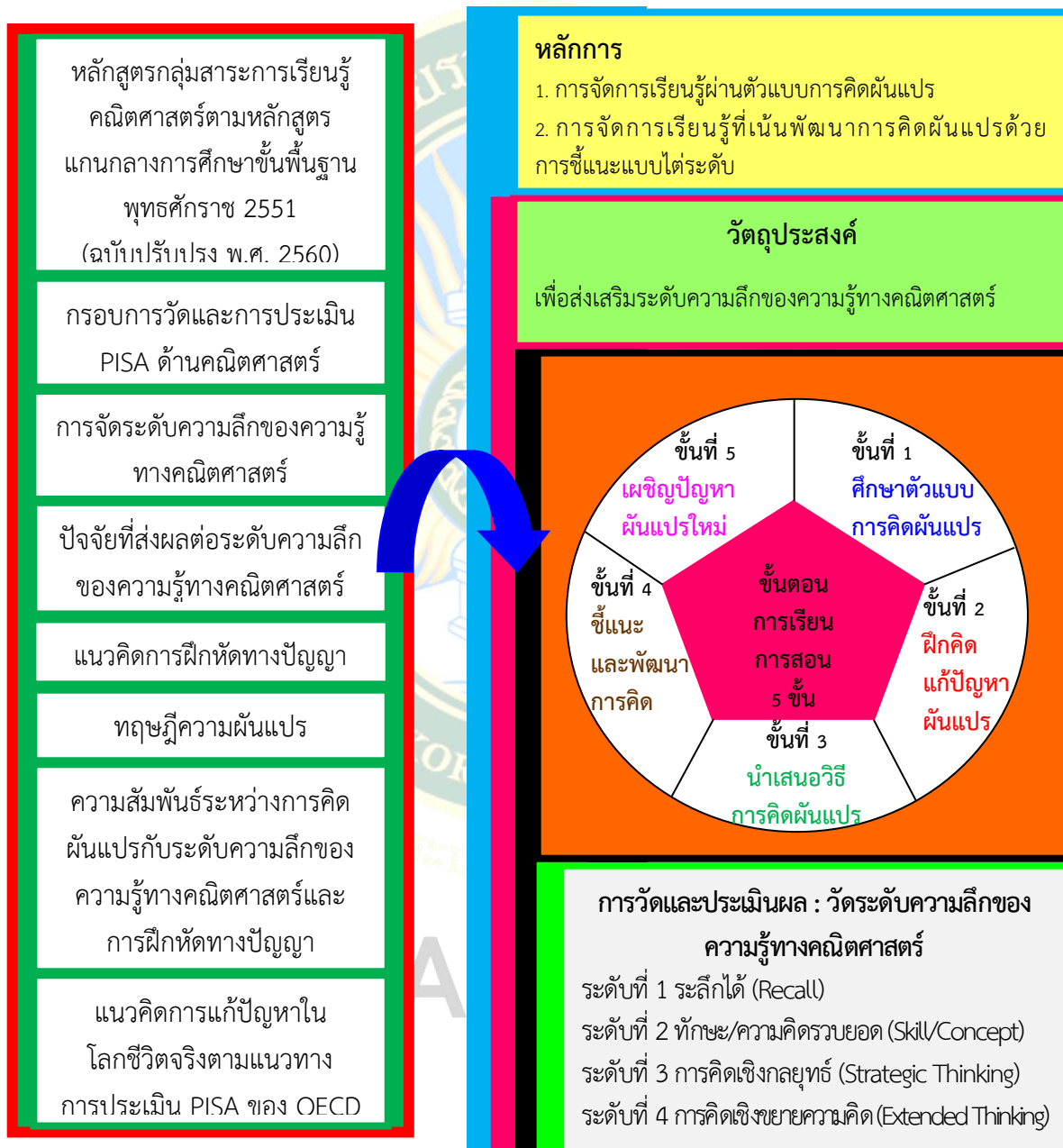
5) นักเรียนจะไม่สามารถจัดระดับได้ เมื่อทำข้อสอบในระดับ 1 ได้น้อยกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ทำข้อสอบในระดับอื่น ๆ ระดับใดระดับหนึ่งหรือทุกระดับได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

ซึ่งผู้วิจัยขอเสนอรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแผนภาพ ดังต่อไปนี้



GRAD VRU

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



ภาพที่ 5 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

4.3 ผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยข้อที่ 3 เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4.3.1 ผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างหลังเรียนกับก่อนเรียน

ตารางที่ 30 ผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

คะแนน	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	t	p-value
ก่อนเรียน	36	96	15	42	26.65	7.25	17.929*	.000
หลังเรียน	36	96	42	88	70.46	13.32		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากข้อมูลในตารางที่ 30 จะเห็นว่า หลังจากนี้นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนมากคือ ก่อนเรียนนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 26.65 คะแนน และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 70.46 คะแนน มีคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นถึง 43.81 คะแนน เมื่อทดสอบโดยใช้สถิติทดสอบที่ (Dependence sample t-test) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.3.2 ผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 31 ผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม = 57.60 คะแนน								
คะแนน	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	t	p-value
หลังเรียน	36	96	42	88	70.46	13.32	4.711*	.000

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากข้อมูลในตารางที่ 31 จะเห็นว่า คะแนนหลังเรียนของนักเรียนจากการทดสอบด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 70.46 คิดเป็นร้อยละ 67.64 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ ร้อยละ 60 เมื่อทดสอบโดยใช้สถิติทดสอบที (One sample t-test) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

GRAD VRU

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนำไปใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

5.1.1 เพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.1.2 เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.1.3 เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.1.3.1 เพื่อเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

5.1.3.2 เพื่อเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

5.2 วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 3 ระยะ ผู้วิจัยจึงนำเสนอการพัฒนาเครื่องมือและการดำเนินการวิจัย ดังนี้

5.2.1 ระยะที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) เก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ หนังสือตำราวิชาการ เอกสารวิชาการ เอกสารหลักสูตร บทความวิชาการ บทความวิจัย งานวิจัยเพื่อศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน จากนั้นยืนยันผลการศึกษาโดยใช้เทคนิคเดลฟาย (Delphi Technique) ด้วยผู้เชี่ยวชาญ 9 ท่าน จากการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 1 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเห็นด้วยกับองค์ประกอบของรูปแบบการเรียน

การสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทุกประเด็นพิจารณา คิดเป็นร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงรายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรอบที่ 1 ไปยังผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเพื่อยืนยันความเห็นอีกครั้ง จากการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 2 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญยังคงความคิดเห็นเดิมทุกท่าน ทำให้ร้อยละความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่เห็นด้วยกับข้อมูลเท่ากับร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงยุติการยืนยันข้อมูลโดยใช้เทคนิคเดลฟายไว้ที่รอบ 2

5.2.2 ระยะที่ 2 พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) โดยนำผลที่ได้จากการศึกษาในระยะที่ 1 มาใช้เป็นกรอบแนวคิดการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนและตรวจสอบคุณภาพด้วยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่านเพื่อประเมินความเหมาะสม/สอดคล้อง/ความเป็นไปได้ของรูปแบบการเรียนการสอนและเครื่องมือวิจัย ได้แก่ คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์จากนั้นจึงนำรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญเรียบร้อยแล้วไปทดลองนำร่อง

5.2.3 ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นวิจัยเชิงปริมาณ (Quantitative Research) โดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้วดำเนินการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างหลังเรียนกับก่อนเรียนและหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

5.3 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ สรุปผลการวิจัยได้ดังต่อไปนี้

5.3.1 ระยะที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปร รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ การแบ่งระดับของความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ส่วนองค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย หลักการวัตถุประสงค์ เนื้อหาสาระ ขั้นตอนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผล

5.3.2 ระยะที่ 2 พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทำให้ได้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ที่เน้นการวิเคราะห์ตัวแบบการคิดค้นแปร การฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปร ทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา การคิด สถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอความคิดของตนเอง การชี้แนะและพัฒนาการคิด รวมถึง การเผชิญปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาตัวแบบ การคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหาและ ผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปร ทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหาและผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญห ด้วยการคิด สถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และตีความและ ประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ได้นำเสนอความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง ได้รับการชี้แนะ และพัฒนาการคิดจากผู้ที่เชี่ยวชาญกว่าเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องที่พบ และได้ฝึกคิดแก้ปัญหา ที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อนด้วยตนเอง โดยขั้นตอนการเรียนการสอนประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1) ศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร 2) ฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร 3) นำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหา ผันแปร 4) ชี้แนะและพัฒนาการคิด และ 5) เผชิญปัญหาผันแปรใหม่ มีการวัดและประเมินผลโดยใช้ แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียน

5.3.3 ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึก ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า

5.3.3.1 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึก ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

5.3.3.2 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึก ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5.4 อภิปรายผล

5.4.1 ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการเรียน การสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จากการศึกษาสภาพปัญหาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผลการประเมิน PISA 2018 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) โดยภาพรวมมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงประจักษ์ที่สะท้อน ให้เห็นว่า ปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ทำให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้ตาม

จุดมุ่งหมายของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากพอก็เป็นได้ จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนขึ้นมาเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทั้งในสถานการณ์ในแบบฝึกหัด แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และในชีวิตจริงได้มากยิ่งขึ้น

ทั้งนี้ รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาและทฤษฎีความผันแปรเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ต้องเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนการคิดแบบผันแปรอย่างต่อเนื่อง นอกจากนี้นักเรียนจะจดจำเนื้อหาสิ่งที่เรียนได้แล้ว นักเรียนยังจะเรียนรู้อย่างมีความหมายต่อการทำความเข้าใจเนื้อหาความรู้ ทักษะหรือความคิดรวบยอดสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ที่มีลักษณะเดียวกันและต่างกันได้ตามลำดับ นักเรียนจะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับที่ลึกลงไปเรื่อย ๆ จะทำให้นักเรียนมีความรู้ครบถ้วนทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งความรู้ทั้งสองส่วนนี้มีความสำคัญแต่สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่นักเรียนยังได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ครบทั้งสองส่วน ดังกล่าวที่ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) มีความสำคัญมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาแต่ก็ไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในขณะที่ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำ ๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ (อัมพร ม้าคนอง, 2559) ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากตัวแบบที่มีความถูกต้อง เรียนรู้ทีละขั้นตอนอย่างละเอียด ลึกซึ้งด้วยการคิดผันแปรเพื่อช่วยส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และการฝึกหัดทางปัญญา

ดังนั้น รูปแบบการเรียนการสอนที่จะส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเน้นการฝึกคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านตัวแบบจากสถานการณ์ปัญหาที่ผันแปรอย่างเป็นระบบ ทีละขั้นตอน ให้นักเรียนแสดงความคิดด้วยการพูดหรือเขียน มีการชี้แนะ ช่วยเหลือและพัฒนาการคิดจากเพื่อนและครู สอดคล้องกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาที่มุ่งให้นักเรียนใช้การสังเกตอย่างวิเคราะห์ถึงกระบวนการคิดของผู้ที่มีความเชี่ยวชาญและได้ฝึกปฏิบัติทักษะผ่านการชี้แนะจากผู้เชี่ยวชาญจนเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและมีทักษะที่ชำนาญขึ้นซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการที่ครูใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนส่งผลให้มีเจตคติที่ดีเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งจนสามารถนำไปใช้ในการศึกษาต่อ การดำเนินชีวิต และการทำงานต่อไป

ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้นจำเป็นจะต้องเรียนรู้ผ่านโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ง่าย ๆ ตามตัวอย่างอย่างซ้ำ ๆ แบบค่อยเป็นค่อยไปก่อนแล้วจึงค่อยเพิ่มระดับความซับซ้อน ยุ่งยากขึ้นตามลำดับโดยอาศัยสถานการณ์ปัญหาที่ใช้จะประกอบด้วยไปด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่คงที่และส่วนที่เปลี่ยนแปลง

ซึ่งสถานการณ์ปัญหาจะค่อย ๆ มีบางส่วนที่เปลี่ยนแปลงไปในขณะที่ยังมีบางส่วนคงที่ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้จากการสังเกตการคิดวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา วิเคราะห์เปรียบเทียบผลลัพธ์หรือคำตอบที่มีความสอดคล้องสัมพันธ์ เชื่อมโยงกันอย่างเป็นระบบ ทำให้นักเรียนมองเห็นภาพแนวโน้ม ความเป็นไปได้ของสิ่งที่กำลังเรียนรู้อยู่จนสามารถคาดการณ์หรือคาดเดาโอกาสความเป็นไปได้ของผลลัพธ์หรือคำตอบ ตลอดจน สามารถสรุปเป็นองค์ความรู้ของตนเองได้ ซึ่งการที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการวิเคราะห์คำตอบ หาความสัมพันธ์ของส่วนที่คงที่และส่วนที่เปลี่ยนแปลงตามทฤษฎีผันแปรจะช่วยให้นักเรียนจดจำเรื่องที่เรียนได้ดีขึ้น สามารถประมาณการเพื่อหาคำตอบได้เมื่อเจอปัญหาในลักษณะเดียวกัน เมื่อนักเรียนจดจำเนื้อหาที่เรียนได้ รู้จักการใช้วิธีการหาคำตอบจะช่วยให้หน้าความรู้ ทักษะ/มโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ หากนักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนการคิดแบบผันแปรอย่างต่อเนื่องจะเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อการทำความเข้าใจเนื้อหาความรู้ ทักษะ/มโนทัศน์และนำไปใช้ในสถานการณ์ที่มีลักษณะเดียวกันและต่างกันอีกด้วย ทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งไปเรื่อย ๆ สามารถช่วยเติมเต็มความรู้ครบถ้วนทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการลึกซึ้งเพียงพอที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ฉะนั้น ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องเน้นการบ่มเพาะความรู้ทางคณิตศาสตร์แบบไต่ระดับไล่เรียงลำดับความยากง่ายจากระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับพื้นฐานหรือเรียนรู้จากโจทย์หรือสถานการณ์ที่ง่าย ๆ ซึ่งเคยพบเจอมาก่อนจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียนแล้วจึงค่อย ๆ เพิ่มความซับซ้อน ความยุ่งยากของโจทย์หรือสถานการณ์ให้มากขึ้นอย่างเป็นระบบ อย่างช้า ๆ และค่อย ๆ เป็น ค่อย ๆ ไปจนสามารถใช้เหตุผลในการคิดวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างและใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) สำหรับปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนตามลำดับจนสุดท้ายเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนสามารถสร้างกรอบความคิด สร้างข้อสรุปและสาระพื้นฐานของข้อมูลการสำรวจตรวจสอบและการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ที่ซับซ้อนของปัญหา และสามารถใช้ความรู้ในบริบทที่ไม่เคยชินและไม่เป็นไปตามแบบแผนที่มีมาก่อน

2. องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้แก่ 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหาสาระ 4) ขั้นตอนการเรียนการสอน และ 5) การวัดและประเมินผล สอดคล้องกับไทเลอร์ที่เสนอว่า องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคือ จุดมุ่งหมาย กิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผล (Tyler, 1950) เกลเซอร์ ระบุว่าองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนต้องมีจุดประสงค์ การประเมินก่อนสอนและการเรียนการสอน การประเมินผล และข้อมูลป้อนกลับ (Glaser, 1965) ส่วน จอยซ์และเวลล์ ระบุว่า องค์ประกอบของรูปแบบการสอน ได้แก่ หลักการ จุดประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผล (Joyce & Weil, 1996) และดิคและคาเรย์ เสนอว่า องค์ประกอบ ได้แก่ จุดมุ่งหมาย การเรียนการสอน และการประเมินผล (Dick & Carey, 1996)

ทั้งนี้ จะเห็นว่า องค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนจะขาดหลักการ วัตถุประสงค์ เนื้อหาสาระ ขั้นตอนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผลไปไม่ได้เพราะ หลักการจะเปรียบเสมือนแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนที่จะบ่งชี้ให้เห็นว่า มีฐานคิด อะไรอยู่เบื้องตัน ซึ่งจะมีการระบุให้ทราบถึงเป้าหมายของรูปแบบการเรียนการสอนอย่างชัดเจนว่า ต้องการมุ่งที่จะพัฒนานักเรียนอย่างไรไว้ในวัตถุประสงค์ ส่วนเนื้อหาสาระนั้นจะเป็นเนื้อหาสาระ ความรู้ที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยจะมีการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนการเรียน การสอนที่ผ่านการจัดวางไว้อย่างสอดคล้องกับหลักการและวัตถุประสงค์ ซึ่งจะต้องมีการวัดและ ประเมินผลการเรียนรู้หลังจากที่ได้ใช้รูปแบบการเรียนการสอนไปใช้

5.4.2 ผลการพัฒนา รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทาง คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการวิจัยตามจุดประสงค์การวิจัยข้อที่ 2 เพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการวิจัยต่อจากการศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบรูปแบบการเรียน การสอน คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ปีที่ 2 นั้นมีความชัดเจน เนื่องจากได้มาจากการวิเคราะห์เอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ประกอบกับ การยืนยันผลการศึกษาจากผู้ทรงคุณวุฒิด้วยเทคนิคเดลฟาย และจากการศึกษาจากเอกสาร แนวคิด หลักการของการฝึกหัดทางปัญญา ทฤษฎีความผันแปร จึงนำมาสร้างเป็นรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมของรูปแบบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นในภาพรวม มีความเหมาะสมมากที่สุด ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร ถือว่าเป็นขั้นแรกเริ่มของการเรียนรู้จึงจำเป็น ที่จะต้องอาศัยความเข้าใจที่ลึกซึ้ง การอธิบายของครูจึงจำเป็นที่จะต้องมีความละเอียด ครูจะต้องใจ เย็น ค่อย ๆ สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ต้องใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้ของนักเรียน อย่างต่อเนื่อง และทักษะที่สำคัญที่ครูจะต้องสอนให้นักเรียนได้ใช้ให้มากที่สุดคือ ทักษะการสังเกต เพราะ จะช่วยให้นักเรียนลำดับความเข้าใจได้อย่างมีที่มาที่ไป มีเหตุผลของการเปลี่ยนแปลงในแต่ละส่วนของ ตัวอย่างที่ครูนำมาเสนอ สอดคล้องกับแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา (Brill, Kim, & Galloway, 2001; Collins & Hawkins, 1991) ที่มุ่งให้นักเรียนสังเกตกระบวนการคิดของผู้รู้ ได้ฝึกทักษะผ่านการชี้แนะ จนเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง มีทักษะที่ชำนาญขึ้นโดยต้องศึกษาจากต้นแบบ ได้รับการชี้แนะ พัฒนาการคิด จากครูสอนด้วยการพูดอย่างชัดเจน ได้ไตร่ตรองความเข้าใจ ได้ฝึกแก้ปัญหาที่ท้าทาย (Collins et al., 1987) สอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 และยุค Thailand 4.0 เน้นฝึกทักษะทางปัญญาให้เข้าใจวิธีการ เห็นลำดับขั้นตอน เห็นตัวแบบที่ดี ลองทำ ได้รับแรงจูงใจ แรงเสริม ได้รับข้อมูลป้อนกลับ แสดงให้เห็นกลไกทางความคิดในการแก้ปัญหา สังเกตวิธีการคิด ทุกขั้นตอน ฉะนั้น ครูต้องทำหน้าที่เป็นแบบอย่างในกระบวนการคิดหรือแสวงหาตัวแบบที่ดีมาเป็น แบบอย่างให้แก่ นักเรียน (ทิตินา แคมมณี, 2557)

2. ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร การคิดผันแปรจัดเป็นขั้นการสอนที่สำคัญขั้นหนึ่ง ทั้งนี้ เพราะในขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปรนี้ นักเรียนต้องการได้ใช้ความคิดของตนเองอย่างอิสระเสรีและ

อย่างเพียงพอ เมื่อนักเรียนเกิดความคับข้องใจหรือเกิดความสงสัยครูจะต้องสามารถเข้าไปให้ความช่วยเหลือได้ทันที และครูต้องมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนได้เรียงเรียงประสบการณ์ของตนเองออกมาให้เป็นความรู้ประจำตัวของนักเรียนแต่ละคนให้ได้ สอดคล้องกับทฤษฎีความผันแปรที่ว่า นักเรียนแต่ละคนจะมองเห็น เข้าใจและมีประสบการณ์จากมุมมองของตนเอง (Orgill, 2012) ดังนั้น นักเรียนอาจไม่สามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพถ้าหากพวกเขาไม่ได้ตระหนักถึงสิ่งต่าง ๆ ในลักษณะเช่นเดียวกับครู (Lo & Pong, 2012) ดังคำกล่าวที่ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์มีความสำคัญมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาแต่กลับไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในขณะที่ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำ ๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากตัวแบบที่มีความถูกต้อง เรียนรู้ที่ละขั้นตอนอย่างละเอียด ลึกซึ้ง (อัมพร ม้าคอง, 2559) สอดคล้องกับ ผลการศึกษา Huang และ Leung ในปี ค.ศ. 2004 ที่ชี้ให้เห็นว่า หน้าที่ของกระบวนการที่ผันแปรคือ ช่วยให้นักเรียนได้รับความรู้เป็นขั้น ๆ พัฒนานักเรียนอย่างต่อเนื่องด้วยประสบการณ์การแก้ปัญหาและสร้างความรู้ที่มีโครงสร้างอย่างดี ระบบการศึกษาของจีนให้ความสำคัญเกี่ยวกับการจำและทักษะกระบวนการอย่างมาก ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของนักเรียนจีนเป็นนักเรียนที่ไม่ธรรมดา มีผลการประเมิน PISA อยู่ในอันดับต้น ๆ ของโลกมาอย่างเสมอดันเสมอปลาย

3. ชี้นำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร นักเรียนต้องได้รับโอกาสที่จะนำเสนอวิธีการทำงานของตนเองด้วยการพูดหรือเขียนอย่างเต็มที่เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง ตรวจสอบความถูกต้องในการใช้วิธีการแก้ปัญหาของตนเอง และเป็นการวิเคราะห์ตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ และครู เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงพัฒนาตนเองให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง รวมถึง การเปิดรับแนวคิดหรือวิธีการทำงานที่แตกต่าง หลากหลายของเพื่อน ๆ ด้วย สอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การพูดหรือสื่อสารออกมา (Articulation) เป็นวิธีการ (Method) หนึ่งที่ถูกนำมาใช้ในการฝึกหัดทางปัญญา เพื่อส่งเสริมพัฒนาความเชี่ยวชาญโดยครูต้องสนับสนุนให้นักเรียนใช้คำพูดสะท้อนความรู้และความคิดออกมา และนักเรียนจะต้องมีการทบทวนไตร่ตรอง (Reflection) โดยครูต้องช่วยให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพงานของตนเองกับผู้อื่นได้ (Collins et al., 1991; Ghefaili, 2003)

4. ชี้นำแนะและพัฒนาคิด นักเรียนจะปรับความเข้าใจตนเองเพื่อให้สามารถทำงานได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องและสอดคล้องกับความสามารถ ความถนัดของตนเองในการเลือกใช้วิธีการทำงานในการแก้ปัญหา นักเรียนได้พัฒนาวิธีการทำงานของตนเอง ซึ่งจะช่วยเสริมสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนมากขึ้น รวมถึง การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นธรรมชาติโดยมีครูเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำอยู่เบื้องหลังจะช่วยให้นักเรียนมีความเป็นกันเองในการเรียนรู้และทำงาน ซึ่งจะทำให้นักเรียนไม่เกิดความรู้สึกกดดันมากเกินไป สอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การเพิ่มความซับซ้อน หรือการที่ครูคอย ๆ เพิ่มความซับซ้อน ยุ่งยากของงานขึ้นไปเรื่อย ๆ และการเพิ่มความหลากหลาย โดยให้นักเรียนได้ฝึกฝนในสถานการณ์ที่หลากหลายและเน้นประยุกต์ใช้ในวงกว้างเป็นเทคนิคการจัดลำดับ ของกิจกรรมการเรียนรู้

ตามหลักการฝึกหัดทางปัญญาที่จะช่วยให้นักเรียนหรือผู้ที่เริ่มเรียนรู้ให้กลายเป็นผู้เชี่ยวชาญหรือผู้ที่มีความชำนาญผ่านการเรียนรู้เชิงชี้แนะได้ (Collins et al., 1991; Ghefaili, 2003)

5. ชั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ เปรียบเสมือนการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พิสูจน์แนวคิดหรือวิธีการทำงานของตนเองหลังจากที่ได้ปรับปรุงและพัฒนาตนเองมาเป็นอย่างดีแล้วจะให้นักเรียนได้ทราบผลว่า ตนเองเกิดการเรียนรู้และฝึกฝนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาอย่างเพียงพอหรือไม่เพียงใด เป็นการท้าทายความสามารถของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีสนามทดลองปัญหาทางการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีโอกาสจะได้พบเจอสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนยุ่งยากในชีวิตจริง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้รู้เท่าทันความสามารถของตนเองว่าอยู่ในระดับใดเพื่อนำไปสู่การตั้งรู้ที่จะพัฒนาตนเองในส่วนที่ยังไม่กระจ่างหรือยังไม่รู้เรื่องมากพอ สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และการประเมินของ PISA ที่มุ่งให้นักเรียนนำความรู้จากห้องเรียนไปใช้ในชีวิตจริงได้

ในชั้นนี้จึงมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่ท้าทายมากขึ้นจากที่เคยได้เรียนและฝึกฝนจากการทำแบบฝึกหัดมา สอดคล้องกับคำที่กล่าวถึงแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาว่า หากต้องการให้นักเรียนเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องใด ๆ นั้น จะต้องมีการเพิ่มความหลากหลาย (Increasing diversity) โดยให้นักเรียนได้ฝึกฝนในสถานการณ์ที่หลากหลายและเน้นประยุกต์ใช้ในวงกว้างและจัดการเรียนรู้เชิงสถานการณ์ (Situating learning) ให้นักเรียนได้เรียนรู้ในบริบทของการทำงานที่เหมือนจริง (Collins et al., 1991; Ghefaili, 2003) สอดคล้องกับข้อค้นพบของครุคณิตศาสตร์ที่เข้าร่วมสังเกตการณ์สอน พบว่า ชั้นที่ 5 ชั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ ใช้เวลาประมาณ 30 นาที จัดกิจกรรมคล้ายกับชั้นตอนที่ 4 แต่แบบฝึกหัดมีความยุ่งยาก ซับซ้อนมากขึ้นกว่าเดิม เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วให้นักเรียนประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของตนเอง

5.4.3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จากการศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผ่านการตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอน คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน และแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งในภาพรวมมีความเหมาะสมมากที่สุดทุกรายการ การตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์ค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และค่าความเชื่อมั่น พบว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยากอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดคือ อยู่ระหว่าง .20 ถึง .80 มีค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดคือ ไม่ต่ำกว่า .20 (บุญชม ศรีสะอาด, 2560) มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่า 0.50 (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) ดังนั้น ข้อสอบทุกฉบับที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ได้ ส่วนแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนใช้การหาดัชนีความสอดคล้องระหว่างผู้ประเมิน (Rater Agreement Index: RAI) (Burry et al, 1996) พบว่า มีค่า RAI เท่ากับ .741 บ่งชี้ถึงความสอดคล้องกันสูงระหว่างผู้ประเมิน จึงสามารถนำแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไปใช้จริงได้ นอกจากนี้ การทดลอง

ในครั้งนี้ ผู้วิจัยออกแบบการทดลองโดยยึดหลักการที่เรียกว่า The Max Min Con Principle ซึ่งเป็นหลักการควบคุมความแปรปรวนของตัวแปรในการวิจัยเพื่อให้ผลการวิจัยมีทั้งความตรงภายนอกและความตรงภายใน (Kirk, 2013) สามารถอธิบายผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลดังกล่าวสามารถอภิปรายผลได้ว่า นักเรียนที่เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นการวิเคราะห์ตัวแบบการคิดค้นแปร เน้นการฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา เน้นการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ เน้นการนำเสนอความคิดของตนเอง เน้นการชี้แนะและพัฒนาการคิด และเน้นการเผชิญปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน ซึ่งถูกออกแบบขั้นตอนการเรียนการสอนไว้อย่างกลมกลืนกันตามแนวคิดการฝึกหัดทางปัญญา โดยในแต่ละชั้นจะมีเป้าหมายที่กำหนดไว้อย่างชัดเจน ชั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปรมุ่งที่จะปูพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แน่นพอที่จะฝึกฝนการแก้สถานการณ์ปัญหาในชั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร ได้นำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาในชั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร ได้ตรวจสอบและปรับปรุงตนเองในชั้นชี้แนะและพัฒนาการคิดจนเกิดความรู้ความเข้าใจที่ลึกซึ้งจนสามารถก้าวไปสู่การแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ในชั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ ในขณะที่สถานการณ์ปัญหานั้นถูกออกแบบให้สอดคล้องกับทฤษฎีความผันแปร จึงส่งผลให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้นจนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย เช่น การวิจัยและพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาในประเทศอินโดนีเซีย (Yusepa et al., 2018) การวิจัยและพัฒนาการสอนนิยามของลิมิตของฟังก์ชันด้วยใบงานชี้แนะตามวิธีการฝึกหัดทางปัญญาในประเทศอินโดนีเซีย (Oktaviyanthi & Dahlan, 2018)

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลดังกล่าวสามารถอภิปรายได้ว่า การได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นเป็นตอนอย่างช้า ๆ ผ่านการศึกษาตัวแบบอย่างชัดเจนจนเข้าใจกระจ่างแจ่มแจ้ง ได้ฝึกฝนพัฒนาเกี่ยวกับการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองอย่างต่อเนื่องภายใต้ความช่วยเหลือจากครูและเพื่อนนั้นสามารถช่วยให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น รูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจึงสามารถนำไปใช้พัฒนาระดับความลึกของความรู้ของนักเรียนได้

ในห้องเรียนจริง จึงส่งผลให้นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีการเปลี่ยนแปลงคะแนนสอบที่ได้จากการทำ แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ เพิ่มขึ้น โดยก่อนเรียนมีนักเรียน ทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 42 คะแนน และต่ำสุดคือ 15 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 43.75 และร้อยละ 15.63 ตามลำดับ ซึ่งนักเรียนทุกคนยังไม่ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ของคะแนน ภายหลังจากเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักเรียนทำข้อสอบได้เพิ่มขึ้นเป็นคะแนน สูงสุด 88 คะแนน และต่ำสุดคือ 35 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 91.67 และร้อยละ 36.46 ตามลำดับ ทำให้มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มเพิ่มขึ้นเป็น 30 คน และนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ลดลงเหลือเพียง 6 คน มีคะแนนอยู่ระหว่าง 36.46 – 57.29 คะแนน แต่ถึงอย่างไรก็ตาม แม่นักเรียนจะมีการเปลี่ยนแปลงของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ไม่ครบทุกคน แต่นักเรียนก็ยังมีเปลี่ยนแปลงของร้อยละของคะแนนที่ได้จากการทำ แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนเพิ่มขึ้น ทุกคน ซึ่งเมื่อทดสอบโดยใช้สถิติทดสอบที (One sample t-test) จึงพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การที่นักเรียนจะมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปได้นั้น แสดงว่า นักเรียนมีคะแนนสอบที่เพิ่มขึ้น เพราะการวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้เกณฑ์จัด ระดับคือ ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม นั้นหมายความว่า ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่เปลี่ยนไปดังกล่าวข้างต้นส่งผลให้นักเรียนมีคะแนนรวมเพิ่มขึ้นเช่นกัน จึงทำให้นักเรียนมีคะแนน เฉลี่ยจากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลังเรียนเท่ากับ 70.46 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ถึงอย่างไรก็ตาม จากการวิจัยครั้งนี้ พบว่า มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 13.32 ซึ่งเป็น ค่าที่สูงมาก ทั้งนี้ เมื่อพิจารณาคะแนนดิบหลังเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้ว พบว่า คะแนน สอบหลังเรียนของนักเรียนแต่ละคนกระจายตัวออกห่างจากค่าเฉลี่ยค่อนข้างมาก ทั้งนี้ อาจเป็น เพราะว่ามีนักเรียนมีคะแนนสอบค่อนข้างโต่ง กล่าวคือ นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนสอบสูงจะมีคะแนน ห่างจากคะแนนเฉลี่ยค่อนข้างมาก ในขณะที่นักเรียนที่มีคะแนนสอบต่ำก็มีคะแนนห่างจากคะแนน เฉลี่ยเช่นเดียวกัน โดยเฉพาะนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ ทางคณิตศาสตร์เป็นนักเรียนกลุ่มอ่อนถึง 5 คนจาก 8 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 62.50 อยู่ในกลุ่ม นักเรียนที่มีคะแนนสอบต่ำซึ่งจำเป็นต้องหาวิธีการช่วยเหลือนักเรียนกลุ่มนี้ต่อไป

5.5 ข้อเสนอแนะ

5.5.1 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งนี้

1. ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครูควรตระหนักถึงการจัดลำดับ ระดับความลึก โดยเริ่มต้นจากระดับระลึกได้ (Recall) ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด

(Skill/Concept) ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) และระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เพื่อให้ผู้เรียนจดจำเนื้อหาความรู้ได้เพื่อนำไปสู่การฝึกฝนทักษะหรือการใช้ความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ง่าย ๆ หรือระดับพื้นฐานไปจนถึงระดับที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อน แปลกใหม่ และไม่เคยเห็นมาก่อนได้

2. การทำความเข้าใจและศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร สถานการณ์ที่ผันแปรอย่างละเอียดให้เข้าใจอย่างถ่องแท้มีความสำคัญมากเพราะตัวแบบจะสลับไหลเชื่อมโยงกันไปเรื่อย ๆ จากระดับที่ง่ายและค่อย ๆ ซับซ้อนขึ้นของสถานการณ์ลักษณะเดียวกันต่อเนื่องต่อไปจนถึงแบบฝึกหัด หากครูไม่สามารถช่วยให้นักเรียนเข้าใจในตัวแบบได้ตั้งแต่แรกจะทำให้เด็กไม่รู้สึกท้อแท้ ท้อถอยหรือเบื่อหน่ายในการเรียนจากการเรียนรู้ที่ยังไม่แจ่มแจ้ง

3. ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดของตนเองอย่างอิสระเสรีและอย่างเพียงพอ และเมื่อนักเรียนเกิดความคับข้องใจหรือเกิดความสงสัย ครูจะต้องเข้าไปให้ความช่วยเหลืออย่างทันที และครูจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนได้เรียงเรียงประสบการณ์ของตนเองออกมาให้เป็นความรู้ประจำตัวของนักเรียนแต่ละคนให้ได้มากที่สุด โดยเฉพาะนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อน

4. ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร ครูจะต้องเปิดโอกาสให้ได้นำเสนอวิธีการทำงานของตนเองด้วยการพูดหรือเขียนอย่างเต็มที่ อย่างเสรีภาพทางความคิดเพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง ตรวจสอบความถูกต้องในการใช้วิธีการแก้ปัญหาของตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ และครู เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงพัฒนาตนเองให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง และเปิดรับแนวคิดหรือวิธีการทำงานที่แตกต่าง หลากหลายของเพื่อน ๆ

5. ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด ครูจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนได้ปรับความเข้าใจตนเองเพื่อให้งานทำได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องและเลือกใช้วิธีการทำงานในการแก้ปัญหาได้อย่างสอดคล้องกับความสามารถ ความถนัดของนักเรียน ครูจะต้องชี้แนะแนวทางในการพัฒนาวิธีการทำงานของนักเรียน ซึ่งจะช่วยเสริมสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนมากขึ้น รวมถึง ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันเพราะจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นธรรมชาติและไม่รู้สึกลดดันมากเกินไป

6. ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประลองปัญญาทางการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเต็มที่ โดยครูจะต้องออกแบบสถานการณ์ให้ใกล้เคียงกับชีวิตจริงให้มากที่สุดเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสจะได้พบเจอสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน ยุ่งยาก ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้รู้เท่าทันความรู้ความสามารถของตนเองว่าอยู่ในระดับใดเพื่อนำไปสู่การตั้งรู้ที่จะพัฒนาตนเองในส่วนที่ยังไม่กระจ่างหรือยังไม่รู้เรื่องมากพอต่อไป

5.5.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ใช้ผลการศึกษาเอกสารและผลการยืนยันจากผู้เชี่ยวชาญในส่วนของปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อนำมาใช้ออกแบบระบบสังคมในห้องเรียน ในการวิจัยครั้งต่อไปจึงควรมีการศึกษาวิจัยเชิงยืนยันองค์ประกอบของปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้มุ่งศึกษาเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง สติติ ซึ่งอยู่ในสาระที่ 3 สติติและความน่าจะเป็น เพียงเนื้อหาเดียว ในการวิจัยครั้งต่อไปจึงควรศึกษาในสาระอื่น ๆ เช่น สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

3. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ พบว่า ยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่มีพัฒนาการของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งต่อไปจึงควรศึกษาเชิงวิเคราะห์สาเหตุหรือปัจจัยที่ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถพัฒนาการของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมถึง ศึกษาแนวทางที่จะช่วยเหลือให้นักเรียนเหล่านี้สามารถพัฒนาการของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ต่อไป

4. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ใช้การประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้และให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหรือข้อค้นพบจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ในการวิจัยครั้งต่อไปจึงควรทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วย



GRAD VRU

บรรณานุกรม

- กนิษฐา สนั่นไพบูลย์. (2560). การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลาง
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตร
แห่งประเทศไทย.
- กัญจนา จันทะไพร. (2558). การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้
เพื่อส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การบวก การลบ
และการคูณทศนิยม. วารสารวิจัย มข, 3(3), 1-11.
- กิตติมา สารวงษ์. (2558). การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้แบบผสมผสานที่ใช้บทเรียนมัลติมีเดีย
เชิงสถานการณ์และวิธีการฝึกหัดทางปัญญาจากต้นแบบเพื่อเสริมสร้างทักษะการให้เหตุผล
ทางคลินิกของนักศึกษาพยาบาล. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและ
การสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กิตติศักดิ์ แก้งทอง. (2547). การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มี
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตร
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกศราพรรณ คงเจริญ. (2559). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเสริมสร้างสมรรถภาพการสอนตาม
แนวคิดการฝึกหัดทางปัญญาสำหรับนักศึกษาวิชาชีพครู. วารสารมนุษยศาสตร์และ
สังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา, 4(3), 12-27.
- ชลธิชา เครื่องน้ำคำ. (2560). การศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏ
มหาสารคาม.
- ชลธิชา ใจพนัส และอรอุมา เจริญสุข. (2556). ปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. วารสารวิชาการ Veridian E-Journal, 6(3), 286-304.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2553). เทคนิคการเขียนเค้าโครงการวิจัย. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ.
- โชติกา จันทะวัน. (2562). การพัฒนาแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในจังหวัดกาฬสินธุ์. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดผลและประกันคุณภาพการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ถนอมวงศ์ มาศรีक्षा. (2562, 30 มีนาคม). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์
บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. การประชุมวิชาการระดับชาติ
วิทยาลัยนครราชสีมา ครั้งที่ 6 ประจำปี พ.ศ.2562 “สังคมผู้สูงวัย: โอกาสและความท้าทาย
ของอุดมศึกษา”, วิทยาลัยนครราชสีมา จังหวัดนครราชสีมา.

ทศทัศน์ บุญตา. (2560). ผลของการใช้โปรแกรมเพื่อนช่วยเพื่อนควบคู่กับความมุ่งมั่นในการเรียน
เพื่อพัฒนาสมรรถนะในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มี
ผลการเรียนต่ำ. วารสารจิตวิทยา มหาวิทยาลัยเกษมบัณฑิต, 7(1), 14-28.

ทัศนีย์ เศรษฐพงษ์. (2559). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการอ่านจากต้นแบบ
และกลวิธีฝังสัมพันธ์ของความหมายเพื่อส่งเสริมความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์
ของนิสิตนักศึกษาระดับอุดมศึกษา. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยี
และสื่อสารการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิวทัศน์ ชัชวาล. (2562). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์เรื่อง บทประยุกต์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กระบวนการ
แก้ปัญหา DAPIC ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามของบาดแฮม. วิทยานิพนธ์ปริญญา
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.

ทิตินา แคมมณี. (2557). ปลุกโลกการสอนให้มีชีวิตสู่ห้องเรียนแห่งศตวรรษใหม่. กรุงเทพฯ:
สหมิตรพรินต์ติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.

ทิตินา แคมมณี. (2561). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี
ประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 22. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธนวัฒน์ ศรีศิริวัฒน์. (2556). การศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.

จิตติมา อุดมพรมนตรี. (2551). การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดลพบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่
การศึกษามัธยมศึกษา เขต 5. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการวิจัยและสถิติ
ทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

นิตยา จันตะคุณ. (2560). การศึกษาระดับความรู้และปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ในวิชาศึกษาทั่วไปกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ของนิสิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
วารสารวิชาการเซาธ์อีสท์บางกอก (สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์), 3(2), 1-13.

บุญชม ศรีสะอาด. (2560). การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

บุญญา แซ่หล่อ. (2557). ระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี, 25(1), 1-8.

เบญจวรรณ ดาบทอง. (2561). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
โดยวิธีการสอนแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 5E ร่วมกับเทคนิค K-W-D-L สำหรับนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขต
ปัตตานี, 29(2), 163-174.

พรรณภา แก้วคง. (2548). รูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดยะลา. วิทยานิพนธ์

- การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- พรสรัญ ชัยยา. (2561). **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมสมรรถนะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีเทคนิคศึกษา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- ภริดี ฤทธิเดช. (2553). **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการฝึกทางปัญญาจากต้นแบบเพื่อเสริมสร้างผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการกำกับตนเองของนักศึกษาระดับปริญญาบัณฑิตและมนุษยศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาอุดมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มณิกา เรื่องสินชัยวานิช. (2552). **ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตเทศบาลเมืองศรีสะเกษ จังหวัดศรีสะเกษ**. วารสารพฤติกรรมศาสตร์เพื่อการพัฒนา, 1(1), 162-169.
- มะลิวรรณ โคตรศรี. (2547). **การพัฒนาโมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีการวัดทางการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา.
- มารศรี แนวจำปา และณรงค์ฤทธิ์ อินทะนาม. (2560). **โมเดลสมการโครงสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน**. วารสาร Veridian E-Journal, Silpakorn University ฉบับภาษาไทย สาขามนุษยศาสตร์ สังคมศาสตร์และศิลปะ, 10(3), 1010-1026.
- แม่็ค เอ็ดดูเคชั่น. (2557). **ครูแห่งศตวรรษที่ 21**. กรุงเทพฯ: แพลนพรินท์ติ้ง.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2547). **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). **การวัดด้านจิตพิสัย**. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ลำเพา สุภา และมนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ. (2556). **ปัจจัยที่มีผลต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง**. วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง, 22(2), 1-13.
- ลือชา ลดาชาติ และลฎาภา ลดาชาติ. (2560). **การวิเคราะห์ความผันแปรในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1: กรณีศึกษาในหัวข้อเรื่องความรู้สึกเชิงจำนวน**. วารสารศึกษาศาสตร์สาร มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 1(3), 15-27.
- ลือชา ลดาชาติ และหวันบัสรี วาเต็ง. (2555). **วิธีการแตกแรงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4: การวิจัยปรากฏการณ์ภาพ**. วารสารสงขลานครินทร์ (ฉบับสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์), 18(2), 193-226.
- วนิดา นามโคตร. (2559). **การศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชสีมาวิทยาลัย**. วารสารออนไลน์คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 1-17.
- วรรณิกา ชาญพิชญภาพรวฒน์ และภูมิพงษ์ จอมหงษ์พิพัฒน์. (2559). **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคโนโลยีสารสนเทศเป็นฐานร่วมกับแนวคิดคอนสตรัคชันนิสซึมเพื่อเสริมสร้างทักษะกระบวนการและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน**

- ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. วารสารวิทยาลัยนครพนม, 6(1), 106-114.
- วรรณิกา เรียบเรียง. (2561). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามวิธี IMPROVE. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- วีรพล เทพบรรเทา. (2560). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ อังกะภักขจร. (2561). การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดชลบุรี. วารสารศึกษาศาสตร์, 29(2), 94-107.
- แวตีเยาะ แวยูโซะ. (2559). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพุทธิปัญญา เพื่อเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วารสารมหาวิทยาลัยมหามกุฏราชวิทยาลัย วิทยาเขตอโยธยา, 5(2), 235-246.
- ศราวุฒิ พรภูเขียว. (2562). การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วารสาร E-Journal of Education Studies, Burapha University, 1(3), 57-79.
- ศรีเรือน แก้วกังวาล. (2545). จิตวิทยาพัฒนาการชีวิตทุกช่วงวัย เล่ม 2 วัยรุ่น-วัยผู้สูงอายุ. พิมพ์ครั้งที่ 8 แก้ไขเพิ่มเติม. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ศศิธร ชิดน่ายี. (2560). การฝึกหัดทางปัญญา: รูปแบบการจัดการเรียนการสอนเพื่อสร้างความรู้. วารสารวิทยาลัยพยาบาลบรมราชชนนีนครดัตต์, 9(2), 128-139.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศุภชัย ราชนนเทียร. (2560). การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ศุภลักษณ์ ใจแสวงทรัพย์. (2547). ปัจจัยที่ส่งผลต่อคะแนนพัฒนาการวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: รากขวัญ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.

- กรุงเทพฯ: วี.พรีนท์ (1991).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). **คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). **ผลการประเมิน PISA 2015 วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ ความเป็นเลิศและความเท่าเทียมทางการศึกษา**. กรุงเทพฯ: ซีคเซสพับลิเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). ผลการประเมิน PISA 2018: นักเรียนไทยวัย 15 ปี รู้และทำอะไรได้บ้าง. **บทความ: Focus ประเด็นจาก PISA**, 48(ธันวาคม), 1-8.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). ผลการประเมิน PISA 2021 กับการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์. **บทความ: Focus ประเด็นจาก PISA**, 53(พฤษภาคม), 1-4.
- สมควร จำริญพัฒน์ และคนอื่น ๆ. (2552). รูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 2. **วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม**, 3(3), 69-77.
- สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร. (2559). **แผนพัฒนาการศึกษาขั้นพื้นฐานกรุงเทพมหานคร ฉบับที่ 2 (พ.ศ. 2560-2563)**. กรุงเทพฯ: สำนักงานศึกษากรุงเทพมหานคร.
- สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร. (2562). **ประกาศสำนักงานการศึกษา เรื่อง แนวทางการขอข้อมูลเพื่อการวิจัยในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2559). **แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 พ.ศ. 2560-2564**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2559). **การวิเคราะห์ปัจจัยเชิงสาเหตุเพื่อพัฒนาสมรรถนะกำลังคนรองรับโลกศตวรรษที่ 21**. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). **แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560-2574**. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- สำรวย หาญห้าว. (2560). ปัจจัยที่มีผลต่อเจตคติและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง. **วารสารวิชาการศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ**, 18(1), 142-158.
- สุดใจ พลະศักดิ์. (2556). การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8 จังหวัดกาญจนบุรี. **วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี**.
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2547). **ความรู้และทักษะของเยาวชนไทยสำหรับโลกวันพรุ่งนี้: รายงานการวิจัยโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ Programme for International Student**

- Assessment (PISA 2000 และ PISA Plus). กรุงเทพฯ: เซเว่น พรินติ้ง กรุ๊ป.
- สุณีย์ คล้ายนิล. (2549). การเรียนรู้เพื่อโลกวันพรุ่งนี้: รายงานกับการประเมินผลการเรียนรู้จาก PISA 2003. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สุพัตรา ผลรัตน์ไพบุลย์ และวิไลลักษณ์ พงษ์โสภณ. (2550). ปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์พิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี. **วารสารวิชาการศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ**, 8(3), 112-120.
- สุรเดช ศรีทา และอรพรรณ คุณเพ็ญแสง. (2560). การส่งเสริมการปฏิบัติการสอนของนิสิต ฝึกประสบการณ์วิชาชีพศึกษาศาสตร์ในวิชาชีววิทยาเรื่อง อาณาจักรสัตว์ด้วย ทฤษฎีความหลากหลายของการเรียนรู้โดยวิธีการสอนงานและการเป็นพี่เลี้ยง. **วารสารหน่วยวิจัยวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และสิ่งแวดล้อมเพื่อการเรียนรู้**, 8(1), 1-17.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2559). **จิตวิทยาการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 12. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- แสงจันทร์ ศรีเสน. (2562). การจัดการเรียนการสอนแบบ 4G (4G Model) เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. **วารสารศึกษาศาสตร์**, 30(1), 115-137.
- อดิสรณ์ เรืองกิจจามันท์. (2559). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยบูรณาการแนวคิด การฝึกทางปัญญาจากต้นแบบร่วมกับแนวคิดการเขียนแบบเน้นกระบวนการเพื่อส่งเสริม ความสามารถในการเขียนเรียงความและการคิดไตร่ตรองของนักศึกษาปริญญาตรี. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2559). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อินทิรา ลิ้มวิวัฒนา และไพโรจน์ เบบใจ. (2557). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตาม แนวทางกระบวนการสร้างสรรค์ด้วยปัญญาเพื่อสร้างเสริมสมรรถนะของผู้เรียน ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. **วารสารศึกษาศาสตร์**, 25(3), 27-38.
- อิสริยะ อรัญมิตร. (2560). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญา ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- อุไรวรรณ คำเมือง. (2562). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อเมตาคognition ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- Abramovich, S. & Connell, M. L. (2015). Digital fabrication and hidden inequalities: Connecting procedural, factual, and conceptual knowledge. **The International Journal of Technology in Teaching and Learning**, 11(2), 76-89.
- Allport, G. W. (1935). **Attitudes**. A Handbook of Social Psychology (pp. 798-844). USA:

Clark University Press.

- Anderson, J. (1983). **The architecture of cognition**. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Baroody, A. J., Feil, Y. & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. **Journal for Research in Mathematics Education**, 38(2), 115-131.
- Bas, K. & Kuiper, W. (1999). Modelling TIMSS DATA in European comparative perspective: exploring influencing factors on achievement in mathematics in grade 8. **Educational Research and Evaluation**, 5(2), 157-179.
- Braxton, S., Bronico, K. & Looms., T. (1995). **Instructional design methodologies and techniques**. Retrieved from http://edutechwiki.unige.ch/en/Instructional_design_model
- Brill, J., Kim, B. & Galloway. (2001). **Cognitive apprenticeships as an instructional model**. USA: The University of Georgia.
- Burry et al. (1996). Rater Agreement Indexes for Performance Assessment. **Educational and Psychological Measurement**, 56(2), 251-262.
- Byrnes, J. & Wasik, B. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. **Developmental Psychology**, 27(5), 777-787.
- Charman, M. J. (2014). **Factors influencing mathematics achievement of secondary school students in India**. Doctoral Dissertation University of Tasmania.
- Cheng, Tang, F. & Cheng, N. (2014). Differences in pedagogical understanding among student-teachers in a four-year initial teacher education program. **Teachers and Teaching: Theory and Practice**, 20(2), 152-169.
- Chinaedum, L. (2016). Factors Affecting Students' Interest in Mathematics in Secondary Schools in Enugu State. **International Journal of Education and Evaluation**, 2(1), 22-28.
- Cigdem, I. (2003). **A cross-cultural comparison of factors affecting mathematical literacy of students in programme for international student assessment (PISA)**. Master's thesis The middle east technical university.
- Collins, A., Brown, J. S. & Holum, A. (1991). Cognitive apprenticeship: Making thinking visible. **American Educator**, 15(3), 1-18.
- Collins, A., Brown, S. & Newman, E. (1987). **Cognitive apprenticeship: teaching the craft of reading, writing, and mathematics**. USA: Children's Research Center, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Collins, A. & Hawkins, J. (1991). **A cognitive apprenticeship for disadvantaged students**. In Means, B., Chelemer, C. & Knapp, S. (Eds.) Teaching advanced skills to at-risk

- students: views from research and practice (pp. 216-243). California: Jousey-Bas.
- De Bono, E. (1995). **Serius creativity: Using the power of lateral thinking to create new ideas**. Hammersmith, London: HarperCollinsPublisher.
- Dick, W. & Carey, L. (1996). **The systematic design of instruction**. 4th ed. New York: Harper Collin.
- Drijvers, P. (2004). Learning algebra in a computer algebra environment. **The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education**, 11(3), 77-89.
- Durkin, K., Rittle-Johnson, B. & Star, R. (2012). Developing procedural flexibility: Are novices prepared to learn from comparing procedures? **British Journal of Educational Psychology**, 82(3), 436-455.
- Ehmke, T., Pesonen, M. E. & Haapasalo, L. (2010). Assessment of university students' understanding of abstract binary operations. **Nordic Studies in Mathematics Education**, 15(4), 25-40.
- Ekawati, R. & Lin, L. (2014). Designing teacher professional development for mathematics teaching with variation theory. **IndoMS-JME**, 5(2), 127-137.
- Fernandez, C. (2002). Learning from Japanese approaches to professional development: the case of Lesson Study. **Journal of Teacher Education**, 53(5), 393-405.
- Gamoran et al. (1997). Upgrading high school mathematics instruction: Improving learning opportunities for low-achieving, low-income youth. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, 19(4), 325-338.
- Georgia Department of Education. (2018). **Georgia milestones assessment system: assessment guide grade 4**. USA: Georgia Department of Education.
- Ghefaili, A. (2003). Cognitive Apprenticeship, technology, and the contextualization of learning environments. **Journal of Educational Computing, Design & Online learning**, 4(1), 1-27.
- Glaser, R. (1965). **Toward a behavioral science base for instructional design**. In Glaser, R. (Ed.), *Teaching machines and programmed learning (Vol.2): Data and directions* (pp. 711-809). Washington, D.C.: National Education Association.
- Gotoh, G. (2004, July 4-11). **The Quality of the Reasoning in Problem Solving Processes**. Paper presented at the 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, Denmark.
- Gray, E. & Tall, D. (1993). Success and failure in mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. **Mathematics Teaching**, 14(2), 6-10.
- Gu, L., Huang, R., & Marton, F. (2004). **Teaching with variation: An effective way of mathematics teaching in China**. In Fan, L. Wong, Y., Cai, J., & Li, S. (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders*. China: World

Scientific.

- Haapasalo, L. & Kadujevich, D. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *Journal fur Mathematik-Didaktik*, 21(2), 139-157.
- Haapasalo, L. & Kadujevich, D. (2003). **The Conflict between Conceptual and Procedural Knowledge: Should We Need to Understand in Order to be Able to Do, or vice versa?**. Paper presented at the Proceedings on the 19th Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association, University of Joensuu. *Bulletins of the Faculty of Education*.
- Haapasalo, L. & Kadujevich, D. (2013, 6-10 February). **Two pedagogical approaches linking conceptual and procedural knowledge**. Paper presented at the 8th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Manavgat-Side, Antalya, Turkey.
- Haapasalo, L., Zimmermann, B. & Rehlich, H. (2004). A versatile tool to promote link between creative production and conceptual understanding. *The Teaching of Mathematics*, 7(2), 61-70.
- Hess et al. (2009). **Cognitive rigor: Blending the strengths of Bloom's taxonomy and Webb's depth of knowledge to enhance classroom-level processes**. New Hampshire: National Center for Assessment.
- Hess, K. & Petit, M. (2014). **Applying Webb's Depth of Knowledge and NAEP Levels of Complexity in Mathematics**. National Center for Assessment, Dover, NH. The Leadership and Learning Center.
- Ho, C. L. (2014). Elaborating the concepts of part and whole in variation theory: The case of learning Chinese characters. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 58(3), 337-360.
- Holmqvist et al. (2008). Instruction Built on Learners' Previous Knowledge by Using the Variation Theory. *Problems of Education in the 21st Century*, 6(1), 86-95.
- Huang, R. & Leung, K. (2004). **Cracking the paradox of Chinese learners: looking into the mathematics classrooms in Hong Kong and Shanghai**. In Fan, L., Wong, Y., Cai, J. & S. Li (Eds.) *How Chinese learn Mathematics: Perspectives from insiders*. Singapore: World Scientific.
- IOWA Department of Education. (2019). **The role and importance of cognitive complexity: Webb DOK-Mathematics**. Iowa Core. USA: IOWA Department of Education.
- Jing et al. (2017). The adoption of variation theory in the classroom: effect on students' algebraic achievement and motivation to learn. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 15(2), 307-325.

- Johnson, R. B. (2017). Developing Mathematics Knowledge. **Child Development Perspectives**, 11(3), 184-190.
- Jones et al. (1999). **Understanding Students' Probabilistic Reasoning In Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Joyce, B. & Weil, M. (1996). **Model of teaching**. 5th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Kadijevich, D. M. (1999). An approach to learning mathematics through knowledge engineering. **Journal of Computer Assisted Learning**, 15(4), 291-301.
- Kadijevich, D. M. (2007, 19-20 June). **Towards relating procedural and conceptual knowledge by CAS**. Paper presented at the 5th Computer Algebra in Mathematics Education Symposium, Hungarian Academy of Science, Pcs-Hungary.
- Kadijevich, D. M. (2018). Relating procedural and conceptual mathematical knowledge. **The Teaching of Mathematics**, XXI(1), 15-28.
- Katz, D. (1960). The functional approach to the study of attitudes. **Public Opinion Quarterly**, 24(2), 163-204.
- Kieran, C. (2013). **The false dichotomy in mathematics education between conceptual understanding and procedural skills: An example from algebra**. In Leatham, R. (Ed.), *Vital Directions for Mathematics Education Research*. New York: Springer.
- Kilman, T. A. (2015). **The relationship between students' applied mathematics skills and students' attitudes towards mathematics**. Doctoral dissertation University of Southern Mississippi.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). **Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics**. Washington, DC: National Academy Press.
- Kirk, R. E. (2013). **Experimental Design: procedures for the behavioral science**. 4th ed. Thousand Oaks, CA: SAG.
- Ko, Y. & Marton, F. (2004). **Variation and secret of the virtuoso**. In Marton, F., Tsui, M., Chik, Y., Ko, Y. & Lo, L. (Eds.) *Classroom discourse and the space of learning* (pp. 43-62). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Krulik, S. & Rudnick, A. (1996). **The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in junior and senior high schools**. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Lawrence, F. (1976). Student Perception of the Classroom Learning Environment in Biology, Chemistry and Physics. **Journal of Research in Science Teaching**, 13(1), 315-323.
- Lay, F. Y. & Davadas, S. D. (2018). Factors affecting students' attitude toward mathematics: A structural education modelling approach. **EURASIA Journal of**

- Mathematics, Science and Technology Education**, 14(1), 517-529.
- Lee, V. S. (1999). Educating the whole person: Hearth, body and mind. **National Teaching and Learning Forum**, 8(5), 1-5.
- Leung, A. (2017). **Variation in tool-based mathematics pedagogy in Teaching and learning mathematics through variation**. Netherlands: Sense Publishers.
- Lewis, C. (2002). **Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change**. Pennsylvania: Research for Better School.
- Liu, T. C. (2005). Web-based Cognitive Apprenticeship Model for Improving Pre-service Teachers' Performances and Attitudes towards Instructional Planning: Design and Field Experiment. **Educational Technology & Society**, 8(2), 136-149.
- Lo, L. & Pong, Y. (2005). **Catering for individual differences: Building on variation**. In Lo, L., Pong, Y. & Chik, M. (Eds.), For each and everyone: Catering for individual differences through learning studies. China: Hong Kong University Press.
- Lo, L. & Pong, Y. (2012). **Variation theory and the improvement of teaching and learning**. Gothenburg: Göteborgs Universitet, Acta Universitatis Gothoburgensis, Göteborg.
- Lo, L., Pong, Y., & Chik, M. (2005). **For each and every one: Catering for individual differences through learning studies**. China: Hong Kong University Press.
- Marton, F. & Booth, S. (1997). **Learning and Awareness**. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Marton, F. & Pang, M. F. (2008). **The idea of phenomenography and the pedagogy for conceptual change**. In Vosniadou, S. (Ed.), International handbook of research on conceptual change. United Kingdom: Routledge.
- Marton, F., Runesson, U., & Tsui, M. (2004). **The space of learning**. In Marton, F., Tsui, M., Chik, M., Ko, Y. & Lo, L. (Eds.), Classroom discourse and the space of learning. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- McClelland, D. C. (1961). **The Achieving Society**. New York: D. Van Nostrand.
- Member of the All Numeracy Team. (2003). **Adult numeracy and its assessment in the all survey: A conceptual framework and pilot results**. Adult Literacy and life skills survey. Canada: Yvan Clermont.
- Moyana, J. H. (1996). **Factors related to mathematics achievement of secondary school pupils**. Master's thesis University of South Africa.
- OECD. (2018). **PISA 2021 Mathematics Framework (Second Draft)**. Paris: OECD.
- Oktaviyanthi, R. & Dahlan, A. (2018). Developing Guided Worksheet for Cognitive Apprenticeship Approach in teaching Formal Definition of The Limit of a Function. **ICOMSET, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering**, 33(5), 1-5.

- Olive, J. & Makar, K. (2009). **Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies**. In Hoyles, C. & Lagrange, B. (Eds.), *Mathematics education and technology – Rethinking the terrain*. New York: Springer.
- Orgill, M. (2012). **Variation theory**. In Seel, N. (Ed.), *Encyclopedia of the Sciences of Learning* (pp. 2608-2611). New York: Springer.
- Ornek, F. (2008). An overview of a theoretical framework of phenomenography in qualitative education: An example from physics education research. **Asia-Pacific Form on Science Learning Teaching**, 9(2), 1-14.
- Papert, S. (1987). **Microworlds: Transforming education**. In Lawler, R. & Yazdani, M. (Eds.), *Artificial intelligence and education* (Vol. I). New Jersey: Albex Publishing.
- Polo, F. G. (2015). **Using the cognitive apprenticeship model to develop educational learning modules: An example from statics**. In 122nd ASEE Annual Conference & Exposition. Washington, DC: Seattle.
- Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2015). **Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics**. In Kadosh, C. & Dowker, A. (Eds.), *The Oxford handbook of numerical cognition*. United Kingdom: Oxford University Press.
- Saylor, G., Alexander, W., & Lewis, J. (1981). **Curriculum Planning for Better Teaching and Learning**. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Schneider, M., Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. **Developmental Psychology**, 47(6), 1525-1538.
- Schwarz, B., Dreyfus, T. & Bruckheimer, M. (1990). A model of the function concept in a three-fold representation. **Computers & Education**, 14(3), .249-262.
- Silao, I. V. (2018). Factors affecting the mathematics problem solving skills of Filipino pupils: A study conducted in Kiamba central school SPED center, Kiamba, Sarangani. **The International Journal of Scientific and Research Publications**, 8(2), 487-497.
- Sizemore, J. M. (2015). **Intentional depth of knowledge and its effects on K-12 student engagement**. Doctor dissertation Bellarmine University.
- Stalmeijer, E., Dolmans, H., Wolfhagen, H. & Scherpbier, A. J. (2009). Cognitive apprenticeship in clinical practice: can it stimulate learning in the opinion of students?. **Advances in health sciences education: theory and practice**, 14(4), 535-546.
- Star et al. (2015). Learning from comparison in algebra. **Contemporary Educational Psychology**, 40(1), 41-54.
- Stern, H. H. (1984). **Review and discussion**. In Brumfit, J. (Eds.), *General English syllabus*

- design. Oxford: Pergamon Press.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). **The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom.** New York: The Free Press.
- Sun, X. (2013). **The fundamental idea of mathematical tasks design in China: The origin and development In ICMI STUDY 22: Task Design in Mathematics Education.** United Kingdom: University of Oxford.
- Tall, D., Smith, D. & Piez, C. (2008). **Technology and calculus.** In Heid K. & Blume M. (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Research syntheses.* Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Thuné, M. & Eckerdal, A. (2009). Variation theory applied to students' conceptions of computer programming. **European Journal of Engineering Education**, 34(4), 339-347.
- Thurstone, L. L. (1931). The measurement of social attitudes. **The Journal of Abnormal and Social Psychology**, 26(3), 249-269.
- Tong, S. Y. A. (2012). Applying the Theory of Variation in Teaching Reading. **Australian Journal of Teacher Education**, 37(10), 1-19.
- Trouche, L. (2005). An Instrumental Approach to Mathematics Learning in Symbolic Calculator Environments. In Guin D., Ruthven, K., & Trouche L. (eds) *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators.* **Mathematics Education Library**, 36(Springer), 137-279.
- Tyler, R. W. (1950). **Basic principles of curriculum and instruction.** Chicago: University of Chicago Press.
- Warren, E., Young, J., & deVries, E. (2008). The impact of early numeracy engagement on four years old Indigenous students. **Australian journal of early childhood**, 33(4), 2-8.
- Watanabe, T. (2002). Learning from Japanese Lesson Study. **Educational Leadership**, 59(6), 36-39.
- Webb, L. (2002, 5 April). **An analysis of the alignment between mathematics standards and assessment for three States.** Paper presented at the American educational research association annual meeting, USA, university of Wisconsin-Madison.
- Wilson, W. & Jame, W. (1971). **Evaluation of learning in secondary school mathematics in handbook on formative and summative evaluation of student learning.** New York: McGraw-Hill.
- Yusepa, P., Kusumah, S. & Kartasasmita, G. (2018). **The enhancement of students' mathematical representation in junior high school using cognitive**

apprenticeship instruction (CAI). Paper presented at the International Conference on Mathematics, Science and Education.

Zehavi, N. (1997). Diagnostic learning activities using DERIVE. **Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching**, 16(1), 37-59.



GRAD VRU



ภาคผนวก

GRAD VRU



ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

GRAD VRU

**รายชื่อผู้เชี่ยวชาญยืนยันผลการศึกษาค้นคว้าข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบ
ของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้เทคนิคเดลฟาย**

1. ชื่อ – สกุล นายจันท์ สุกุลวงศ์ไพบูลย์
วุฒิการศึกษา ศษ.ม. สาขาวิจัยและประเมินทางการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่ง นักวิชาการศึกษาคำนาฏการพิเศษ
สถานที่ทำงาน สำนักทดสอบทางการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
2. ชื่อ – สกุล นายวรารุช วดีวรวิทย์
วุฒิการศึกษา ศษ.ม. สาขาการวัดและประเมินผลทางการศึกษา
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
ตำแหน่ง นักวิชาการศึกษาคำนาฏการพิเศษ
สถานที่ทำงาน สำนักทดสอบทางการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
3. ชื่อ – สกุล นายพิสุทธิ์ ยงทางเรือ
วุฒิการศึกษา วท.บ. สาขาการสอนคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการสำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา
สถานที่ทำงาน สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
4. ชื่อ – สกุล นางสาวลักษณ์ สมานหัตถ์
วุฒิการศึกษา กศ.บ. สาขาการศึกษาพิเศษสำหรับบุคคลที่มีความเป็นเลิศทางวิชาการ
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
สถานที่ทำงาน โรงเรียนวัดคูบัว (วัดน่านันท์อุทิศ)
สำนักงานเขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร
5. ชื่อ – สกุล นางสาววิชญาพร นันทะสาร
วุฒิการศึกษา ศษ.ม. สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ
สถานที่ทำงาน โรงเรียนวัดคูบัว (วัดน่านันท์อุทิศ)
สำนักงานเขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญยืนยันผลการศึกษาค้นคว้าข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบ
ของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้เทคนิคเดลฟาย (ต่อ)

6. ชื่อ - สกุล ดร.กมลวรรณ มิตรกระจ่าง
วุฒิการศึกษา ศษ.ด. สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ
สถานที่ทำงาน โรงเรียนประชาราษฎร์อุปถัมภ์วิทยา
สำนักงานเขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร
7. ชื่อ - สกุล นางสาวธัญญา สุขเกษม
วุฒิการศึกษา ศษ.ม. สาขาวิชาหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้
มหาวิทยาลัยรามคำแหง
ตำแหน่ง ครู รับเงินเดือนในอันดับ คศ.1
สถานที่ทำงาน โรงเรียนวัดคูบอน (วัฒนานันทอุทิศ)
สำนักงานเขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร
8. ชื่อ - สกุล อาจารย์ ดร.พิศิษฐ์ ชำนาญนา
วุฒิการศึกษา คอ.ด. สาขาวิชาครุศาสตร์อุตสาหกรรม (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำ สาขาวิชาการตลาด
คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
อาจารย์พิเศษ สาขาวิชาการประเมินผลและวิจัยทางการศึกษา
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
สถานที่ทำงาน มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
9. ชื่อ - สกุล ดร.ศุภจิรา นาคโต
วุฒิการศึกษา ปร.ด. สาขาการวิจัยและพัฒนาศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตำแหน่งศึกษานิเทศก์ วิทยฐานะศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ
สถานที่ทำงาน กลุ่มงานนิเทศการพัฒนาระบบ นวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษา
หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ พ๖๐๙



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตุน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

พ๖ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นายจันทร์ สุกวงค์ใหญ่

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑Bel๔๖๘๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จ้อยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กิ้นตฤทัย คลังพล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ ยว ๐๖๓๐.๑๒/ พ.๖๖๐



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นายวราวุธ วดีวรวิทย์

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๕๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๕๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กิ้นตฤทัย คลิ่งพล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/พ๑๑๑



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประคูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๓๘๐

พ๑ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นายพิสุทธิ์ ยงทางเรือ

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๒๑๒๗๔๖๔๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
 มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓๓-๔๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กันตฤทัย คลังพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๓๖๓๘ ตีอ ๔๐๓, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๓๖๓๘ ตีอ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/พว๑๕



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประคูน้าพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

พ.ศ. กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นางสาวลักษณ์ สมานุหัตต์

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๔๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณต์ฤทัย คลังพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ตีอ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ตีอ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ๒๖๖๕



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นางสาววิชญาพร นันทะสาร

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์อุทัย คลังพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/๒๕๖๓



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้้าพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน ดร.กมลวรรณ มิตรกระจำจ

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๖๓๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๕๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ฤทัย คลังพล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ๕๖๓๐



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณ.จ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๕๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นางสาวณัฏฐา สุขเกษม

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๔๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กนต์ฤทัย คลังพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๓, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ พ.๑๗



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน อาจารย์ ดร.พิศิษฐ์ ชำนาญนา

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนารูปแบบ การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ปีที่ ๒" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๖๒๖๕๓ เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กนิต์ทัย คลั่งพล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ตีอ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ตีอ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ส.๖๓๕



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณ. ประจวบคีรีขันธ์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๕๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน ดร.สุภจิรา นาคโค

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จ้อยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๔๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กันต์ฤทธิ์ คลั่งพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๔ ๓๖๓๘ ตีอ ๔๐๓, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๔ ๓๖๓๘ ตีอ ๔๐๖

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

1. ชื่อ – สกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เรชา อรัญวงศ์
วุฒิการศึกษา คด. สาขาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ตำแหน่ง อาจารย์
สถานที่ทำงาน คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี
2. ชื่อ – สกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิติกร อ่อนโยน
วุฒิการศึกษา ปร.ต. สาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตำแหน่ง อาจารย์
สถานที่ทำงาน คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี
3. ชื่อ – สกุล รองศาสตราจารย์ ดร.นลินี ฦ นคร
วุฒิการศึกษา คด. การวัดและประเมินผลการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ตำแหน่ง อาจารย์
สถานที่ทำงาน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
4. ชื่อ – สกุล อาจารย์ ดร.วิสส์พร จิโรจพันธ์
วุฒิการศึกษา ปร.ต. สาขาการวิจัยและพัฒนาศึกษภาพมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตำแหน่ง อาจารย์
สถานที่ทำงาน คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี
5. ชื่อ – สกุล นางสาวนิรมล สังข์กุล
วุฒิการศึกษา กศ.ม. สาขาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ชำนาญการพิเศษ
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
หัวหน้างานทะเบียนและวัดผล
สถานที่ทำงาน โรงเรียนวัดคูบัว (วัฒนานันทอุทิศ)
สำนักงานเขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ๒๖๖๕



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เรขา อรัญวงศ์

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๖๓๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จ้อยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๔๕๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ฤทัย คลังพล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๓, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/๕๐๕



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตุน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๕๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิติกร อ่อนโยน

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๒๑8๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๕๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ทัย คลังทอล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ ยว ๐๖๓๐.๑๒/ ๒๖๖๖



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประจวบคีรีขันธ์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๒ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ณลินี ณ นคร

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๒๗๕๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ทั้ย คลิ่งพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ๕๖๖๗



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

๒๐ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน อาจารย์ ดร.วิมลพร จิโรจน์พันธ์

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑B๗๕๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๕๔๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์กัญญา คลังพหล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๓๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๓๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ๕.๑๑๕



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ. ประตูน้ำพระอินทร์
จ.ปทุมธานี ๑๓๑๘๐

พื่อ กันยายน ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน นางสาวนิรมล สังข์กุล

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๖๙๕๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนารูปแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้แก่นักศึกษา ทั้งนี้ได้มอบหมายให้นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๖๒๖๕๓
เป็นผู้ประสานงานโดยตรง บัณฑิตวิทยาลัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
และขอขอบคุณล่วงหน้า มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.กนต์ฤทัย คลังพล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓

โทรสาร ๐-๒๕๒๙ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖



ภาคผนวก ข
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- แบบประเมินข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- แบบประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเอกสารประกอบการใช้รูปแบบการเรียนการสอน
- แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

GRAD VRU

แบบประเมินข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง แบบประเมินนี้ใช้สำหรับประเมินข้อมูลพื้นฐานและองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งประกอบด้วยรายการประเมินดังนี้

เอกสารหมายเลข 1 ข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เอกสารหมายเลข 2 องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิธีประเมิน

แบบประเมินนี้เป็นแบบตรวจสอบข้อมูลที่ได้จากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ ขอให้ท่านพิจารณาข้อมูลตามรายการประเมินที่กำหนดไว้แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างตรงกับความคิดเห็นของท่าน และได้โปรดให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมลงในช่องว่างท้ายรายการประเมินในแต่ละหัวข้อ ทั้งนี้ เพื่อจะเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยในการนำไปสู่ออกแบบรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ต่อไป

ขอขอบพระคุณอย่างสูงในความร่วมมือของท่าน

GRAD VRU นายทศทัศน์ บุญตา
ผู้วิจัย

เอกสารหมายเลข 1

การประเมิน “ข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์”

ประเด็นที่ 1 สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จากผลการประเมิน PISA 2018 ด้านคณิตศาสตร์ นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD โดยภาพรวมมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงประจักษ์ที่สะท้อนให้เห็นว่า ปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ทำให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้ตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ดังนั้น จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนไทยโดยภาพรวมมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าค่าเฉลี่ย OECD ในการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ ปี 2021

 เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย

ประเด็นที่ 2 รูปแบบการเรียนการสอน

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต้องเน้นฝึกการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงผ่านตัวแบบ โดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา อย่างเป็นระบบ ทีละขั้นตอน ให้นักเรียนแสดงออกในการคิดแก้ปัญหาด้วยการพูดหรือเขียนอย่างชัดเจน ให้นักเรียนได้รับการชี้แนะช่วยเหลือ ให้คำปรึกษา รวมถึง พัฒนาการคิดจากครูและเพื่อน

 เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย

ประเด็นที่ 3 ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ OECD ในการประเมิน PISA เริ่มจากสถานการณ์ปัญหาง่าย ๆ ใช้วิธีการแก้ปัญหาเพียงขั้นตอนเดียว มีข้อมูลให้ครบถ้วนหรือคล้ายตัวอย่างแต่ขาดข้อมูลบางส่วน เริ่มซับซ้อน ใช้วิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นความเชื่อมโยงสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ไต่ระดับความยากขึ้นไปจนถึงสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่เคยพบเจอมาก่อน และมีการประเมิน เปรียบเทียบข้อดี ข้อด้อยของวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ

 เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย

ประเด็นที่ 4 ระดับของความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคยและมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน แก้ปัญหาแบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 1

ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามตัวอย่างอย่างง่าย ๆ เพียงขั้นเดียวหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อน ตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้ ใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ คิดวิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมาตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 2 และ 3

ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบชัดเจน ค่อนข้างซับซ้อน เลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ ใช้เหตุผลได้ มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อนสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง สื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจบนพื้นฐานของการตีความ แปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตนเองได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 4

ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเลือกเปรียบเทียบ สร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่ การแก้ปัญหาในวิธีใหม่ ประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยง คิดวิเคราะห์การทำงาน สร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ตีความ แปลความ และโต้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ ใช้เหตุผลของตนอธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ ให้เป็นที่เข้าใจได้ตามการประเมิน PISA ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของ OECD ระดับ 5 และ 6

เห็นด้วย

ไม่เห็นด้วย

ประเด็นที่ 5 ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้แก่

1) เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ (เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ในด้านการเห็นความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ การเห็นประโยชน์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการให้ความสนใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์)

2) แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์ (แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความปรารถนาของบุคคลที่จะดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยพยายามเอาชนะอุปสรรคต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ประกอบด้วยพฤติกรรมที่สำคัญคือ ความมุ่งมั่นในการศึกษาหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความพึงพอใจในการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการรับรู้ระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้)

3) ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ (ความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณเป็นความรู้สึกนึกคิดของบุคคลในทางบวกเกี่ยวกับความมีพลังในการกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อุทิศตนให้กับสิ่งที่ทำและ มีความรู้สึกเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับงาน ซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้ (1) ความมีพลังในการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ด้านการคิดคำนวณ มีแรงผลักดันในการพัฒนาตนเอง กล้าเผชิญกับอุปสรรคที่เกิดขึ้น (2) การอุทิศตนในการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณหมายถึง ความพยายามที่จะฝึกฝนตนเองให้บรรลุตามเป้าหมายในการเรียนรู้ด้านการคิดคำนวณ ให้ความสำคัญกับการฝึกฝนตนเองด้านการคิดคำนวณ และพร้อมที่จะเรียนรู้เพิ่มเติมเมื่อมีโอกาสเหมาะสม (3) ความรู้สึกเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณ หมายถึง การมีสมาธิจดจ่ออยู่กับการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งที่ทำได้ มีความสุขกับการเรียนรู้ทางการคิดคำนวณโดยรู้สึกว่าเวลาผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบตัว

4) ปัจจัยเกื้อหนุน ได้แก่ สภาพแวดล้อมทางการเรียน ความสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน การมีส่วนร่วมของผู้ปกครอง และพฤติกรรมการสอนของครู

เห็นด้วย

ไม่เห็นด้วย

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ)ผู้ประเมิน
(.....)

เอกสารหมายเลข 2

การประเมิน “องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์”

ประเด็นที่ 1 องค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
<p>องค์ประกอบสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้แก่</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หลักการคือ แนวคิดและพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบการเรียนการสอนนั้น ๆ 2. วัตถุประสงค์คือ เป้าหมายเฉพาะของรูปแบบการเรียนการสอนว่ามุ่งให้นักเรียนมีลักษณะเป็นอย่างไร 3. ขั้นตอนการเรียนการสอนคือ การอธิบายถึงวิธีดำเนินการเรียนการสอนของรูปแบบที่เป็นขั้นตอน 4. เนื้อหาสาระคือ เนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 5. การวัดและประเมินผลคือ แนวทางการวัดและประเมินผลเพื่อประเมินผลการเรียนรู้จากการใช้รูปแบบ
<p><input type="checkbox"/> เห็นด้วย <input type="checkbox"/> ไม่เห็นด้วย</p>

ประเด็นที่ 2 หลักการของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
<p>หลักการของรูปแบบการเรียนการสอนคือ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) เน้นการวิเคราะห์ตัวแบบการคิดค้นแปร 2) เน้นการฝึกคิดแก้ปัญหาในโลกชีวิตจริงที่มีความผันแปรทั้งสถานการณ์ ผันแปรกระบวนการแก้ปัญหา และผันแปรการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหา 3) เน้นการคิดสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ 4) เน้นการนำเสนอความคิดของตนเอง 5) เน้นการชี้แนะและพัฒนาการคิด 6) เน้นการเผชิญปัญหาที่แปลกใหม่ ยุ่งยาก ซับซ้อน
<p><input checked="" type="checkbox"/> เห็นด้วย <input type="checkbox"/> ไม่เห็นด้วย</p>

ประเด็นที่ 3 ขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกนักเรียนให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ตามการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระดับ 1 โดยครูเสนอตัวอย่างการทำงานทางคณิตศาสตร์จากนั้นจัดนักเรียนเข้ากลุ่มกลุ่มละ 3-6 คน ประกอบด้วย นักเรียนเก่ง 1-2 คน ปานกลาง 1-2 คน และอ่อน 1-2 คน เพื่อให้นักเรียนได้ทำงานทางคณิตศาสตร์ตามตัวอย่างด้วยการทำแบบฝึกหัดที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) แล้วช่วยกันสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระดับ 2 และ 3 โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) แล้วสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเองและกลุ่ม เปรียบเทียบวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์แล้วช่วยกันสรุปเป็นวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ของชั้นเรียน วิเคราะห์ นำเสนอจุดเด่น จุดควรพัฒนา และเสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุงในการทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระดับ 2 และ 3

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด เป็นขั้นพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิด รวบยอด (Skill/Concept) ตามการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระดับ 2 และ 3 โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เพื่อปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของตนเอง ซึ่งจะกระตุ้นให้นักเรียนคนที่เก่งกว่าคอยช่วยเหลือ ให้คำปรึกษานักเรียนที่อ่อนกว่าจนเข้าใจวิธีการทำงานคณิตศาสตร์และทำงานได้ด้วยตนเอง แล้วจึงให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) ตามการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระดับ 4 เป็นรายบุคคลจากนั้นนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของตนเองต่อกลุ่มและร่วมกันอภิปรายสรุปผลการแก้ไขปรับปรุงพัฒนาการทำงานทางคณิตศาสตร์ในกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ เป็นขั้นฝึกนักเรียนให้มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) แล้วสรุปวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลตามการประเมิน PISA ด้านคณิตศาสตร์ระดับ 5 และ 6

เห็นด้วย

ไม่เห็นด้วย

ประเด็นที่ 4 การวัดและประเมินผล	
การวัดและประเมินผล ควรประเมินจาก 1. การตอบคำถาม 2. การตรวจแบบฝึกหัด 3. การประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 4. การทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายรูปแบบ	
ประกอบด้วย	
1) แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก	3) แบบเลือกตอบเชิงซ้อน
2) แบบเขียนตอบสั้น	4) แบบแสดงวิธีทำ
<input type="checkbox"/> เห็นด้วย	<input type="checkbox"/> ไม่เห็นด้วย
ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ	

(ลงชื่อ) ผู้ประเมิน
(.....)

GRAD VRU

**แบบประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของ
ความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
และเอกสารประกอบการใช้รูปแบบการเรียนการสอน**

คำชี้แจง แบบประเมินนี้ใช้สำหรับประเมินคุณภาพของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเครื่องมือวิจัย ซึ่งประกอบด้วยรายการประเมิน ดังนี้

- เอกสารหมายเลข 1** รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- เอกสารหมายเลข 2** แผนการจัดการเรียนรู้ 12 แผน
- เอกสารหมายเลข 3** คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิธีประเมิน

แบบประเมินนี้เป็นแบบจัดคุณภาพมาตราส่วนประมาณค่า โดยแบ่งออกเป็น 5 ระดับ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนของ บุญชม ศรีสะอาด (2560, น.72) ดังนี้

ระดับ	ความหมาย
4	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
3	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก
2	ความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
1	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
0	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย

ขอให้ท่านพิจารณาเอกสารต่าง ๆ ตามรายการประเมินที่กำหนดไว้แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างตรงกับความคิดเห็นของท่าน และได้โปรดให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมลงในช่องว่างท้ายรายการประเมินในแต่ละหัวข้อ ทั้งนี้ เพื่อจะเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยในการปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอน และเครื่องมือวิจัยให้มีคุณภาพสูงขึ้น

ขอขอบพระคุณอย่างสูงในความร่วมมือของท่าน

(นายทศทัศน์ บุญตา)
ผู้วิจัย

เอกสารหมายเลข 1

การประเมิน “รูปแบบการเรียนการสอน”

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	4	3	2	1	0
1. ความเป็นมาและความสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอน					
1.1 การบรรยายความเป็นมาของการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมีสาระสำคัญและเหมาะสม					
1.2 การกล่าวถึงความจำเป็นในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสมและสมเหตุสมผล					
1.3 บอกรเหตุผลสนับสนุนความสำคัญและความจำเป็นในการส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบการเรียนการสอนได้เหมาะสม					
1.4 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอนมีความต่อเนื่องและเหมาะสม ทำให้เห็นภาพรวมและจุดเน้นของรูปแบบการเรียนการสอน					
2. ขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน					
2.1 การจัดลำดับขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนชัดเจน ต่อเนื่อง					
2.2 การจัดขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนครบถ้วน					
2.3 การจัดขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่กำหนดสามารถทำให้ได้รูปแบบการเรียนการสอนที่มีคุณภาพ					
3. ภาพรวมขององค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน					
3.1 ภาพรวมขององค์ประกอบในรูปแบบการเรียนการสอนมีความสมบูรณ์ ครอบคลุมความต้องการจำเป็นของการเรียนการสอนที่ดี					
3.2 แต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์สอดคล้องส่งเสริมซึ่งกันและกัน					
3.3 การเรียบเรียงลำดับขององค์ประกอบในรูปแบบการเรียนการสอนมีความเหมาะสม ทำให้เข้าใจง่าย					
4. หลักการ					
4.1 หลักการที่กำหนดขึ้นมีความชัดเจนสามารถแสดงจุดเน้นของการเรียนการสอนได้					
4.2 หลักการมีความสมบูรณ์และชัดเจนเพียงพอ สามารถใช้เป็น					

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	4	3	2	1	0
กรอบในการกำหนดสาระ และวิธีการในรูปแบบการเรียนการสอน					
4.3 หลักการมีความสอดคล้องกับแนวคิดและทฤษฎีเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์					
4.4 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงถ้อยคำ มีความเหมาะสม สละสลวยเข้าใจง่าย					
5. วัตถุประสงค์					
5.1 วัตถุประสงค์มีความสอดคล้องกับหลักการ					
5.2 วัตถุประสงค์มีความชัดเจนแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดกับตัวผู้เรียน					
5.3 วัตถุประสงค์มีความเป็นไปได้					
5.4 สิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียน มีความสำคัญ และจำเป็นต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน					
5.5 การใช้ภาษาและการเรียบเรียงถ้อยคำ มีความเหมาะสม สละสลวยเข้าใจง่าย					
6. เนื้อหาสาระ					
6.1 เนื้อหาสาระสอดคล้องสามารถนำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนด					
6.2 ขอบเขตหรือลักษณะของเนื้อหาสาระ มีความเหมาะสมในส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์					
7. ขั้นตอนการเรียนการสอน					
7.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับผู้เรียน สามารถทำให้การส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จ					
7.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา สะดวกในการนำไปใช้ในการเรียนการสอน					
8. การวัดและประเมินผล					
8.1 การวัดและประเมินผลมีความหลากหลาย สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
8.2 หลักเกณฑ์และแนวทางที่เสนอมีความชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติได้					

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....



(ลงชื่อ) ผู้ประเมิน
()

GRAD VRU

เอกสารหมายเลข 2

การประเมิน “แผนการจัดการเรียนรู้”

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	4	3	2	1	0
1. ภาพรวมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้					
1.1 การกำหนดองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ครบถ้วนครอบคลุมความต้องการจำเป็นของแผนการจัดการเรียนรู้					
1.2 การเรียบเรียงลำดับองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสม ทำให้เข้าใจง่าย					
1.3 องค์ประกอบภายในแผนการจัดการเรียนรู้ มีความสัมพันธ์ สอดคล้องกัน					
1.4 ชื่อของแผนการจัดการเรียนรู้สัมพันธ์สอดคล้องกับ องค์ประกอบ อื่น ๆ ของแผนการจัดการเรียนรู้					
2. จุดประสงค์การเรียนรู้					
3.1 จุดประสงค์การเรียนรู้ มีความชัดเจน					
3.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ มีความเป็นไปได้					
3. ขั้นตอนการเรียนการสอน					
ขั้นที่ 1 ขั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร					
3.1 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
3.2 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง					
3.3 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
3.4 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน					
ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร					
3.5 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
3.6 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง					
3.7 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
3.8 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน					
ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร					
3.9 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
3.10 ส่งเสริมทักษะการนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน					
3.11 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง					
3.12 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
3.13 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน					
ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาคิด					

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	4	3	2	1	0
3.14 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
3.15 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง					
3.16 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
3.17 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน					
ชั้นที่ 5 ชั้นเผชิญปัญหาฟันแปรงใหม่					
3.18 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
3.19 มีความชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง					
3.20 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
3.21 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน					
4. ภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
4.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมตามหลักการสอนที่ดี					
4.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาสาระในแผนการจัดการเรียนรู้					
4.3 การกำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอน ชัดเจนเพียงพอ สามารถนำไปปฏิบัติการเรียนการสอนได้สะดวก					
4.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นได้ยึดให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน					
4.5 เวลาที่กำหนดไว้สำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสม					
4.6 เนื้อหาที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์ และสามารถนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้					
4.7 เนื้อหาที่มีความสำคัญ และมีความเหมาะสมที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
5. สื่อและแหล่งเรียนรู้					
5.1 มีการกำหนดรายการสื่อและแหล่งเรียนรู้ชัดเจน นำไปสู่การจัดเตรียมได้ง่าย และสะดวก					
5.2 รายการสื่อและแหล่งเรียนรู้เรียบลำดับตามการใช้ในการเรียนการสอนอย่างเหมาะสม					
5.3 มีการเตรียมตัวอย่างของสื่อและแหล่งเรียนรู้ไว้ให้เหมาะสมสามารถใช้ได้ทันที					
6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้					

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	4	3	2	1	0
6.1 การวัดและประเมินผล มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนการสอน					
6.2 การวัดและประเมินผล มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้					
6.3 การใช้วิธีวัดผลเหมาะสมกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด					
6.4 การจัดเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลเพียงพอ สามารถนำไปใช้ได้สะดวก					

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ) ผู้ประเมิน
()

GRAD VRU

การประเมิน “คู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน”

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
	4	3	2	1	0
1. จุดประสงค์ของคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอน มีความชัดเจน					
2. รายละเอียดในคู่มือ มีความชัดเจน เพียงพอ ที่จะนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้อย่างได้ผล					
3. แนวทางการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนก่อนการสอนเสนอไว้ แสดงถึงความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนชัดเจน					
4. รายละเอียดในคู่มือบอกเกี่ยวกับการจัดเตรียมสิ่งที่จำเป็นในการเรียนการสอนอย่างครบถ้วน					
5. ขั้นตอนการเรียนการสอนที่เสนอไว้ แสดงได้อย่างละเอียด ชัดเจน และปฏิบัติได้					
6. ภาพรวมของการวัดและประเมินผล มีความชัดเจน เหมาะสม					
7. การสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องจัดเตรียมสำหรับการวัดและประเมินผล มีความชัดเจน ง่ายต่อการเรียนการสอน					
8. การบรรยายเกี่ยวกับการคิดคะแนนและการพิจารณาตัดสินผลการเรียนรู้ ชัดเจน และเข้าใจง่าย					
9. การดำเนินการเรียนการสอน ได้เสนอบทบาทผู้สอน ผู้เรียน และบรรยากาศในการเรียนได้อย่างเหมาะสม และปฏิบัติได้					

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

GRAD VRU

(ลงชื่อ)ผู้ประเมิน

()

แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

คำชี้แจง

แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

รายละเอียดแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ มี 11 หน้า จำนวน 30 ข้อ แบ่งออกเป็น 4 ตอน ดังนี้
 ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน (16 คะแนน)
 ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 4 ข้อย่อย ข้อย่อยละ 1 คะแนน (32 คะแนน)
 ตอนที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน (16 คะแนน)
 ตอนที่ 4 แบบวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 16 คะแนน (32 คะแนน)
 คะแนนรวมทั้งหมด 96 คะแนน

ข้อปฏิบัติในการสอบ

1. เวลาที่ใช้ในการสอบ 2 ชั่วโมง
2. ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก เลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยระบายทับตัวเลข ① ② ③ ④ ที่กำหนดให้
3. ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน เลือกคำตอบว่า **จริง** หรือ **เท็จ** เพียงคำตอบเดียว โดยกากบาททับคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ”
4. ตอนที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น เขียนคำตอบลงไปในช่วงที่กำหนด
5. ตอนที่ 4 แบบวิธีทำ เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดลงในพื้นที่ที่กำหนด
6. อ่านคำแนะนำวิธีการตอบข้อสอบให้เข้าใจ แล้วตอบข้อสอบด้วยตนเองและไม่เอื้อให้ผู้อื่นลอกคำตอบได้
7. ไม่อนุญาตให้ผู้เข้าสอบออกจากข้อสอบ ก่อนหมดเวลาสอบ
8. เมื่อสอบเสร็จให้ผู้เข้าสอบ

ขอให้นักเรียนทำข้อสอบอย่างเต็มความสามารถ

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

จงใช้ข้อมูลจากแผนภาพจุดข้างล่างนี้ ตอบคำถามข้อ 1-4



คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4

ข้อ 1 ข้อใดคือวิธีการหาพิสัยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4

- 1) นำ 100 ลบด้วย 10
- 2) นำ 200 ลบด้วย 10
- 3) นำ 80 ลบด้วย 10
- 4) นำ 80 คูณด้วย 6 แล้วลบด้วย 10

ข้อ 2 พิสัยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายกับพิสัยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายต่างกันอยู่เท่าใด

- 1) 0
- 2) 20
- 3) 120
- 4) 150

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

ข้อ 3 ถ้าครูแจ้งว่า มีข้อผิดพลาดในการตรวจให้คะแนนของนักเรียนและมีการเปลี่ยนแปลง ดังนี้
เพิ่มคะแนนให้กับนักเรียนชายคนละ 2 คะแนน

ลดคะแนนของนักเรียนหญิงคนละ 1 คะแนน

จงหาว่า พิสัยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 เปลี่ยนไปเท่าใด

- 1) 26
- 2) 23
- 3) 20
- 4) 17

ข้อ 4 จากข้อ 3 ถ้าเด็กชายแก้วกล่าวว่า ผลต่างของคะแนนรวมของนักเรียนชายกับคะแนนรวมของ
นักเรียนหญิงเท่ากับ 236 คะแนน คำกล่าวของเด็กชายแก้วข้างต้นถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

- 1) ถูกต้อง เพราะคะแนนรวมของนักเรียนชายเท่ากับ 984 คะแนน และคะแนนรวมของนักเรียนหญิง
เท่ากับ 748 คะแนน เมื่อนำมาหาผลต่างจึงได้เท่ากับ 236 คะแนน
- 2) ไม่ถูกต้อง เพราะคะแนนรวมของนักเรียนชายเท่ากับ 970 คะแนน และคะแนนรวมของนักเรียน
หญิงเท่ากับ 760 คะแนน เมื่อนำมาหาผลต่างจึงได้เท่ากับ 210 คะแนน
- 3) ไม่ถูกต้อง เพราะคะแนนรวมของนักเรียนชายเท่ากับ 998 คะแนน และคะแนนรวมของนักเรียน
หญิงเท่ากับ 748 คะแนน เมื่อนำมาหาผลต่างจึงได้เท่ากับ 250 คะแนน
- 4) ไม่ถูกต้อง เพราะผลต่างของคะแนนรวมของนักเรียนชายกับคะแนนรวมของนักเรียนหญิงเดิมเท่ากับ
210 คะแนน และผลต่างของคะแนนรวมของนักเรียนชายกับคะแนนรวมของนักเรียนหญิงใหม่เท่ากับ
210 คะแนน เมื่อนำมาหาผลต่างจึงได้เท่ากับ 40 คะแนน

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

จงใช้ข้อมูลจากแผนภาพต้นไม้ – ใบข้างล่างนี้ ตอบคำถามข้อ 5-8

4	1				
5	2	7	8		
6	5	6			
7	0	5	8	8	8
8	0	0			
9	5				

น้ำหนักของนักเรียนไทยอายุ 18 ปี กลุ่มหนึ่ง

ข้อ 5 ข้อใดคือวิธีการหาผลต่างระหว่างน้ำหนักของนักเรียนที่มีความถี่สูงที่สุดกับน้ำหนักของนักเรียนที่น้อยที่สุด

- 1) น้ำ 78 ลบด้วย 41
- 2) น้ำ 70 ลบด้วย 41
- 3) น้ำ 95 ลบด้วย 41
- 4) น้ำ 95 ลบด้วย 78

ข้อ 6 พิสัยกับฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนไทยกลุ่มนี้ต่างกันอยู่เท่าไร

- 1) 3
- 2) 8
- 3) 24
- 4) 128

GRAD VRU

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

ข้อ 7 ถ้าใช้น้ำหนัก 65 กิโลกรัมเป็นเกณฑ์มาตรฐาน ผลต่างระหว่างจำนวนนักเรียนไทยที่มีน้ำหนักต่ำกว่าเกณฑ์กับจำนวนนักเรียนไทยที่มีน้ำหนักสูงกว่ามาตรฐานเท่ากับเท่าใด

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 4
- 4) 5

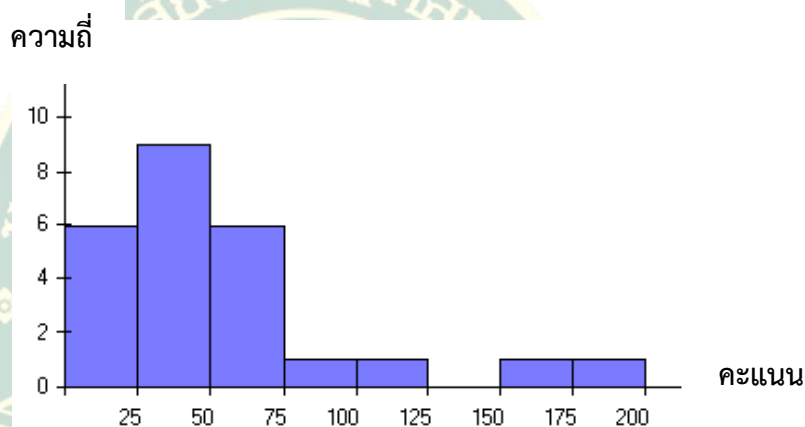
ข้อ 8 ครูกล่าวว่า ถ้ามีนักเรียนออกจากกลุ่มไป 1 คน น้ำหนักเท่ากับ 70 กิโลกรัม จะน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนไทยกลุ่มนี้จะเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่ เพราะเหตุผล

- 1) ไม่เห็นด้วย เพราะไม่ว่านักเรียนคนใดออกไปก็ตาม น้ำหนักเฉลี่ยใหม่ที่ได้จะต่างจากเดิมมาก
- 2) ไม่เห็นด้วย เพราะนักเรียนที่ออกไปต้องมีน้ำหนัก 65 กิโลกรัม น้ำหนักเฉลี่ยใหม่ยังไม่ต่างจากเดิม
- 3) เห็นด้วย เพราะถ้านักเรียนที่ออกไปมีน้ำหนัก 70 กิโลกรัม น้ำหนักเฉลี่ยใหม่ยังไม่ต่างจากเดิมมากนัก
- 4) เห็นด้วย เพราะถ้านักเรียนที่ออกไปมีน้ำหนักมากกว่าหรือน้อย 70 กิโลกรัม น้ำหนักเฉลี่ยใหม่จะต่างจากเดิมมาก

GRAD VRU

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

จงใช้ข้อมูลจากฮิสโทแกรมข้างล่างนี้ ตอบคำถามข้อ 9-12



คะแนนสอบคัดเลือกบุคคลเข้าทำงานในบริษัทแห่งหนึ่ง

ข้อ 9 ถ้าจากฮิสโทแกรม พบว่า มีผู้เข้าสอบได้คะแนนเต็ม และเด็กชายบิลลี่ ต้องการทราบจำนวนผู้เข้าสอบที่ได้คะแนนเกินครึ่งจะต้องทำอย่างไร

- 1) นำคะแนนของผู้เข้าสอบในช่วงคะแนนระหว่าง 100 ถึง 200 มารวมกัน
- 2) นำคะแนนของผู้เข้าสอบในช่วงคะแนนระหว่าง 0 ถึง 200 มารวมกัน
- 3) นำจำนวนผู้เข้าสอบที่ได้คะแนนระหว่าง 100 ถึง 200 มารวมกัน
- 4) นำจำนวนผู้เข้าสอบที่ได้คะแนนระหว่าง 0 ถึง 200 มารวมกัน

ข้อ 10 ถ้าจากฮิสโทแกรม พบว่า มีผู้เข้าสอบได้คะแนนเต็ม จะมีจำนวนผู้เข้าสอบที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มจำนวนกี่คน

- 1) 3 คน
- 2) 10 คน
- 3) 19 คน
- 4) 22 คน

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

ข้อ 11 ถ้าผู้เข้าสอบแต่ละคนทำได้คะแนนสอบเท่ากับขอบบนของช่วงคะแนนนั้น ๆ และคณะกรรมการให้คะแนนเพิ่มอีกคนละ 10 คะแนน เมื่อพิจารณาโดยใช้เกณฑ์การสอบผ่านคือ 80 คะแนน จะมีผู้ที่เข้าสอบผ่านการสอบคัดเลือกจำนวนกี่คน

- 1) 3 คน
- 2) 10 คน
- 3) 19 คน
- 4) 22 คน

ข้อ 12 “ถ้าผู้เข้าสอบแต่ละคนทำได้คะแนนสอบเท่ากับขอบล่างของช่วงคะแนนนั้น ๆ แสดงว่า จะมีผู้สอบผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 50 เพียง 2 คน เท่านั้น” นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความดังกล่าวหรือไม่ เพราะเหตุใด

- 1) เห็นด้วย เพราะมีผู้ได้คะแนนผ่านเกณฑ์สองคนคือ 150 และ 175 คะแนน
- 2) เห็นด้วย เพราะมีผู้ได้คะแนนผ่านเกณฑ์สองคนคือ 175 และ 200 คะแนน
- 3) ไม่เห็นด้วย เพราะมีผู้ได้คะแนนผ่านเกณฑ์สามคนคือ 125, 175 และ 200 คะแนน
- 4) ไม่เห็นด้วย เพราะมีผู้ได้คะแนนผ่านเกณฑ์สามคนคือ 100, 125 และ 175 คะแนน

GRAD VRU

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

ถ้านักเรียนคนหนึ่ง มีข้อมูลความสูงจากสมุดบันทึกสุขภาพในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6 ของตนเอง
ปรากฏดังตาราง จงใช้ข้อมูลข้างล่างนี้ ตอบคำถามข้อ 13-14

ปีที่ทำการวัด	ความสูง (เซนติเมตร)
ป. 1	115
ป. 2	120
ป. 3	135
ป. 4	140
ป. 5	145
ป. 6	160

ข้อ 13

ถ้านักเรียนต้องการหาว่า ความสูงของนักเรียนที่เพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ยปีละกี่เซนติเมตร จะต้องทำอย่างไร

- 1) นำความสูงในแต่ละปีมารวมกันแล้วหารด้วย 6
- 2) นำความสูงตั้งแต่ ป.2 ถึง ป.6 มารวมกันแล้วหารด้วย 5
- 3) หาผลต่างของแต่ละปีแล้วนำมาหารด้วย 6
- 4) หาผลต่างของแต่ละปีแล้วนำมาหารด้วย 5

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ

ข้อ 14 จงหาว่า ความสูงของนักเรียนที่เพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ยปีละกี่เซนติเมตร

- 1) 135.83
- 2) 140
- 3) 7.5
- 4) 9

ข้อ 15 กำหนดให้นักเรียน 5 คน มีเงินฝาก ดังนี้ 1,000 บาท, 300 บาท, A บาท, 600 บาท และ 600 บาท
ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ มีค่าเท่ากับมัธยฐานแล้ว A มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 300
- 2) 400
- 3) 500
- 4) 600

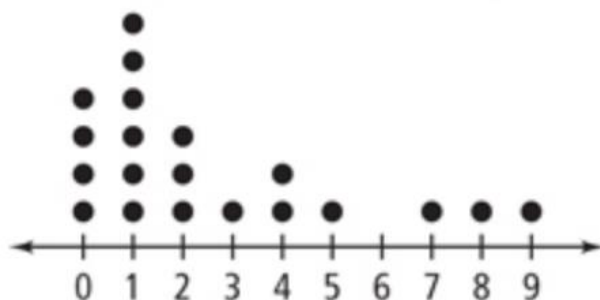
ข้อ 16 ถ้านักเรียนจำนวน 10 คน มีน้ำหนักเป็นกิโลกรัมดังนี้ 47, 48, 45, 48, 46, 44, 47, 45, 48, 52

ปรากฏว่า มีนักเรียน 2 คนเดินออกไปจากกลุ่ม แต่นักเรียนที่เหลือยังคงมีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนจำนวน 10 คนเดิม นักเรียนคิดว่า นักเรียนคนที่มีน้ำหนักเท่าไรในข้อต่อไปนี้จะไม่ใช่ นักเรียน 2 คนที่เดินออกไปจากกลุ่มอย่างแน่นอน

- 1) 44 กิโลกรัม
- 2) 46 กิโลกรัม
- 3) 47 กิโลกรัม
- 4) 48 กิโลกรัม

ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ

ข้อ 1



จำนวนหนังสือที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/6 อ่านในช่วงปิดเทอม

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
1.1 ผลรวมของจำนวนเล่มหนังสือที่นักเรียนอ่านหนังสือเท่ากันเท่ากับ 27 เล่ม	จริง / เท็จ
1.2 จำนวนนักเรียนที่อ่านหนังสือได้ 2 เล่ม เป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนที่อ่านหนังสือได้ 1 เล่ม	จริง / เท็จ
1.3 นักเรียนที่อ่านหนังสือไม่ถึงเล่มมีจำนวน 4 คน	จริง / เท็จ
1.4 นักเรียนที่อ่านหนังสือเกิน 5 เล่ม มีจำนวน 4 คน	จริง / เท็จ

ข้อ 2

ห้องสอบ A

ห้องสอบ B

8	5	
8 8 4 3	6	0 7
9 9 7 6 4 1 1	7	3 5 6 6
6 3 3 2 1	8	2 4 4 4 6 6 7 8 9 9
5 4 1 0	9	1 3 3 5 6 7

คะแนนสอบคัดเลือกเข้าศึกษาต่อระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนแห่งหนึ่ง

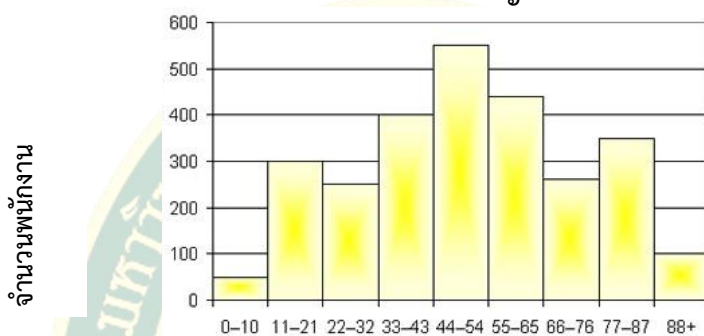
จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
2.1 ห้องสอบ A มีคะแนนรวมมากกว่าห้องสอบ B	จริง / เท็จ
2.2 นักเรียนที่เข้าสอบห้อง A ส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ระหว่าง 70 ถึง 80 คะแนน	จริง / เท็จ
2.3 นักเรียนที่เข้าสอบห้อง B ส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ระหว่าง 80 ถึง 90 คะแนน	จริง / เท็จ
2.4 ถ้าการสอบครั้งนี้ มีข้อสอบ 100 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน แสดงว่านักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุดของทั้งสองห้องทำข้อสอบผิดไม่ถึง 5 ข้อ	จริง / เท็จ

ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ

ข้อ 3

รายได้ของพนักงานบริษัทขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง



จำนวนเงิน (หน่วยเป็นพันดอลลาร์สหรัฐ)

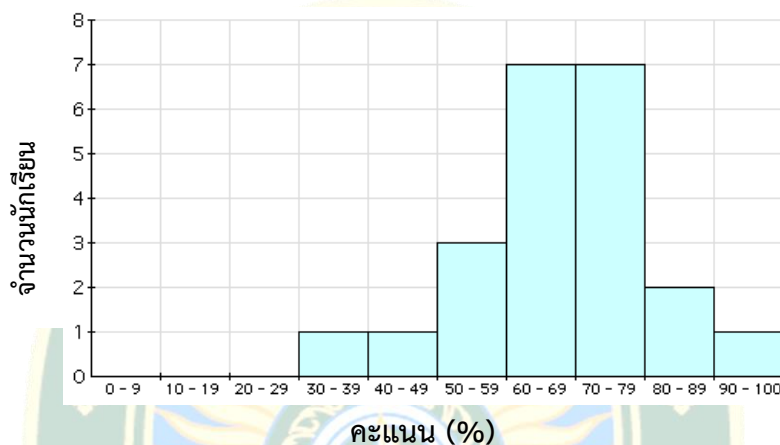
จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
3.1 สัดส่วนระหว่างจำนวนพนักงานที่มีรายได้สูงสุดรวมกับจำนวนพนักงานที่มีรายได้ต่ำสุดกับจำนวนพนักงานที่มีรายได้อยู่ระหว่าง 44-45 พันดอลลาร์ไม่ถึง 1 ต่อ 3.5	จริง / เท็จ
3.2 พนักงานที่มีรายได้ไม่ถึง 44 พันดอลลาร์มีประมาณครึ่งหนึ่งของพนักงานทั้งหมด	จริง / เท็จ
3.3 พนักงานที่มีรายได้สูงสุดมีจำนวนเป็นหนึ่งในสามของพนักงานที่มีรายได้ระหว่าง 33-43 พันดอลลาร์	จริง / เท็จ
3.4 ถ้าอัตราแลกเปลี่ยนเงินตรา 1 ดอลลาร์ เท่ากับ 32 บาท จะมีพนักงาน 2,020 คน ที่มีรายได้น้อยกว่า 1 ล้านบาท	จริง / เท็จ

GRAD VRU

ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ

ข้อ 4



คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/8

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
4.1 นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนสอบประมาณ 60-79 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน	จริง / เท็จ
4.2 ถ้าใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 60 แสดงว่า นักเรียนส่วนใหญ่สอบผ่าน	จริง / เท็จ
4.3 ถ้าใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 60 แสดงว่า จะมีนักเรียนที่ต้องสอบซ่อมไม่ถึง 5 คน	จริง / เท็จ
4.4 ถ้าใช้เกณฑ์คะแนนร้อยละ 80 ตัดสินผลการเรียนเป็น 4 จะมีจำนวนนักเรียนที่ได้ผลการเรียน 4 เท่ากับจำนวนนักเรียนที่ต้องสอบซ่อม	จริง / เท็จ

ข้อ 5 ข้อมูลชุดหนึ่ง มีดังนี้

5 15 5 35 15 15

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
5.1 มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้น้อยกว่าฐานนิยม	จริง / เท็จ
5.2 มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้มากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต	จริง / เท็จ
5.3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับฐานนิยม	จริง / เท็จ
5.4 ผลบวกของค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมไม่ถึง 50	จริง / เท็จ

ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ

ข้อ 6 คะแนนสอบวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียน 2 ห้อง เป็นดังนี้

ห้อง	คะแนนของนักเรียนคนที่						
	1	2	3	4	5	6	7
A	17	19	a	12	13	15	13
B	11	16	b	13	20	18	14

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
6.1 ถ้าคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องมีฐานนิยมเท่ากันและมีมัธยฐานเท่ากันแล้ว จะได้ว่า $a < b$	จริง / เท็จ
6.2 ถ้าคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องมีฐานนิยมเท่ากันและมีมัธยฐานเท่ากันแล้ว จะได้ว่า $a + b = 30$	จริง / เท็จ
6.3 ถ้าคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องมีฐานนิยมเท่ากันและมีมัธยฐานเท่ากันแล้ว จะได้ว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง A ไม่ถึง 15 คะแนน	จริง / เท็จ
6.4 ถ้าคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องมีฐานนิยมเท่ากันและมีมัธยฐานเท่ากันแล้ว จะได้ว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง B ไม่ถึง 15 คะแนน	จริง / เท็จ

ข้อ 7 ผลการวัดอุณหภูมิร่างกายตามมาตรฐานป้องกันการแพร่ระบาดของเชื้อไวรัสโคโรนาของนักเรียนคนหนึ่งจำนวน 3 ครั้ง ปรากฏผล ดังนี้

ครั้งที่	อุณหภูมิ (เซลเซียส)
1	36.2
2	35.4
3	36.4

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
7.1 อุณหภูมิร่างกายเฉลี่ยของนักเรียนคนนี้นั้นมากกว่าอุณหภูมิที่วัดได้ครั้งแรก	จริง / เท็จ
7.2 มัธยฐานของอุณหภูมิร่างกายของนักเรียนคนนี้นั้นน้อยกว่าอุณหภูมิเฉลี่ย	จริง / เท็จ
7.3 ถ้าผลวัดอุณหภูมิร่างกายครั้งที่ 4 ได้ 34.4°C อุณหภูมิร่างกายเฉลี่ยใหม่จะต่างจากอุณหภูมิร่างกายเฉลี่ยเดิมอยู่ 0.4°C	จริง / เท็จ
7.4 ถ้าผลวัดอุณหภูมิร่างกายครั้งที่ 5 ได้ 35.4°C จะทำให้ฐานนิยมมีค่ามากกว่าอุณหภูมิร่างกายเฉลี่ยใหม่	จริง / เท็จ

ตอนที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 8 ข้อ

ข้อ 8 ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนหญิง 25 คน ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงกลุ่มนี้เป็น 130 เซนติเมตร

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริงหรือเท็จ
8.1 ถ้านักเรียนหญิงคนหนึ่งในห้องสูง 132 เซนติเมตร ต้องมีนักเรียนหญิงอีกคนหนึ่งสูง 128 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
8.2 นักเรียนหญิงส่วนใหญ่ต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
8.3 ถ้าจัดลำดับเด็กหญิงจากเตี้ยที่สุดไปสูงที่สุด นักเรียนคนที่มีลำดับตรงกลางต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
8.4 ครึ่งหนึ่งของนักเรียนหญิงในห้องต้องเตี้ยกว่า 130 เซนติเมตร และอีกครึ่งหนึ่งต้องสูงกว่า 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ

GRAD VRU

ตอนที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น จำนวน 4 ข้อ

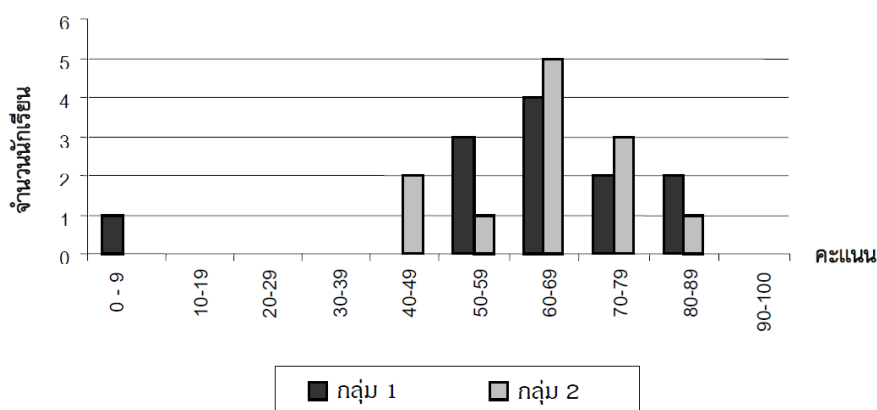
Stem	leaf
1	2, 4, 8
2	3, 3, 5
3	2, 5

จำนวนเงินเก็บของนักเรียนในแต่ละวัน (บาท)

ข้อ 1 จากแผนภาพต้น – ใบ ข้างต้น วันต่อไปนักเรียนต้องเก็บเงินอย่างน้อยกี่บาท จึงจะทำให้ นักเรียนเก็บเงินเฉลี่ยมากกว่าวันละ 22 บาท

แผนผังข้างล่างแสดงผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มคือ กลุ่ม 1 และ กลุ่ม 2 ค่าเฉลี่ยของคะแนน กลุ่ม 1 คือ 62.0 ส่วนค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่ม 2 คือ 64.5 นักเรียนที่สอบผ่าน จะต้องได้คะแนน 50 คะแนนขึ้นไป

คะแนนในการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์



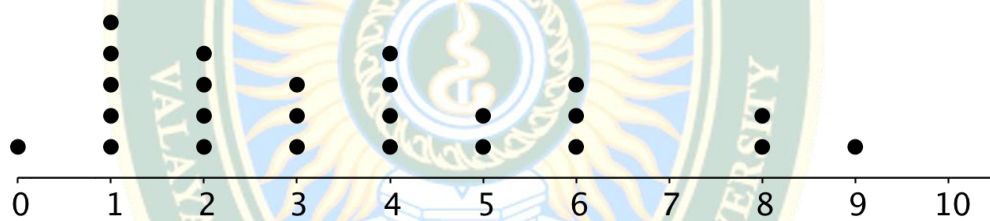
ข้อ 2 จากแผนผัง ครูปบกว่าในการทดสอบครั้งนี้ กลุ่ม 2 ทำได้ดีกว่ากลุ่ม 1 แต่ นักเรียนกลุ่ม 1 ไม่เห็นด้วยกับครู และพยายามชี้ให้ครูเห็นว่า กลุ่ม 2 อาจจะทำคะแนนได้ไม่ดีกว่ากลุ่ม 1 จึงบอกเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนกลุ่ม 1 จะนำไปโต้แย้งกับครูมา 1 ข้อ โดยใช้ข้อมูลจากกราฟ

ข้อ 3 พนักงานบริษัทกลุ่มหนึ่งมีอายุเท่ากับ 25, 27, 30, 26, 27, 29 และ 18 ปี จงหาว่า พนักงานกลุ่มนี้จะมีอายุเฉลี่ยเท่าใด เมื่อ 3 ปีที่แล้ว

ตอนที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น จำนวน 4 ข้อ

ข้อ 4 ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนหญิง 25 คน ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงกลุ่มนี้เป็น 130 เซนติเมตร ถ้ามีการพบข้อผิดพลาดจากการวัดความสูงของนักเรียนคนหนึ่ง ซึ่งควรจะเป็น 120 เซนติเมตร ไม่ใช่ 145 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงที่ถูกต้อง ควรเป็นเท่าใด

ตอนที่ 4 แบบวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ



จำนวนเวลาที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/7 ใช้ทำการบ้านในสัปดาห์ที่ผ่านมา (ชั่วโมง)

ข้อ 1 จากแผนภาพจุดข้างต้น จงหาว่า ในสัปดาห์ที่ผ่านมา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/7 ใช้เวลาทำการบ้านเฉลี่ยกี่ชั่วโมง

ข้อ 2 กำหนดให้ A, B, C, D, E เป็นนักเรียน 5 คน มีน้ำหนักดังนี้

A และ B มีน้ำหนักเฉลี่ย 31 กิโลกรัม

C และ D มีน้ำหนักเฉลี่ย 35 กิโลกรัม

E มีน้ำหนักเฉลี่ย 38 กิโลกรัม

จงหาว่า A, B, C, D และ E มีน้ำหนักเฉลี่ยกี่กิโลกรัม



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับ
ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

GRAD VRU

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ	ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ภาคเรียนที่ 2 เวลา 2 ชั่วโมง
--	--	---

1. มาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 3.1 ม. 2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล

จากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำเสนอสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 นักเรียนอธิบายวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ (K)

2.2 นักเรียนแสดงวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ (P)

2.3 นักเรียนมีพฤติกรรมเชิงบวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (A)

3. สาระสำคัญ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล

4. สาระการเรียนรู้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งนี้ ประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นที่ 1 ชั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร

5.1 ครูจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 3-6 คน ประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1-2 คน ปานกลาง ปานกลาง 1-2 คน และอ่อน 1-2 คน

5.2 ให้นักเรียนแต่ละคนไปเลือกหยิบฝ้าน้ำอัดลมหลากสี หลากยี่ห้อ ได้ตามจำนวนที่ตนเองต้องการ

5.3 ให้นักเรียนช่วยกันหาวิธีที่จะทำอย่างไรเพื่อให้ทุกคนมีจำนวนฝ้าน้ำอัดลมที่เท่า ๆ กัน หรือใกล้เคียงกันมากที่สุด

5.4 นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสรุปและนำเสนอวิธีการทำงานในข้อ 5.1-5.3 ต่อชั้นเรียน

5.5 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อเข้าสู่การอภิปรายเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

- นักเรียนคิดว่า วิธีการทำงานข้างต้น คืออะไร (การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต)
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้โดยวิธีใด (หารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล)

5.6 ครูนำเสนอตัวอย่างการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall) ตามตัวอย่างที่ 1 จากหนังสือเรียน สสวท. หน้า 40

ตัวอย่างที่ 1 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 10 คน เป็นดังนี้ 5, 7, 10, 6, 5, 4, 4, 8, 5 และ 6 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียน 10 คนนี้

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ เท่ากับ} & \frac{5+7+10+6+5+4+4+8+5+6}{10} \\ & = \frac{60}{10} \\ & = 6 \text{ คะแนน} \end{aligned}$$

หรืออาจกล่าวว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้เป็น 6 คะแนน

ตอบ 6 คะแนน

เนื่องจากข้อมูลในตัวอย่างที่ 1 ข้างต้น มีคะแนนซ้ำกัน ดังตาราง

คะแนน	4	5	6	7	8	10
ความถี่	2	3	2	1	1	1

จากตาราง นักเรียนอาจหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบได้อีกวิธีหนึ่ง ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ เท่ากับ} & \frac{(2 \times 4) + (3 \times 5) + (2 \times 6) + (1 \times 7) + (1 \times 8) + (1 \times 10)}{10} \\ & = \frac{60}{10} \\ & = 6 \text{ คะแนน} \end{aligned}$$

5.7 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อให้ให้นักเรียนสนใจและช่วยครูหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

5.8 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อนำไปสู่การสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

5.9 นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากสถานการณ์ผันแปรที่ครูกำหนดให้

ข้อที่ 1 จากตัวอย่างที่ 1 ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นมาอีก 1 คน และสอบได้ 4 คะแนน

ข้อที่ 2 จากตัวอย่างที่ 1 ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นมาอีก 1 คน และสอบได้ 5 คะแนน

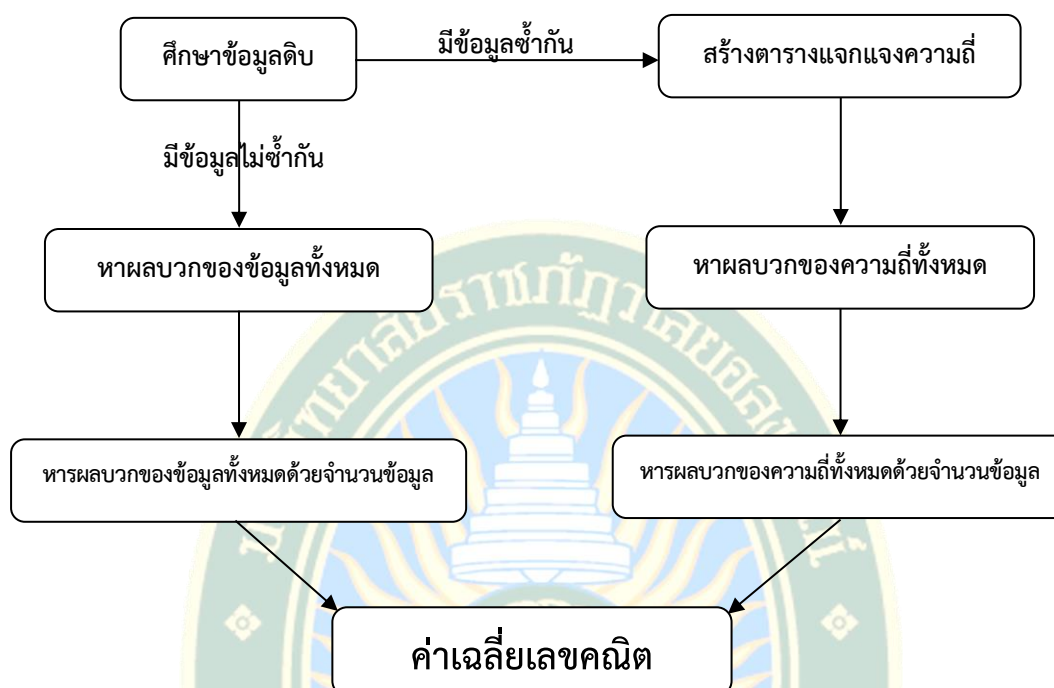
ข้อที่ 3 จากตัวอย่างที่ 1 ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นมาอีก 1 คน และสอบได้ 6 คะแนน

ข้อที่ 4 จากตัวอย่างที่ 1 ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นมาอีก 1 คน และสอบได้ 7 คะแนน

ข้อที่ 5 จากตัวอย่างที่ 1 ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นมาอีก 1 คน และสอบได้ 8 คะแนน

5.10 นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนแผนผังสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้การเขียนอัลกอริทึม (Algorithm)

5.11 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้ช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากข้อ 5.9 และสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต



ข้อ	จำนวนข้อมูล	คะแนนที่เพิ่มขึ้น	ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
1	11	4	64	5.82
2	11	5	65	5.91
3	11	6	66	6.00
4	11	7	67	6.10
5	11	8	68	6.18

จากตารางสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนข้อมูลคงที่ แต่ผลบวกของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะเพิ่มขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร

5.11 นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 25 เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นรายบุคคล

5.12 นักเรียนแต่ละคนแผนผังสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้การเขียนอัลกอริทึม (Algorithm) และคำตอบของตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร

5.12 นักเรียนแต่ละคนนำเสนอวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตนเองต่อกลุ่ม

5.13 นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่ม

5.14 นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มต่อชั้นเรียน

5.15 นักเรียนทั้งห้องช่วยกันสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของชั้นเรียน

5.16 นักเรียนแต่ละคนสรุปจุดเด่น จุดควรพัฒนาของตนเองและเสนอแนวทางแก้ไขปรับปรุงวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตนเอง

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด

5.17 นักเรียนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองด้วยการทำแบบฝึกหัดที่ 26 เกี่ยวกับหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นรายบุคคลโดยนักเรียนกลุ่มเก่งช่วยสอนและแนะนำนักเรียนกลุ่มปานกลาง นักเรียนเก่งและนักเรียนปานกลางช่วยสอนและแนะนำนักเรียนกลุ่มอ่อน และครูคอยให้คำปรึกษา นักเรียนจนทุกคนในกลุ่มเข้าใจวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ถูกต้องด้วยตนเอง

5.18 เมื่อนักเรียนทุกคนในกลุ่มเข้าใจวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ด้วยตนเองแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 27 เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นรายบุคคล

5.19 นักเรียนแต่ละคนแผนผังสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้การเขียนอัลกอริทึม (Algorithm) และคำตอบของตนเอง

5.20 นักเรียนแต่ละคนนำเสนอวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและคำตอบของตนเองต่อกลุ่ม

5.21 นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปผลการแก้ไขปรับปรุงวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่

5.22 นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 28 เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นรายบุคคล

5.23 นักเรียนแต่ละคนสรุปผลการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตนเอง

5.24 นักเรียนประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของตนเอง

6. สื่อและแหล่งเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 บทที่ 1 สถิติ (2) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

6.2 แบบฝึกหัด เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

7.1 ตรวจแบบฝึกหัด เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

7.2 การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ในทำกิจกรรม ในการตอบคำถาม และการอภิปรายร่วมกัน

7.3 การประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	แหล่งข้อมูล	เกณฑ์การประเมิน
1. นักเรียนอธิบายวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ (K)	การทำแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	นักเรียน	ทำถูกต้อง 60%
2. นักเรียนแสดงวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ (P)	การทำแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	นักเรียน	ทำถูกต้อง 60%
3. นักเรียนมีพฤติกรรมเชิงบวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (A)	การประเมิน	แบบประเมิน	นักเรียน	ระดับปานกลางขึ้นไป



GRAD VRU

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้

พฤติกรรมการเรียนรู้

ปัญหาและอุปสรรค

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

GRAD VRU

..... (ลงชื่อ)

()

ผู้สอน

แบบฝึกหัดเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดที่ 25

กลุ่มสาระการเรียนรู้

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

ภาคเรียนที่ 2

คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ

เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ระดับที่ 2 ทักษะหรือความคิดรวบยอด

สอดคล้อง

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา
ตัวชี้วัด ค 3.1 ม. 2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและ
วิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น - ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของ
ข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยี
ที่เหมาะสม

จุดประสงค์

เพื่อส่งเสริมทักษะหรือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

การนำไปใช้

ใช้ในชั้นที่ 2 ชั้นฝึกคิดแก้ปัญหาขั้นแปร แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

คำชี้แจง: จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากสถานการณ์ปัญหาขั้นแปร ดังต่อไปนี้

ข้อที่ 1 กำหนดข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ดังนี้

คะแนน	ความถี่
5	4
6	3
7	5
8	2
9	?
รวม	20

ข้อที่ 2 กำหนดข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ดังนี้

คะแนน	ความถี่
5	5
6	4
7	6
8	3
9	?
รวม	20

ข้อที่ 3 กำหนดข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ดังนี้

คะแนน	ความถี่
5	3
6	2
7	4
8	1
9	?
รวม	20



GRAD VRU

แบบฝึกหัดเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดที่ 26

กลุ่มสาระการเรียนรู้

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

ภาคเรียนที่ 2

คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ

เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ระดับที่ 2 ทักษะหรือความคิดรวบยอด

สอดคล้อง

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา
ตัวชี้วัด ค 3.1 ม. 2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและ
วิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของ
ข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยี
ที่เหมาะสม

จุดประสงค์

เพื่อส่งเสริมทักษะหรือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

การนำไปใช้

ใช้ในชั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

คำชี้แจง: จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากสถานการณ์ปัญหาผันแปร ดังต่อไปนี้

ข้อที่ 1 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

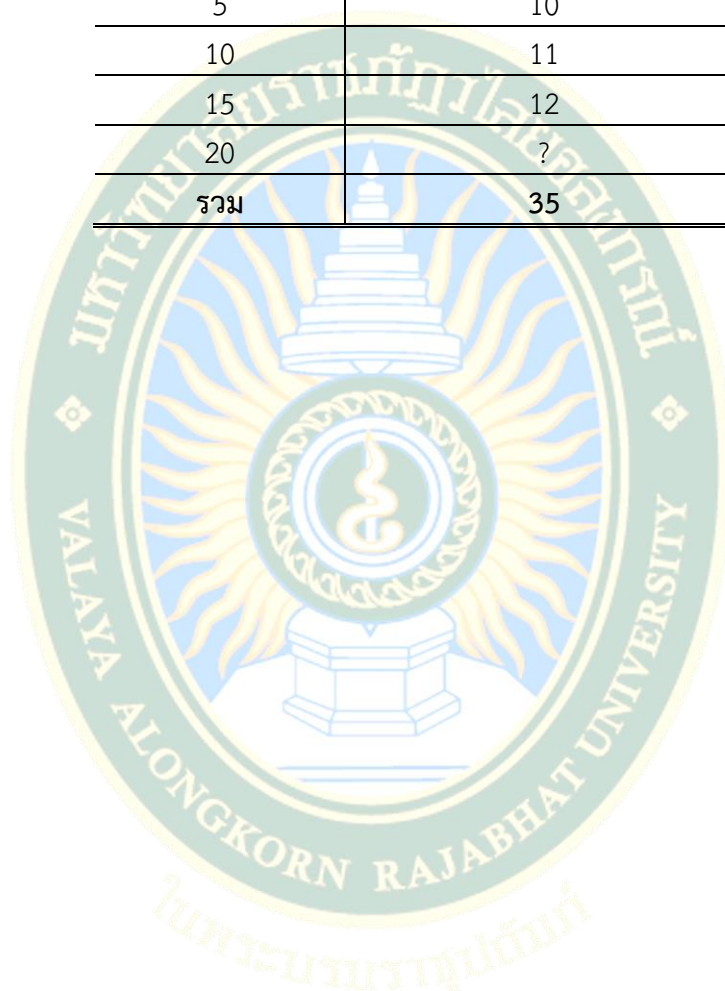
จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
5	8
10	9
15	10
20	?
รวม	35

ข้อที่ 2 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
5	9
10	10
15	11
20	?
รวม	35

ข้อที่ 3 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
5	10
10	11
15	12
20	?
รวม	35



GRAD VRU

แบบฝึกหัดเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดที่ 27

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ระดับที่ 3 การคิดเชิงกลยุทธ์
 สอดคล้อง สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น
 มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา
 ตัวชี้วัด ค 3.1 ม. 2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์
 ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และ
 แปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม
 จุดประสงค์ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงกลยุทธ์เกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 การนำไปใช้ ใช้ในชั้นที่ 4 ชั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

คำชี้แจง: จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากสถานการณ์ปัญหาผันแปร ดังต่อไปนี้

ข้อที่ 1 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

กำหนดให้ นักเรียนที่ออมเงิน 30 บาท มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่ออมเงิน 25 บาท อยู่ 2 คน

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
15	5
20	7
25	A
30	B
รวม	20

ข้อที่ 2 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

กำหนดให้ นักเรียนที่ออมเงิน 30 บาท มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่ออมเงิน 25 บาท อยู่ 2 คน

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
15	6
20	8
25	A
30	B
รวม	20

ข้อที่ 3 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

กำหนดให้ นักเรียนที่ออมเงิน 30 บาท มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่ออมเงิน 25 บาท อยู่ 3 คน

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
15	7
20	9
25	A
30	B
รวม	20



GRAD VRU

แบบฝึกหัดเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดที่ 28

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ระดับที่ 4 การคิดเชิงขยายความคิด
 สอดคล้อง สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น
 มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา
 ตัวชี้วัด ค 3.1 ม. 2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์
 ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และ
 แปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม
 จุดประสงค์ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงขยายความคิดเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 การนำไปใช้ ใช้ในชั้นที่ 5 ชั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

คำชี้แจง: จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากสถานการณ์ปัญหาผันแปร ดังต่อไปนี้

ข้อที่ 1 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้
 กำหนดให้ $A < B < C$, $A \neq 0$, $B - A = 1$ และ $C - B = 10$

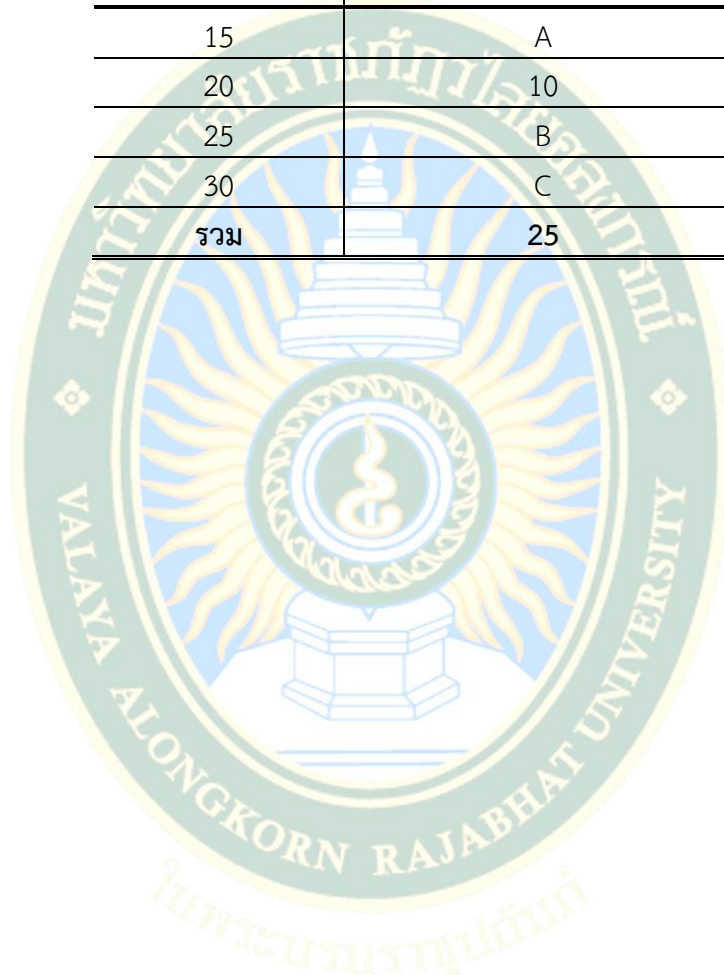
จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
15	A
20	10
25	B
30	C
รวม	25

ข้อที่ 2 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้
 กำหนดให้ $A < B < C$, $A \neq 0$, $B - A = 3$ และ $C - B = 6$

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
15	A
20	10
25	B
30	C
รวม	25

ข้อที่ 3 กำหนดข้อมูลการออมเงินของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้
กำหนดให้ $A < B < C$, $A \neq 0$, $B - A = 5$ และ $C - B = 2$

จำนวนเงิน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
15	A
20	10
25	B
30	C
รวม	25



GRAD VRU

แบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ชื่อผู้เรียน.....ชั้น.....ห้อง.....

สถานะของผู้ประเมิน

ครู

ผู้เรียน

คำชี้แจง แบบประเมินพฤติกรรมฉบับนี้ ออกแบบเพื่อให้ครูประเมินผู้เรียนและ/หรือผู้เรียนประเมินตนเอง โดยพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแสดงออกในระหว่างการเรียนรู้หรือการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้เป็น 4 ระดับดังต่อไปนี้

- มาก หมายถึง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินอย่างสม่ำเสมอตลอดเวลา
ปานกลาง หมายถึง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินบ่อยครั้ง
น้อย หมายถึง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินบางครั้ง
ไม่มีการแสดงออก หมายถึง ผู้เรียนไม่แสดงพฤติกรรมที่ประเมิน

วิธีการประเมิน ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ที่ตรงกับระดับพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออก

พฤติกรรมตามคุณลักษณะ	ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออก			
	มาก	ปานกลาง	น้อย	ไม่มีการแสดงออก
1. เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์				
1.1 เห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ				
1.2 เห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ				
1.3 สนใจ ตั้งใจใฝ่หาความรู้ทางคณิตศาสตร์				
1.4 เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนานเพลิดเพลิน				
2. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์				
2.1 เต็มใจและไม่ลังเลในการตัดสินใจศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์				
2.2 พอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน				
2.3 มั่นใจในความสามารถของตนเองในการเรียนรู้คณิตศาสตร์				
2.4 ภูมิใจที่ประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์				

พฤติกรรมตามคุณลักษณะ	ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออก			
	มาก	ปานกลาง	น้อย	ไม่มีการแสดงออก
2.5 ชอบทำกิจกรรมที่ท้าทายความสามารถและการเรียนรู้เพื่อที่จะทำให้ได้พบกับวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ				
2.6 คาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้				
2.7 มีการปรับปรุง/พัฒนาความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ มีระดับความสามารถที่สูงขึ้น				
3. ความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ				
3.1 คิดคำนวณอย่างกระตือรือร้น				
3.2 มีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง				
3.3 กล้าที่จะเผชิญกับอุปสรรคต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการคิดคำนวณ				
3.4 พยายาม/อดทนที่จะคิดคำนวณให้บรรลุตามเป้าหมาย				
3.5 ให้ความสำคัญกับการคิดคำนวณ				
3.6 พร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม				
3.7 มีสมาธิจดจ่ออยู่กับการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งที่ทำได้				
3.8 มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกใช้เวลาผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้าง				

ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (เขียนบรรยายหากมีพฤติกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ เพิ่มเติม)



ภาคผนวก ง
ผลการยืนยันการศึกษาข้อมูลพื้นฐานและสังเคราะห์องค์ประกอบ
ของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

GRAD VRU

ตารางที่ 1 ผลการยืนยันการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผู้เชี่ยวชาญโดยใช้เทคนิคเดลฟายรอบที่ 1

ผู้เชี่ยวชาญคนที่	ประเด็นที่ 1	ประเด็นที่ 2	ประเด็นที่ 3	ประเด็นที่ 4	ประเด็นที่ 5
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	+1	+1	+1	+1
3	+1	+1	+1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1
5	+1	+1	+1	+1	+1
6	+1	+1	+1	+1	+1
7	+1	+1	+1	+1	+1
8	+1	+1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	+1	+1
ผลรวม	9	9	9	9	9
ค่าเฉลี่ย	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ร้อยละ	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

+1 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วยกับผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

จากการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 1 ดังข้อมูลในตาราง พบว่าผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเห็นด้วยกับข้อมูลพื้นฐานของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทุกประเด็นพิจารณา คิดเป็นร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงรายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรอบที่ 1 ไปยังผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเพื่อยืนยันความคิดเห็นอีกครั้ง ซึ่งปรากฏผลดังตารางข้างล่างนี้

GRAD VRU

ตารางที่ 2 ผลการยืนยันการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผู้เชี่ยวชาญโดยใช้เทคนิคเดลฟายรอบที่ 2

ผู้เชี่ยวชาญคนที่	ประเด็นที่ 1	ประเด็นที่ 2	ประเด็นที่ 3	ประเด็นที่ 4	ประเด็นที่ 5
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	+1	+1	+1	+1
3	+1	+1	+1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1
5	+1	+1	+1	+1	+1
6	+1	+1	+1	+1	+1
7	+1	+1	+1	+1	+1
8	+1	+1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	+1	+1
ผลรวม	9	9	9	9	9
ค่าเฉลี่ย	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ร้อยละ	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

+1 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วยกับผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

จากการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 2 ดังข้อมูลในตาราง พบว่าผู้เชี่ยวชาญยังคงความคิดเห็นเดิมทุกท่าน ทำให้ร้อยละความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่เห็นด้วยกับข้อมูลเท่ากับร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงยุติการยืนยันข้อมูลโดยใช้เทคนิคเดลฟายไว้ที่รอบ 2

GRAD VRU

ตารางที่ 3 ผลการยืนยันการศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับ
 ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ
 โดยใช้เทคนิคเดลฟายรอบที่ 1

ผู้เชี่ยวชาญคนที่	ประเด็นที่ 1	ประเด็นที่ 2	ประเด็นที่ 3	ประเด็นที่ 4	ประเด็นที่ 5
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	+1	+1	+1	+1
3	+1	+1	+1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1
5	+1	+1	+1	+1	+1
6	+1	+1	+1	+1	+1
7	+1	+1	+1	+1	+1
8	+1	+1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	+1	+1
ผลรวม	9	9	9	9	9
ค่าเฉลี่ย	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ร้อยละ	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

+1 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วยกับผลการศึกษาคำตอบขององค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ

จากการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 1 พบว่า ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเห็นด้วยกับองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทุกประเด็นพิจารณา คิดเป็นร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงรายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรอบที่ 1 ไปยังผู้เชี่ยวชาญทุกท่านเพื่อยืนยันความคิดเห็นอีกครั้ง

GRAD VRU

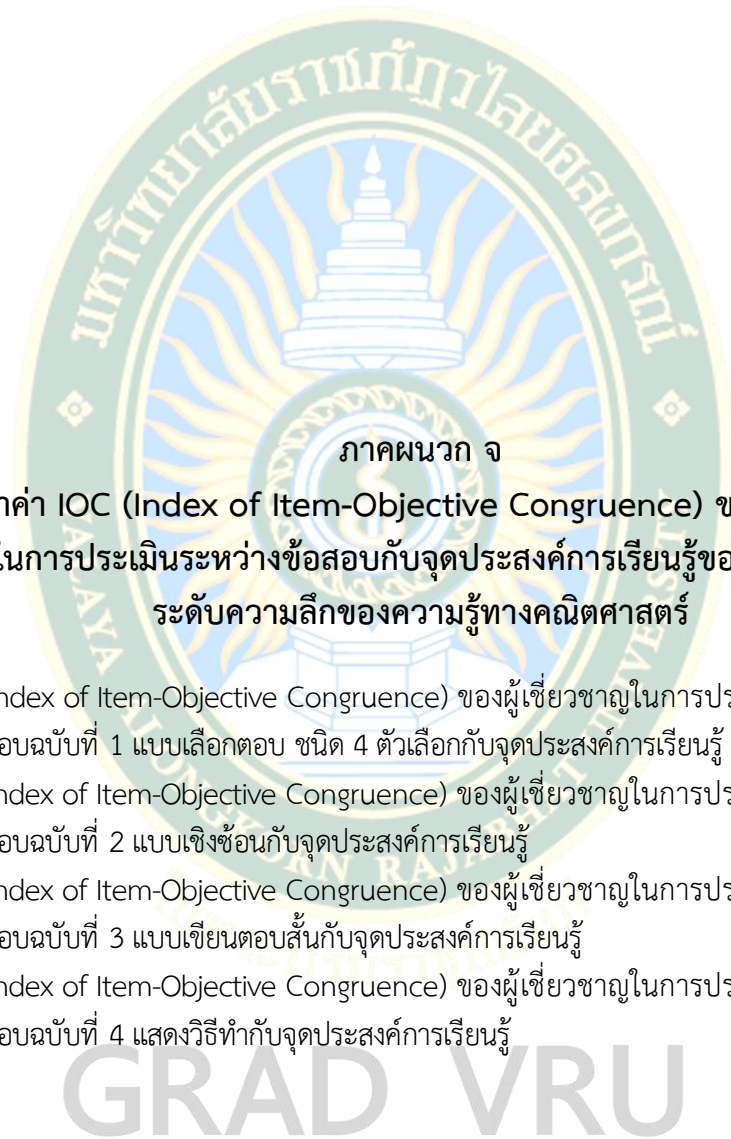
ตารางที่ 4 ผลการยืนยันการศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับ
ความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ
โดยใช้เทคนิคเดลฟายรอบที่ 2

ผู้เชี่ยวชาญคนที่	ประเด็นที่ 1	ประเด็นที่ 2	ประเด็นที่ 3	ประเด็นที่ 4	ประเด็นที่ 5
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	+1	+1	+1	+1
3	+1	+1	+1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1
5	+1	+1	+1	+1	+1
6	+1	+1	+1	+1	+1
7	+1	+1	+1	+1	+1
8	+1	+1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	+1	+1
ผลรวม	9	9	9	9	9
ค่าเฉลี่ย	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ร้อยละ	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

+1 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วยกับผลการศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอนฯ

จากการศึกษาคำตอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 9 ท่านในรอบที่ 2 ดังข้อมูลในตาราง พบว่า
ผู้เชี่ยวชาญยังคงความคิดเห็นเดิมทุกท่าน ทำให้ร้อยละความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่เห็นด้วยกับ
ข้อมูลเท่ากับร้อยละ 100 ผู้วิจัยจึงยุติการยืนยันข้อมูลโดยใช้เทคนิคเดลฟายไว้ที่รอบ 2

GRAD VRU



ภาคผนวก จ

การหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญ ในการประเมินระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบวัด ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกรับจุดประสงค์การเรียนรู้
- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตารางที่ 5 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมิน
ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกรับจุดประสงค์
การเรียนรู้

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปล ความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้อง
ระหว่างข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกรับจุดประสงค์การเรียนรู้ ค่า IOC (Index of
Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้น
สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดทุกข้อคำถาม นั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 1
แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตาม
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการจริง

ตารางที่ 6 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมิน
ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปล ความหมาย
	1	2	3	4	5			
1.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
1.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
1.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
1.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
3.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
3.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
3.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
3.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
4.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
4.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
4.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
4.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
5.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
5.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
5.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
5.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
6.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
6.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
6.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
6.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
7.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
7.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
7.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
7.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
8.1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
8.2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
8.3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
8.4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนกับจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดทุกข้อคำถาม นั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการจริง

ตารางที่ 7 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปลความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นกับจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดทุกข้อคำถาม นั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการจริง

ตารางที่ 8 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปลความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำกับจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดทุกข้อคำถาม นั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการจริง



ภาคผนวก ฉ

ผลการหาค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญ ในการประเมินระหว่างข้อสอบกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกว่ากับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

GRAD VRU

ตารางที่ 9 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมิน
ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกว่าระดับความลึก
ของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปล ความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
6	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
8	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
9	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
11	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
12	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
13	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
14	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
15	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้อง
ระหว่างข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกว่าระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
พบว่า ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า
ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดทุกข้อ
คำถาม นั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มี
ความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการจริง

ตารางที่ 10 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมิน
ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนกับระดับความลึกของความรู้
ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปล ความหมาย
	1	2	3	4	5			
1.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
1.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
1.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
1.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
3.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
3.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
3.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
3.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
4.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
4.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
4.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
4.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
5.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
5.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
5.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
5.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
6.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
6.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
6.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
6.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
7.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
7.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
7.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
7.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
8.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
8.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
8.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
8.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ทุกข้อคำถามนั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเชิงซ้อนทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา เพราะวัดตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการจริง

ตารางที่ 11 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปลความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ทุกข้อคำถามนั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้นทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาเพราะวัดตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการจริง

GRAD VRU

ตารางที่ 12 ค่า IOC (Index of Item-Objective Congruence) ของผู้เชี่ยวชาญในการประเมิน
ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำกับระดับความลึกของความรู้
ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม	ค่า IOC	การแปล ความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้
2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	5.00	1.00	ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้อง
ระหว่างข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ค่า IOC
(Index of Item-Objective Congruence) เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม แสดงว่า ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่า
ข้อสอบนั้นสอดคล้องกับระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ทุกข้อคำถาม
นั้นหมายความว่า ข้อสอบฉบับที่ 4 แสดงวิธีทำทุกข้อคำถามเป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา
เพราะวัดตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการจริง

GRAD VRU



ภาคผนวก ช

ผลการประเมินแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ

GRAD VRU

ตารางที่ 13 ผลการประเมินแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	การแปล ความหมาย
	1	2	3	4	5			
1	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
2	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
3	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
4	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
5	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
6	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
7	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด
8	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มากที่สุด

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การตรวจสอบยืนยันความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามสอดคล้องกับนิยามศัพท์ของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นอยู่ในระดับมากที่สุดทุกข้อคำถาม มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00

GRAD VRU



ภาคผนวก ซ

**ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ
ในแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์**

- ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก
- ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน
- ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น
- ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 4 แบบแสดงวิธีทำ

GRAD VRU

ตารางที่ 14 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก

ข้อที่	ค่าความยาก	แปลความหมาย	ค่าอำนาจจำแนก	แปลความหมาย	การตัดสินใจ
1	0.37	ค่อนข้างง่าย	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
3	0.70	ค่อนข้างยาก	0.21	ดีมาก	นำไปใช้ได้
4	0.67	ค่อนข้างยาก	0.22	ดีมาก	นำไปใช้ได้
5	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
6	0.43	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
7	0.67	ค่อนข้างยาก	0.22	ดีมาก	นำไปใช้ได้
8	0.63	ค่อนข้างยาก	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
ค่าความเชื่อมั่น 0.92					

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า ข้อสอบฉบับที่ 1 แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก มีค่าความยากระหว่าง 0.37 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.21 – 0.25 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92

GRAD VRU

ตารางที่ 15 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน

ข้อที่	ค่าความยาก	แปลความหมาย	ค่าอำนาจจำแนก	แปลความหมาย	การตัดสินใจ
1.1	0.33	ค่อนข้างยาก	0.22	ดีมาก	นำไปใช้ได้
1.2	0.60	ง่ายพอเหมาะ	0.24	ดีมาก	นำไปใช้ได้
1.3	0.33	ค่อนข้างยาก	0.22	ดีมาก	นำไปใช้ได้
1.4	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2.1	0.37	ค่อนข้างยาก	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2.2	0.27	ค่อนข้างยาก	0.20	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2.3	0.30	ค่อนข้างยาก	0.21	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2.4	0.47	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
3.1	0.27	ค่อนข้างยาก	0.20	ดีมาก	นำไปใช้ได้
3.2	0.53	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
3.3	0.53	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
3.4	0.53	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
4.1	0.33	ค่อนข้างยาก	0.22	ดีมาก	นำไปใช้ได้
4.2	0.30	ค่อนข้างยาก	0.21	ดีมาก	นำไปใช้ได้
4.3	0.27	ค่อนข้างยาก	0.20	ดีมาก	นำไปใช้ได้
4.4	0.40	ค่อนข้างยาก	0.24	ดีมาก	นำไปใช้ได้
5.1	0.37	ค่อนข้างยาก	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
5.2	0.37	ค่อนข้างยาก	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
5.3	0.27	ค่อนข้างยาก	0.20	ดีมาก	นำไปใช้ได้
5.4	0.43	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
6.1	0.47	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
6.2	0.47	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
6.3	0.37	ค่อนข้างยาก	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
6.4	0.33	ค่อนข้างยาก	0.22	ดีมาก	นำไปใช้ได้
7.1	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
7.2	0.40	ค่อนข้างยาก	0.24	ดีมาก	นำไปใช้ได้
7.3	0.63	ค่อนข้างง่าย	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
7.4	0.47	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
8.1	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.25	ดีมาก	นำไปใช้ได้
8.2	0.63	ค่อนข้างง่าย	0.23	ดีมาก	นำไปใช้ได้
8.3	0.40	ค่อนข้างยาก	0.24	ดีมาก	นำไปใช้ได้
8.4	0.70	ค่อนข้างง่าย	0.21	ดีมาก	นำไปใช้ได้
ค่าความเชื่อมั่น 0.95					

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า ข้อสอบฉบับที่ 2 แบบเลือกตอบเชิงซ้อน มีค่าความยาก ระหว่าง 0.23 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.18 – 0.25 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95

ตารางที่ 16 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น

ข้อที่	ค่าความยาก	แปลความหมาย	ค่าอำนาจจำแนก	แปลความหมาย	การตัดสินใจ
1	0.70	ค่อนข้างง่าย	0.60	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.80	ดีมาก	นำไปใช้ได้
3	0.50	ง่ายพอเหมาะ	0.40	ดีมาก	นำไปใช้ได้
4	0.20	ค่อนข้างยาก	0.40	ดีมาก	นำไปใช้ได้
ค่าความเชื่อมั่น 0.72					

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า ข้อสอบฉบับที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น มีค่าความยาก ระหว่าง 0.20 – 0.70 มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.40 – 0.80 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

ตารางที่ 17 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบฉบับที่ 4 แบบแสดงวิธีทำ

ข้อที่	ค่าความยาก	แปลความหมาย	ค่าอำนาจจำแนก	แปลความหมาย	การตัดสินใจ
1	0.40	ค่อนข้างยาก	0.50	ดีมาก	นำไปใช้ได้
2	0.39	ค่อนข้างยาก	0.53	ดีมาก	นำไปใช้ได้
ค่าความเชื่อมั่น 0.88					

GRAD VRU



ภาคผนวก ฅ

**คะแนนจากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยแบบวัดระดับความลึก
ของความรู้ทางคณิตศาสตร์**

- คะแนนดิบก่อนเรียน เรื่อง สถิติ จำแนกตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- คะแนนดิบหลังเรียน เรื่อง สถิติ จำแนกตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

GRAD VRU

ตารางที่ 18 คะแนนดิบก่อนเรียน เรื่อง สถิติ จำแนกตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

เลข ที่	ระดับความลึก				รวม	ระดับ
	1	2	3	4		
1	10*	6	6	20*	42	ระดับ 1
2	7	11*	7	6	31	จัดไม่ได้
3	3	8*	4	4	19	จัดไม่ได้
4	5	8*	5	4	22	จัดไม่ได้
5	7	5	4	22*	38	จัดไม่ได้
6	5	8*	5	3	21	จัดไม่ได้
7	4	3	5	4	20	จัดไม่ได้
8	6	5	7	7	25	จัดไม่ได้
9	8*	10*	6	4	28	ระดับ 2
10	6	12*	5	7	30	จัดไม่ได้
11	6	3	5	21*	35	จัดไม่ได้
12	3	5	3	7	18	จัดไม่ได้
13	5	8*	8	4	25	จัดไม่ได้
14	8*	12*	6	5	31	ระดับ 2
15	4	7	5	5	21	จัดไม่ได้
16	4	8*	5	5	22	จัดไม่ได้
17	3	6	7	7	23	จัดไม่ได้
18	7	6	4	22*	39	จัดไม่ได้

เลข ที่	ระดับความลึก				รวม	ระดับ
	1	2	3	4		
19	8*	6	5	5	24	ระดับ 1
20	6	8*	6	7	27	จัดไม่ได้
21	6	7	6	22*	41	จัดไม่ได้
22	6	5	8	6	25	จัดไม่ได้
23	4	8*	6	6	24	จัดไม่ได้
24	8*	7	5	6	26	ระดับ 1
25	3	7	4	3	17	จัดไม่ได้
26	3	9*	5	5	22	จัดไม่ได้
27	6	7	5	7	25	จัดไม่ได้
28	6	8*	6	4	24	จัดไม่ได้
29	4	3	9	3	19	จัดไม่ได้
30	4	8*	3	5	20	จัดไม่ได้
31	5	2	5	3	15	จัดไม่ได้
32	3	8*	5	5	21	จัดไม่ได้
33	8*	6	7	8	29	ระดับ 1
34	5	8*	4	3	20	จัดไม่ได้
35	6	8*	2	2	18	จัดไม่ได้
36	4	6	5	19*	34	จัดไม่ได้

* ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

จากตารางจะเห็นได้ว่า มีนักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 42 คะแนน และต่ำสุดคือ 15 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน ในระดับที่ 1 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 3 – 10 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 6 คน ในระดับที่ 2 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 2 – 11 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 17 คน ในระดับที่ 3 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 2 – 9 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งไม่มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และในระดับที่ 4 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 2 – 22 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 6 คน เมื่อพิจารณาคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 แล้วพบว่า มีนักเรียนที่จัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง สถิติ ได้ 6 คน นอกนั้นอยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

ตารางที่ 19 คะแนนดิบหลังเรียน เรื่อง สถิติ จำแนกตามระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์

เลข ที่	ระดับความลึก				รวม	ระดับ
	1	2	3	4		
1	10*	8*	22*	24*	64	ระดับ 4
2	5	15*	26*	26*	76	จัดไม่ได้
3	12*	8*	19*	24*	63	ระดับ 4
4	12*	9*	22*	24*	67	ระดับ 4
5	3	10*	22*	23*	58	จัดไม่ได้
6	6	10*	24*	23*	63	จัดไม่ได้
7	15*	11*	20*	25*	75	ระดับ 4
8	8*	6	21*	18*	53	ระดับ 1
9	12*	12*	28*	26*	78	ระดับ 4
10	4	7	8	16*	35	จัดไม่ได้
11	16*	11*	26*	25*	82	ระดับ 4
12	9*	13*	6	7	35	ระดับ 2
13	10*	11*	26*	26*	73	ระดับ 4
14	8*	10*	20*	25*	63	ระดับ 4
15	5	9*	21*	18*	53	จัดไม่ได้
16	12*	12*	26*	26*	76	ระดับ 4
17	16*	11*	23*	22*	72	ระดับ 4
18	3	9*	19*	24*	55	จัดไม่ได้

เลข ที่	ระดับความลึก				รวม	ระดับ
	1	2	3	4		
19	12*	11*	27*	26*	76	ระดับ 4
20	16*	16*	26*	26*	88	ระดับ 4
21	16*	15*	27*	26*	88	ระดับ 4
22	11*	12*	14*	26*	63	ระดับ 4
23	8*	8*	26*	18*	64	ระดับ 4
24	11*	8*	17*	16*	52	ระดับ 4
25	9*	15*	31*	22*	81	ระดับ 4
26	8*	8*	25*	26*	67	ระดับ 4
27	12*	9*	22*	28*	71	ระดับ 4
28	10*	11*	20*	15*	56	ระดับ 4
29	4	13*	32*	25*	78	จัดไม่ได้
30	11*	12*	26*	18*	67	ระดับ 4
31	9*	13*	30*	24*	76	ระดับ 4
32	6	13*	27*	21*	71	จัดไม่ได้
33	12*	12*	23*	28*	75	ระดับ 4
34	8*	13*	29*	9	59	ระดับ 3
35	13*	13*	23*	21*	74	ระดับ 4
36	16*	15*	27*	26*	88	ระดับ 4

* ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

จากตารางจะเห็นได้ว่า มีนักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 88 คะแนน และต่ำสุดคือ 35 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน ในระดับที่ 1 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 3 – 16 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 28 คน ในระดับที่ 2 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 6 – 16 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 34 คน ในระดับที่ 3 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 6 – 32 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 34 คน และในระดับที่ 4 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 7 – 28 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 35 คน เมื่อพิจารณาคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 แล้วพบว่า มีนักเรียนที่จัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง สถิติ ได้ 28 คน นอกนั้นอยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

สรุปผลจากการทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า

1) มีนักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 42 คะแนน และต่ำสุดคือ 15 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน

2) ในระดับที่ 1 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 3 – 10 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 6 คน

3) ในระดับที่ 2 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 2 – 11 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 17 คน

4) ในระดับที่ 3 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 2 – 9 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งไม่มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

5) ในระดับที่ 4 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 2 – 22 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 6 คน

เมื่อพิจารณาคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 แล้วพบว่า มีนักเรียนที่จัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง สถิติ ได้ 6 คน นอกนั้นอยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

จากการทดสอบหลังเรียนด้วยแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า

1) มีนักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 88 คะแนน และต่ำสุดคือ 35 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน

2) ในระดับที่ 1 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 3 – 16 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 28 คน

3) ในระดับที่ 2 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 6 – 16 คะแนนจากคะแนนเต็ม 16 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 34 คน

4) ในระดับที่ 3 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 6 – 32 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 34 คน

5) ในระดับที่ 4 นักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนระหว่าง 7 – 28 คะแนนจากคะแนนเต็ม 32 คะแนน ซึ่งมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 35 คน

เมื่อพิจารณาคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 แล้วพบว่า มีนักเรียนที่จัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง สถิติ ได้ 28 คน นอกนั้นอยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

ตารางที่ 20 ผลการศึกษาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง สถิติ

ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)	คิดเป็นร้อยละ
ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้	4	11.11
ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด	2	05.56
ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์	0	00.00
ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด	0	00.00
ไม่สามารถจัดระดับความลึกทางคณิตศาสตร์ได้	30	83.33
รวม	36	100.00

จากข้อมูลในตารางจะเห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับได้มากกว่าร้อยละ 80 (ร้อยละ 83.33) มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ลึกที่สุดคือ ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอดซึ่งมีอยู่ไม่ถึงร้อยละ 10 (ร้อยละ 5.56) รองลงมาคือ ระดับระลึกได้ร้อยละ 11.11 และไม่มีนักเรียนคนใดอยู่ในระดับการคิดเชิงกลยุทธ์และระดับการคิดเชิงขยายความคิด

ตารางที่ 21 ผลการศึกษาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง สถิติ

ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)	คิดเป็นร้อยละ
ระดับที่ 1 ระดับระลึกได้	1	02.78
ระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด	1	02.78
ระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์	1	02.78
ระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด	25	66.66
ไม่สามารถจัดระดับความลึกทางคณิตศาสตร์ได้	8	25.00
รวม	36	100.00

จากข้อมูลในตารางจะเห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ลึกที่สุดอยู่ในระดับการคิดเชิงขยายความคิดมากกว่าร้อยละ 50 (ร้อยละ 66.66) มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับได้ร้อยละ 25 และนักเรียนที่มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับระลึกได้ ทักษะหรือความคิดรวบยอดและระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ ระดับละร้อยละ 2.78 เท่ากัน

ตารางที่ 22 การเปลี่ยนแปลงของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ระหว่าง
ก่อนเรียนกับหลังเรียน

เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	การเปลี่ยนแปลง	เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	การเปลี่ยนแปลง
1	ระดับ 1	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	19	ระดับ 1	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
2	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่	20	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
3	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	21	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
4	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	22	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
5	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่	23	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
6	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่	24	ระดับ 1	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
7	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	25	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
8	จัดไม่ได้	ระดับ 1	เพิ่มขึ้น	26	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
9	ระดับ 2	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	27	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
10	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่	28	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
11	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	29	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่
12	จัดไม่ได้	ระดับ 2	เพิ่มขึ้น	30	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
13	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	31	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
14	ระดับ 2	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	32	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่
15	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่	33	ระดับ 1	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
16	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	34	จัดไม่ได้	ระดับ 3	เพิ่มขึ้น
17	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น	35	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น
18	จัดไม่ได้	จัดไม่ได้	คงที่	36	จัดไม่ได้	ระดับ 4	เพิ่มขึ้น

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า มีนักเรียนเพียง 8 คนที่ไม่มีพัฒนาการของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการของระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ หลังเรียนเพิ่มขึ้น ซึ่งมีจำนวนมากถึง 28 คน เมื่อพิจารณาพัฒนาการเทียบระดับพบว่า มีนักเรียนเพิ่มระดับจากกลุ่มที่ไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ไปเป็นระดับ 1 จำนวน 1 คน ระดับ 2 จำนวน 1 คน ระดับ 3 จำนวน 1 คน ระดับ 4 จำนวน 19 คน โดยไม่มีนักเรียนเพิ่มระดับจากระดับ 1 ไปเป็นระดับ 2 ระดับ 3 แต่มีนักเรียนเพิ่มจากระดับ 1 ไปเป็นระดับ 4 จำนวน 4 คน และมีนักเรียนจากระดับ 2 ไปเป็นระดับ 4 จำนวน 2 คน

ตารางที่ 23 ผลการศึกษาระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ระหว่างก่อนเรียนกับ
หลังเรียนแต่ละระดับ

ระดับ ความลึกของ ความรู้ทาง คณิตศาสตร์	จำนวน (คน) และร้อยละของนักเรียน						เพิ่ม ระดับ ขึ้น
	ก่อน เรียน	หลังเรียน					
		ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4	จัดระดับ ไม่ได้	
ระดับ 1	4 (11.11)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	4 (11.11)	0 (0.00)	4 (11.11)
ระดับ 2	2 (5.56)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	2 (5.55)	0 (0.00)	2 (5.55)
ระดับ 3	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
ระดับ 4	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
จัดระดับ ไม่ได้	30 (83.33)	1 (2.78)	1 (2.78)	1 (2.78)	19 (52.78)	8 (22.22)	22 (61.61)

จากข้อมูลผลการเปรียบเทียบระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนแต่ละระดับในตาราง พบว่า

1) ก่อนเรียนนักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับ 1 จำนวน 4 คน หลังจาเรียนไปแล้วมีระดับเพิ่มขึ้นเป็นระดับ 4 จำนวน 4 คน (ร้อยละ 11.11)

2) ก่อนเรียนนักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับ 2 จำนวน 2 คน หลังจาเรียนไปแล้วมีระดับเพิ่มขึ้นเป็นระดับ 4 จำนวน 2 คน (ร้อยละ 5.55)

3) ระดับ 3 และระดับ 4 ไม่มีนักเรียนที่ถูกจัดให้อยู่ในสองระดับนี้

4) ก่อนเรียนนักเรียนอยู่ในกลุ่มไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ จำนวน 30 คน (ร้อยละ 83.33) ซึ่งหลังเรียนนักเรียนมีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นเป็นระดับ 1 ระดับ 2 และ ระดับ 3 ระดับละ 1 คน (ร้อยละ 2.78) และเพิ่มขึ้นเป็นระดับ 4 จำนวน 19 คน (ร้อยละ 52.78) สำหรับนักเรียนที่เหลือ 8 คน (22.22) ยังคงอยู่ในกลุ่มไม่สามารถจัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนที่มีระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้นรวมทั้งหมดเท่ากับ 28 คน คิดเป็นร้อยละ 77.78 ซึ่งถือว่าอยู่ในระดับที่สูงมาก

ตารางที่ 24 ร้อยละของคะแนนทดสอบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง สถิติ

เลข ที่	ระดับความลึกๆ				รวม	ร้อยละ	เลข ที่	ระดับความลึกๆ				รวม	ร้อยละ
	1	2	3	4				1	2	3	4		
1	10*	6	6	20*	42	43.75	19	8*	6	5	5	24	25.00
2	7	11*	7	6	31	32.29	20	6	8*	6	7	27	28.13
3	3	8*	4	4	19	19.79	21	6	7	6	22*	41	42.71
4	5	8*	5	4	22	22.92	22	6	5	8	6	25	26.04
5	7	5	4	22*	38	39.58	23	4	8*	6	6	24	25.00
6	5	8*	5	3	21	21.88	24	8*	7	5	6	26	27.08
7	4	3	5	4	20	20.83	25	3	7	4	3	17	17.71
8	6	5	7	7	25	26.04	26	3	9*	5	5	22	22.92
9	8*	10*	6	4	28	29.17	27	6	7	5	7	25	26.04
10	6	12*	5	7	30	31.25	28	6	8*	6	4	24	25.00
11	6	3	5	21*	35	36.46	29	4	3	9	3	19	19.79
12	3	5	3	7	18	18.75	30	4	8*	3	5	20	20.83
13	5	8*	8	4	25	26.04	31	5	2	5	3	15	15.63
14	8*	12*	6	5	31	32.29	32	3	8*	5	5	21	21.88
15	4	7	5	5	21	21.88	33	8*	6	7	8	29	30.21
16	4	8*	5	5	22	22.92	34	5	8*	4	3	20	20.83
17	3	6	7	7	23	23.96	35	6	8*	2	2	18	18.75
18	7	6	4	22*	39	40.63	36	4	6	5	19*	34	35.42

* ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

จากตารางจะเห็นได้ว่า มีนักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 42 คะแนน และต่ำสุดคือ 15 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 43.75 และร้อยละ 15.63 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่า ร้อยละของคะแนนก่อนเรียนเรื่อง สถิติ ของนักเรียนทุกคนยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม = 57.60 คะแนน)

ตารางที่ 25 ร้อยละของคะแนนทดสอบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง สถิติ

เลข ที่	ระดับความลึกๆ				รวม	ร้อยละ	เลข ที่	ระดับความลึกๆ				รวม	ร้อยละ
	1	2	3	4				1	2	3	4		
1	10*	8*	22*	24*	64	66.67**	19	12*	11*	27*	26	76	79.17**
2	5	15*	26*	26*	76	79.17**	20	16*	16*	26*	26	88	91.67**
3	12*	8*	19*	24*	63	65.63**	21	16*	15*	27*	26	88	91.67**
4	12*	9*	22*	24*	67	69.79**	22	11*	12*	14*	26	63	65.63**
5	3	10*	22*	23*	58	60.42**	23	8*	8*	26*	18	64	66.67**
6	6	10*	24*	23*	63	65.63**	24	11*	8*	17*	16	52	54.17
7	15*	11*	20*	25*	75	78.13**	25	9*	15*	31*	22	81	84.38**
8	8*	6	21*	18*	53	55.21	26	8*	8*	25*	26	67	69.79**
9	12*	12*	28*	26*	78	81.25**	27	12*	9*	22*	28	71	73.96**
10	4	7	8	16*	35	36.46	28	10*	11*	20*	15	56	58.33**
11	16*	11*	26*	25*	82	85.42**	29	4	13*	32*	25	78	81.25**
12	9*	13*	6	7	35	36.46	30	11*	12*	26*	18	67	69.79**
13	10*	11*	26*	26*	73	76.04**	31	9*	13*	30*	24	76	79.17**
14	8*	10*	20*	25*	63	65.63**	32	6	13*	27*	21	71	73.96**
15	5	9*	21*	18*	53	55.21	33	12*	12*	23*	28	75	78.13**
16	12*	12*	26*	26*	76	79.17**	34	8*	13*	29*	9	59	61.46**
17	16*	11*	23*	22*	72	75.00**	35	13*	13*	23*	21	74	77.08**
18	3	9*	19*	24*	55	57.29	36	16*	15*	27*	26	88	91.67**

* ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ** ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

จากตารางจะเห็นได้ว่า มีนักเรียนทำข้อสอบได้คะแนนสูงสุดคือ 88 คะแนน และต่ำสุดคือ 35 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมดรวม 96 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 91.67 และร้อยละ 36.46 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่า ร้อยละของคะแนนหลังเรียนเรื่อง สถิติ ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม จำนวน 30 คน และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม จำนวน 6 คน (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม = 57.60 คะแนน)

ตารางที่ 26 การเปลี่ยนแปลงของร้อยละของคะแนนทดสอบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	การเปลี่ยนแปลง	เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	การเปลี่ยนแปลง
1	43.75	66.67	เพิ่มขึ้น	19	25.00	79.17	เพิ่มขึ้น
2	32.29	79.17	เพิ่มขึ้น	20	28.13	91.67	เพิ่มขึ้น
3	19.79	65.63	เพิ่มขึ้น	21	42.71	91.67	เพิ่มขึ้น
4	22.92	69.79	เพิ่มขึ้น	22	26.04	65.63	เพิ่มขึ้น
5	39.58	60.42	เพิ่มขึ้น	23	25.00	66.67	เพิ่มขึ้น
6	21.88	65.63	เพิ่มขึ้น	24	27.08	54.17	เพิ่มขึ้น
7	20.83	78.13	เพิ่มขึ้น	25	17.71	84.38	เพิ่มขึ้น
8	26.04	55.21	เพิ่มขึ้น	26	22.92	69.79	เพิ่มขึ้น
9	29.17	81.25	เพิ่มขึ้น	27	26.04	73.96	เพิ่มขึ้น
10	31.25	36.46	เพิ่มขึ้น	28	25.00	58.33	เพิ่มขึ้น
11	36.46	85.42	เพิ่มขึ้น	29	19.79	81.25	เพิ่มขึ้น
12	18.75	36.46	เพิ่มขึ้น	30	20.83	69.79	เพิ่มขึ้น
13	26.04	76.04	เพิ่มขึ้น	31	15.63	79.17	เพิ่มขึ้น
14	32.29	65.63	เพิ่มขึ้น	32	21.88	73.96	เพิ่มขึ้น
15	21.88	55.21	เพิ่มขึ้น	33	30.21	78.13	เพิ่มขึ้น
16	22.92	79.17	เพิ่มขึ้น	34	20.83	61.46	เพิ่มขึ้น
17	23.96	75.00	เพิ่มขึ้น	35	18.75	77.08	เพิ่มขึ้น
18	40.63	57.29	เพิ่มขึ้น	36	35.42	91.67	เพิ่มขึ้น

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการของร้อยละของคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนเพิ่มขึ้นทุกคน

ภาคผนวก ญ ผลการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนและวิเคราะห์เนื้อหา
ข้อมูลที่ได้จากบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- ผลการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยนักเรียนประเมินตนเอง
- ผลการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนประเมินโดยครูคณิตศาสตร์
- ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2
- ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
- ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6
- ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8
- ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10
- ข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

ตารางที่ 27 ผลการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยนักเรียนประเมินตนเอง

รายการ	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับพฤติกรรม
1. เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์			
1.1 เห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ	2.35	0.95	มาก
1.2 เห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ	2.24	0.96	ปานกลาง
1.3 สนใจ ตั้งใจใฝ่หาความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.33	0.86	มาก
1.4 เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนานเพลิดเพลิน	2.17	0.96	ปานกลาง
ด้านเจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.27	0.94	มาก
2. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์			
2.1 เด็ดเดี่ยว ไม่ลังเลในการตัดสินใจศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.17	0.90	ปานกลาง
2.2 พอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน	2.26	0.89	มาก
2.3 มั่นใจในความสามารถของตนเองในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	2.17	0.91	ปานกลาง
2.4 ภูมิใจที่ประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.22	0.94	ปานกลาง
2.5 ชอบทำกิจกรรมที่ทำหายความสามารถและการเรียนรู้เพื่อที่จะให้ได้พบกับวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ	2.18	0.90	ปานกลาง
2.6 คาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2.32	0.90	มาก
2.7 มีการปรับปรุง/พัฒนาความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับความสามารถที่สูงขึ้น	2.21	0.91	ปานกลาง
ด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.22	0.91	ปานกลาง
3. ความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ			
3.1 คิดคำนวณอย่างกระตือรือร้น	2.28	0.91	มาก
3.2 มีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง	2.36	0.86	มาก
3.3 กล้าที่จะเผชิญกับอุปสรรคต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการคิดคำนวณ	2.25	0.91	ปานกลาง
3.4 พยายาม/อดทนที่จะคิดคำนวณให้บรรลุตามเป้าหมาย	2.29	0.88	มาก
3.5 ให้ความสำคัญกับการคิดคำนวณ	2.06	0.96	ปานกลาง
3.6 พร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม	2.65	0.70	มาก

ตารางที่ 27 (ต่อ)

รายการ	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับพฤติกรรม
3.7 มีสมาธิจดจ่ออยู่กับการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งที่ทำได้	2.33	0.76	มาก
3.8 มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกที่เวลาผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้าง	2.45	0.96	มาก
ด้านความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ	2.33	0.91	มาก
ภาพรวม	2.28	0.91	มาก

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า ในภาพรวมนักเรียนประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของตนเองอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.28 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.91) ด้านความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.33 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.91) ด้านด้านเจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.27 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.94) และด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง (ค่าเฉลี่ย 2.22 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.91) ซึ่งจะเห็นว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานค่อนข้างศูนย์ (เข้าใกล้ 1) แสดงว่า ข้อมูลที่ได้จากการทำแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนโดยให้นักเรียนประเมินตนเองมีการกระจายตัวดีไม่กระจุกรวมอยู่กับค่าใดค่าหนึ่งหรืออาจกล่าวได้ว่า ข้อมูลดังกล่าวนี้ มีการกระจายของข้อมูลชุดนั้นใกล้เคียงกับโค้งปกติ

เมื่อพิจารณารายการประเมินรายข้อในแต่ละด้านพบว่า **ด้านเจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์** ข้อที่นักเรียนประเมินตนเองว่า เห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ อยู่ในระดับมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ 2.35 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.95 รองลงมาคือ สนใจ ตั้งใจใฝ่หาความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.33 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.86) และเห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ อยู่ในระดับปานกลาง (ค่าเฉลี่ย 2.24 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.96) **ด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนประเมินตนเองว่า คาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ อยู่ในระดับมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ 2.32 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.90 รองลงมาคือ พอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ๆ อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.26 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.89) และมีการปรับปรุง/พัฒนาความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับความสามารถที่สูงขึ้น ๆ อยู่ในระดับปานกลาง

(ค่าเฉลี่ย 2.21 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.91) และด้านความยึดมั่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ นักเรียนประเมินตนเองว่า พร้อมทั้งจะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม อยู่ในระดับมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ 2.65 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.70) รองลงมาคือ มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกว่าจะเวลาผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้างอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.45 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.96) และมีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเองอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.36 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.86)

ตารางที่ 28 ผลการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนประเมินโดยครูคณิตศาสตร์

รายการ	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับพฤติกรรม
1. เจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์			
1.1 เห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ	2.47	0.81	มาก
1.2 เห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ	2.37	0.83	มาก
1.3 สนใจ ตั้งใจใฝ่หาความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.45	0.74	มาก
1.4 เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนานเพลิดเพลิน	2.35	0.81	มาก
ด้านเจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.41	0.80	มาก
2. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์			
2.1 เด็ดเดี่ยว ไม่ลังเลในการตัดสินใจศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.34	0.76	มาก
2.2 พอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน	2.38	0.75	มาก
2.3 มั่นใจในความสามารถของตนเองในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	2.30	0.78	มาก
2.4 ภูมิใจที่ประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.35	0.81	มาก
2.5 ชอบทำกิจกรรมที่ทำหายความสามารถและการเรียนรู้เพื่อที่จะทำให้ได้พบกับวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ	2.33	0.76	มาก
2.6 คาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2.44	0.77	มาก

ตารางที่ 28 (ต่อ)

รายการ	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับพฤติกรรม
2.7 มีการปรับปรุง/พัฒนาความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับความสามารถที่สูงขึ้น	2.31	0.80	มาก
ด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์	2.35	0.78	มาก
3. ความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ			
3.1 คิดคำนวณอย่างกระตือรือร้น	2.42	0.76	มาก
3.2 มีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง	2.45	0.74	มาก
3.3 กล้าที่จะเผชิญกับอุปสรรคต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการคิดคำนวณ	2.39	0.76	มาก
3.4 พยายาม/อดทนที่จะคิดคำนวณให้บรรลุตามเป้าหมาย	2.40	0.76	มาก
3.5 ให้ความสำคัญกับการคิดคำนวณ	2.25	0.81	มาก
3.6 พร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสม	2.67	0.65	มาก
3.7 มีสมาธิจดจ่ออยู่กับการคิดคำนวณจนไม่สามารถแยกตัวเองออกจากสิ่งทำได้	2.41	0.66	มาก
3.8 มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกใช้เวลาผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้าง	2.56	0.81	มาก
ด้านความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ	2.45	0.76	มาก
ภาพรวม	2.40	0.77	มาก

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่า ในภาพรวมครูประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.40 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.77) ด้านความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.45 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.76) ด้านด้านเจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.41 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.80) และด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง (ค่าเฉลี่ย 2.35 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.78) ซึ่งจะเห็นว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานค่อนข้างศูนย์ (เข้าใกล้ 1) แสดงว่า ข้อมูลที่ได้จากการทำแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนซึ่งประเมินโดยครูคณิตศาสตร์มีการกระจายตัวดี ไม่กระจุกรวมอยู่กับค่าใดค่าหนึ่งหรืออาจกล่าวได้ว่า ข้อมูลดังกล่าวนี้ มีการกระจายของข้อมูลชุดนั้นใกล้เคียงกับโค้งปกติ

เมื่อพิจารณารายการประเมินรายข้อในแต่ละด้านพบว่า **ด้านเจตคติต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์** ข้อที่นักเรียนประเมินตนเองว่า เห็นความสำคัญของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ อยู่ในระดับมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย

สูงสุดคือ 2.47 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.81 รองลงมาคือ สนใจ ตั้งใจใฝ่หาความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.45 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.74) และเห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.37 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.83) **ด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในความรู้ทางคณิตศาสตร์** นักเรียนประเมินตนเองว่า คาดคะเนระดับความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ อยู่ในระดับมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ 2.44 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.77 รองลงมาคือ พอใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ๆ อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.38 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.75) และภูมิใจที่ประสบความสำเร็จจากการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.35 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.81) และ**ด้านความยืดหยุ่นผูกพันต่อการคิดคำนวณ** นักเรียนประเมินตนเองว่า พร้อมที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่เมื่อมีโอกาสที่เหมาะสมอยู่ในระดับมาก ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ 2.67 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.65) รองลงมาคือ มีความสุขกับการคิดคำนวณโดยรู้สึกว่าการผ่านไปอย่างรวดเร็วจนลืมทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบข้าง อยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.56 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.81) และมีแรงผลักดันที่จะพัฒนาตนเอง (ค่าเฉลี่ย 2.45 คะแนนจากคะแนนเต็ม 3.00 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.74)

จากการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวข้างต้น โดยครูคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีส่วนร่วมในการสังเกตการณ์สอน และสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ดังนั้น เพื่อให้ทราบระดับความน่าเชื่อถือในการประเมินของครูคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้ดำเนินการนำคะแนนที่ได้จากการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมาหาความน่าเชื่อถือ โดยใช้วิธีการหาดัชนีความสอดคล้องระหว่างผู้ประเมิน (Rater Agreement Index: RAI) (Burry, 1996, P.251-262) พบว่า หาค่า RAI ได้เท่ากับ .840 ซึ่งบ่งชี้ถึงความสอดคล้องกันสูงระหว่างผู้ประเมิน แสดงว่า ครูคณิตศาสตร์ทั้ง 2 คนประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ได้สอดคล้องกันสูง

นอกจากการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนนำเสนอข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่น ๆ เพิ่มเติม ซึ่งผู้วิจัยได้ให้นักเรียนเขียนบรรยายพฤติกรรม ความรู้สึกนึกคิดของตนเองหลังสิ้นสุดการเรียนรู้เรื่อง อิสรโทแกรม (แผนที่ 1 และ 2) แผนภาพจุด (แผนที่ 3 และ 4) แผนภาพต้นไม้ (แผนที่ 5 และ 6) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (แผนที่ 7 และ 8) มัธยฐาน (แผนที่ 9 และ 10) และฐานนิยม (แผนที่ 11 และ 12) ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 29 ความถี่ของข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

ข้อ	รายการ	ความถี่
1	ไม่น่าเบื่อ ไม่ซ้ำซาก สนุกสนาน เพลิดเพลิน	10
2	ครูสอนเข้าใจง่าย	7
3	ชอบการเรียนรู้จากวิธีสอนแนวใหม่	3
4	ครูตอบคำถามได้เข้าใจ	2
5	ได้ทบทวนความรู้ตลอดเวลา	1
6	ทำให้มีสมาธิและตั้งใจค้นคว้าหาความรู้มากขึ้น	1
7	ทำให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้	1

ตารางที่ 30 ความถี่ของข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ข้อ	รายการ	ความถี่
1	ครูสอนเข้าใจง่าย	16
2	ไม่น่าเบื่อ สนุกสนาน เพลิดเพลิน	11
3	ครูตอบคำถามได้เข้าใจ	4
4	ชอบการเรียนรู้จากวิธีสอนแนวใหม่	5
5	บางแบบฝึกหัดยาก	1
6	ทำให้ตั้งใจค้นคว้าหาความรู้ใหม่	1
7	ชอบแบบฝึกหัดที่ให้ทำ	1
8	มีความสุขในการเรียน	1

ตารางที่ 31 ความถี่ของข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ข้อ	รายการ	ความถี่
1	มีความสุขสนุกสนานในการเรียน เพลิดเพลิน ไม่เครียด	10
2	ครูสอนเข้าใจง่าย	10
3	ชอบการเรียนรู้จากวิธีสอนแนวใหม่	6
4	ยกตัวอย่างที่แปลกใหม่ทำให้เข้าใจได้เร็วและช่วยการคิดและจินตนาการที่ดีขึ้น	2
5	ช่วยเพิ่มทักษะในการวิเคราะห์ข้อมูลมากขึ้น	1

ตารางที่ 32 ความถี่ของข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

ข้อ	รายการ	ความถี่
1	มีความน่าสนใจ สนุกสนาน เพลินเพลิน ไม่เครียด	10
2	ครูสอนเข้าใจง่าย	8
3	ชอบการเรียนรู้จากวิธีสอนแนวใหม่	5
4	ครูตอบคำถามได้เข้าใจ	2
5	ได้ฝึกนำความรู้มาใช้แก้ปัญหา	1
6	ภูมิใจที่ทำแบบฝึกหัดได้	1
7	ดีใจที่ตอบคำถามครูได้ถูกต้อง	1
8	ชอบตอนที่ได้คิดคำนวณต่าง ๆ	1
9	ชอบการเรียนรู้ที่ค่อย ๆ ซบซุ่มขึ้น	1
10	การเรียนรู้จากเพื่อนช่วยให้เข้าใจมากขึ้น	1

ตารางที่ 33 ความถี่ของข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

ข้อ	รายการ	ความถี่
1	สนุกสนาน เพลิดเพลินในการเรียน	10
2	ครูสอนเข้าใจง่าย	7
3	ได้เรียนรู้และฝึกแก้โจทย์ปัญหามากมาย	3
4	ครูตอบคำถามได้เข้าใจ	2
5	มีความสุขในการเรียน	1
6	เรียนเข้าใจตอบได้ทันตลอดและมั่นใจในคำตอบมากขึ้น	1

ตารางที่ 34 ความถี่ของข้อค้นพบหรือประเด็นที่น่าสนใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

ข้อ	รายการ	ความถี่
1	มีความสุขสนุกสนาน เพลิดเพลิน ไม่น่าเบื่อ	8
2	ทำให้เข้าใจเนื้อหาจนเจอคำถามที่ยากแล้วทำได้	4
3	ครูสอนเข้าใจง่าย	3
4	มีความสุขในการเรียน	2
5	มีความแปลกใหม่น่าสนใจในการสอนทำให้เข้าใจง่าย	1

ตารางที่ 34 (ต่อ)

ข้อ	รายการ	ความถี่
6	มั่นใจในคำตอบและทำงานเสร็จเร็วเพราะรู้หลักการหรือวิธีการคิด	1
7	ทำให้มีความพยายามในการเรียนมากขึ้น	1
8	ครูตอบคำถามได้เข้าใจ	1
9	ชอบการเรียนรู้โดยใช้การเปรียบเทียบ ทำให้รู้และเข้าใจมากขึ้น	1

จากข้อมูลในตารางที่ 29 – 34 จะเห็นได้ว่า นักเรียนมีความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) รูปแบบการเรียนการสอนมีความแปลกใหม่ มีความน่าสนใจ
 - 2) มีบรรยากาศการเรียนรู้ที่สนุกสนาน เพลิดเพลิน ไม่น่าเบื่อ ไม่ซ้ำซาก ไม่เครียด และมีความสุขในการเรียน
 - 3) ครูสอนเข้าใจง่าย ตอบคำถามได้เข้าใจ
 - 4) ชอบการเรียนรู้จากวิธีสอนแนวใหม่ ทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ง่ายจนเจอคำถามที่ยากแล้วทำได้
 - 5) การยกตัวอย่างที่แปลกใหม่ทำให้เข้าใจได้เร็วและช่วยการคิดและจินตนาการที่ดีขึ้น
 - 6) ได้ฝึกฝนจากนำความรู้และฝึกทักษะทักษะการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการทำแบบฝึกหัดจนเรียนเข้าใจตอบคำถามได้ทัน เกิดความมั่นใจในการตอบคำถามมากขึ้น ช่วยเพิ่มทักษะในการคิดวิเคราะห์ข้อมูลมากขึ้น
 - 7) รู้สึกดีใจที่ตอบคำถามครูได้ถูกต้อง
 - 8) ชอบตอนที่ได้คิดคำนวณต่าง ๆ การเรียนที่ค่อย ๆ ซ้ำซ้อนขึ้น
 - 9) การเรียนรู้จากเพื่อนช่วยให้เข้าใจมากขึ้น
 - 10) การทำแบบฝึกหัดอาจมียากบ้างแต่ทำให้ได้ทบทวนความรู้ตลอดเวลา ทำให้มีสมาธิและตั้งใจค้นคว้าหาความรู้ใหม่มากขึ้น ทำให้มีความพยายามในการเรียนมากขึ้น
 - 11) ชอบการเรียนรู้โดยใช้การเปรียบเทียบเพราะทำให้รู้และเข้าใจมากขึ้น ทำให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ มีความมั่นใจในคำตอบและทำงานเสร็จเร็วเพราะรู้หลักการหรือวิธีการคิด
- สำหรับมุมมองจากครูคณิตศาสตร์ 2 ท่านที่เข้ามาสังเกตการณ์การสอนและมีส่วนร่วมในการวิจัยในฐานะผู้ประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน พบข้อค้นพบที่สำคัญดังนี้
- 1) ชั้นที่ 1 ชั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ในช่วงแรก ๆ ของแต่ละแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเฉพาะการเริ่มต้นเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่ ครูต้องคอยกระตุ้นนักเรียนโดยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้รู้จักการสังเกต การเปรียบเทียบตัวอย่างที่นำมาเสนอ ครูมีการสอนที่เน้นไม่ให้นักเรียนเครียด พยายามให้นักเรียนเรียนรู้แบบค่อยเป็นค่อยไป
 - 2) ชั้นที่ 2 ชั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดอย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัยและให้ความช่วยเหลือนักเรียน

ด้วยการอธิบาย ยกตัวอย่างเพิ่มเติมสำหรับนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการทำแบบฝึกหัด

3) ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มได้นำเสนอแนวคิดในการทำแบบฝึกหัดของตนเองให้แก่สมาชิกในกลุ่มฟังทีละคน ครูคอยเดินตรวจตราและคอยอธิบายเพิ่มเติมในประเด็นที่นักเรียนยังเข้าใจคลาดเคลื่อน จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดร่วมกันและอภิปรายผลที่เกิดขึ้น เช่น ข้อผิดพลาด ข้อควรแก้ไข แนวทางการแก้ไขงานในแบบฝึกหัด จุดเด่นของการทำงานร่วมกันของสมาชิกในกลุ่ม

4) ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ครูให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดใหม่ในรูปแบบเดิมอีกครั้งเพื่อปรับความเข้าใจของตนเองให้ถูกต้องด้วยกระบวนการเพื่อนช่วยเพื่อนเพื่อให้เข้าใจมากยิ่งขึ้น จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่มีความยากมากขึ้นกว่าเดิม เมื่อนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วจึงให้นักเรียนนำเสนอคำตอบและวิธีการคิดหาคำตอบทีละคนและสรุปองค์ความรู้ที่ได้ รวมถึง อภิปรายผลที่เกิดขึ้นเช่น ข้อผิดพลาด ข้อควรแก้ไข แนวทางการแก้ไขงานในแบบฝึกหัด จุดเด่นของการทำงานร่วมกันของสมาชิกในกลุ่ม

5) ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่ ใช้เวลาประมาณ 30 นาที จัดกิจกรรมคล้ายกับขั้นตอนที่ 4 แต่แบบฝึกหัดมีความยุ่งยาก ซับซ้อนมากขึ้นกว่าเดิม เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วให้นักเรียนประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของตนเอง

ข้อสังเกตที่พบเพิ่มเติมคือ ครูใช้การอธิบายซ้ำ ๆ ในเนื้อหาหรือแบบฝึกหัดที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ในขณะที่เดียวกันเห็นว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้นในช่วงที่สองของแต่ละเรื่องที่เรียนเป็นต้นไป ซึ่งจะเห็นได้ว่า การกระตุ้นนักเรียนด้วยการใช้คำถามและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลทำให้นักเรียนสนุก การกล่าวคำยกย่องชมเชยและการให้กำลังใจของครูทำให้นักเรียนกล้าคิดกล้าตอบคำถามมากขึ้น กระบวนการเพื่อนช่วยเพื่อนจากการทำงานกลุ่มของนักเรียนแต่ละกลุ่มทำให้เห็นลีลาการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคนที่สามารถเลือกศึกษาค้นคว้าหรือถามคำถามจากเพื่อนในกลุ่มได้ด้วยตนเอง นักเรียนยิ้มแย้ม ร่าเริงแจ่มใสขณะที่เรียนรู้ในแต่ละชั่วโมง ความซับซ้อนของสถานการณ์ปัญหาในแต่ละแบบฝึกหัดทำให้ได้ใช้ทักษะกระบวนการคิดและทักษะการแก้ปัญหาด้วยตนเองและร่วมกันกับเพื่อนในกลุ่มเพิ่มมากขึ้น

นอกจากนี้ การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปรับปรุงแก้ไขงานของตนเองและของกลุ่มช่วยให้นักเรียนได้นำข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องของตนเองมาเป็นจุดเริ่มต้นในการพัฒนาตนเองได้อย่างดี โดยเฉพาะในเรื่องการวิเคราะห์สถานการณ์ การคิดคำนวณ การตรวจสอบคำตอบ ทำให้นักเรียนมีสมาธิในการเรียนรู้ด้วยการหมั่นตรวจสอบตนเองมากขึ้น การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการทำงานของตนเองและการสรุปความรู้ในแต่ละชั่วโมงทำให้นักเรียนมั่นใจในการทำแบบฝึกหัดมากขึ้น ดังจะเห็นได้จากนักเรียนกล้าที่จะนำเสนอผลงานของตนเองต่อกลุ่มและต่อชั้นเรียน รวมถึงการมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่มีความแปลกใหม่ ซับซ้อนและไม่เคยพบเจอมาก่อนในช่วงแรก ๆ โดยเฉพาะแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ฮิสโทแกรม แผนที่ 1 และ 2 นักเรียนมีความกังวลอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนบางคนกุมขมับ บางคนทำหน้านิ้วคิ้วขมวด บางคนถอนหายใจเพราะอ่านสถานการณ์แล้วตีความไม่ได้ ไม่เข้าใจวิธีการทำงานในแบบฝึกหัด นักเรียนบางคนพยายาม

อ่าน พยายามทำความเข้าใจแล้วแต่ก็ยังไม่เข้าใจ เมื่อครูได้อธิบายให้นักเรียนเห็นว่า การทำแบบฝึกหัดในลักษณะเช่นนี้คล้ายกับการเล่นเกมหากนักเรียนอ่านเงื่อนไขหรือกติกาที่กำหนดให้อย่างละเอียด พยายามคิดตามข้อความที่อ่าน ซึ่งครูก็ได้ช่วยอธิบายและตอบข้อซักถามให้แก่ นักเรียน และได้ยกตัวอย่างงานที่เทียบเคียงหรือใกล้เคียงกับแบบฝึกหัดมาให้ให้นักเรียนได้ลองคิด ได้ลองทำก่อน ทำให้นักเรียนค่อย ๆ คลายความกังวลและเข้าใจมากยิ่งขึ้น

การให้ความช่วยเหลือจากครูถือว่า มีบทบาทสำคัญอย่างหนึ่งในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ดังจะเห็นได้จากการที่ครูพยายามทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษาและอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนอย่างเต็มที่ ในช่วงแรก ๆ จึงอาจจะต้องค่อย ๆ อธิบาย ชี้แจงนักเรียนอย่างช้า ๆ จึงทำให้นักเรียนบางคนต้องนำแบบฝึกหัดกลับไปทำเป็นการบ้านแล้วนำมาส่งในวันถัดไปและครูได้ค่อยช่วยเหลืออย่างต่อเนื่องผ่านการสนทนาในโปรแกรมออนไลน์ เช่น Line, Zoom, Facebook จึงนับได้ว่าเป็นการเรียนรู้นอกห้องเรียนที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ได้ตลอดเวลา ผลที่ได้คือ นักเรียนลดความกังวลลง พยายามทำแบบฝึกหัดอย่างเต็มที่ และนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องได้ค่อยช่วยเหลือเพื่อนคนอื่นทั้งในและนอกห้องเรียนด้วย ดังนั้น ในการเรียนรู้ในช่วงต่อไป นักเรียนจึงค่อย ๆ ปรับตัวในการเรียนรู้ได้ดีขึ้น แม้ว่าอาจจะมีนักเรียนบ่นบ้างว่ามีแบบฝึกหัดค่อนข้างมาก แต่นักเรียนก็ยังให้ความสนใจในการเรียนและพยายามทำแบบฝึกหัดอย่างเต็มที่จนนักเรียนทุกคนสามารถทำแบบฝึกหัดได้ครบทุกแบบฝึกหัด ดังจะเห็นความพยายามของนักเรียนได้จากกรณีที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดไม่ทันในช่วงนักเรียนได้นำมาส่งและขอคำปรึกษาจากครูในช่วงพัก ช่วงหลังเลิกเรียนและช่วงเช้าก่อนเข้าเรียน

จุดเด่นที่สำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์อีกประการหนึ่งคือ การคัดสรรสถานการณ์ปัญหาที่มีการจัดเรียงลำดับความซับซ้อน และมีลำดับชั้นของความยากง่ายที่ค่อย ๆ ไต่ระดับไปที่ละนิด ๆ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างค่อยเป็นค่อยไปที่ละขั้นตอนอย่างเป็นระบบ สถานการณ์ต่าง ๆ เน้นการคิดที่ทวีความซับซ้อนของการคิดแก้ปัญหา มากกว่าการคิดคำนวณด้วยจำนวนมาก ๆ จึงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ตามศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่และเรียนรู้ร่วมกันกับเพื่อน มีการช่วยเหลือกันผ่านการทำแบบฝึกหัดที่ครูจัดให้ซึ่งจะเทียบเคียงกับตัวอย่าง ใกล้เคียงกับแบบฝึกหัดที่ผ่านมาแต่มีเงื่อนไขหรือข้อกำหนดที่ยุ่งยากมากขึ้น ดังนั้น แบบฝึกหัดเช่นนี้จึงช่วยให้นักเรียนได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาไปใช้ได้ดีกว่าแบบฝึกหัดในตำราเรียนทั่วไปที่เคยใช้อยู่



ภาคผนวก ฎ

ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม
ระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

GRAD VRU

ตัวอย่างภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ชั้นที่ 1 ชั้นศึกษาตัวแบบการคิดแก้ปัญหาผันแปร



ภาพที่ 1 นักเรียนเลือกหยิบฝ้าน้ำอัดลมหลากสี หลากยี่ห้อ ได้ตามจำนวนที่ตนเองต้องการ



ภาพที่ 2 นักเรียนช่วยกันหาวิธีที่จะทำอย่างไรเพื่อให้ทุกคนมีจำนวนฝ้าน้ำอัดลมที่เท่า ๆ กัน หรือใกล้เคียงกันมากที่สุด



ภาพที่ 3 นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสรุปและนำเสนอวิธีการทำงาน



ภาพที่ 4 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อเข้าสู่การอภิปรายเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแล้วนำเสนอตัวอย่างการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 1 ระดับระลึกได้ (Recall)



ภาพที่ 5 นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนแผนผังสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้การเขียนอัลกอริทึม (Algorithm)

ขั้นที่ 2 ขั้นฝึกคิดแก้ปัญหาผันแปร



ภาพที่ 6 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปร ในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นรายบุคคล จากนั้นแผนผังสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้การเขียนอัลกอริทึม (Algorithm) และคำตอบของตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาผันแปร



ภาพที่ 7 นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และสรุปจุดเด่น จุดควรพัฒนา รวมถึงแนวทางแก้ไขปรับปรุงวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นชี้แนะและพัฒนาการคิด



ภาพที่ 8 นักเรียนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองด้วยการทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 2 ระดับทักษะหรือความคิดรวบยอด (Skill/Concept) เป็นรายบุคคล โดยมีเพื่อนและครูคอยชี้แนะ



ภาพที่ 9 เมื่อนักเรียนทุกคนในกลุ่มเข้าใจวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ด้วยตนเองแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 3 ระดับการคิดเชิงกลยุทธ์ (Strategic Thinking) เป็นรายบุคคล

ขั้นที่ 5 ขั้นเผชิญปัญหาผันแปรใหม่



ภาพที่ 10 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เป็นสถานการณ์ปัญหาผันแปรในระดับที่ 4 ระดับการคิดเชิงขยายความคิด (Extended Thinking) เป็นรายบุคคล



ภาคผนวก ก
หนังสือรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์และหนังสือขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

GRAD VRU

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ งานจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โทรศัพท์ ๐ ๒๙๐๙ ๓๐๓๖ ต่อ ๓๓๓๑
ที่ อว ๐๖๓๐.๐๘/จ.๑๕๙ วันที่ ๗ ธันวาคม ๒๕๖๓
เรื่อง ผลการประเมินด้านจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์
เรียน นายทศทัศน์ บุญตา

ตามที่ท่านได้เสนอโครงการวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมระดับความลึกซึ้งของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ ๒ (หมายเลขโครงการ ๐๐๖๙/๒๕๖๓) มายังคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ เพื่อขอรับพิจารณารับรอง จริยธรรมการวิจัยในมนุษย์นั้น

ในการนี้ คณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ ได้พิจารณาโครงการวิจัยดังกล่าวแล้ว และ มีมติ รับรอง

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบ




(รองศาสตราจารย์ ดร.อรสา จริยธรรม)

รองประธานกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์

(สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์

COA No. 0033/2563

REC No. 0069/2563



คณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์
Valaya Alongkorn Rajabhat University under the Royal Patronage Research Ethics Committee

เอกสารรับรองการยกเว้นพิจารณาจริยธรรมโครงการวิจัย

คณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ ดำเนินการให้การรับรองการยกเว้นพิจารณาจริยธรรมโครงการวิจัยตามแนวทางหลักจริยธรรมการวิจัยในคนที่เป็นมาตรฐานสากลได้แก่ Declaration of Helsinki, The Belmont Report, CIOMS Guideline International Conference on Harmonization in Good Clinical Practice หรือ ICH-GCP และ 45CFR 46.101(b)

ชื่อโครงการ : การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2

Study Title : THE DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL MODEL FOR ENHANCING THE DEPTH OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR GRADE 8 STUDENTS

เลขที่โครงการวิจัย : 0069/2563

ผู้วิจัยหลัก : นายทศทัศน์ บุญตา

Principal investigator : Mr. Thoshatus Boonta

สังกัดหน่วยงาน : คุรุศาสตร์

ผู้ร่วมวิจัย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จุ้ยทอง

Co-investigators : Asst.Prof.Dr. Suwana Juithong

สังกัดหน่วยงาน : คุรุศาสตร์

ผู้ร่วมวิจัย : รองศาสตราจารย์ ดร.อรสา จรุงธรรม

Co-investigators : Assoc. Prof. Dr. Orasa Charoontham

สังกัดหน่วยงาน : คุรุศาสตร์

เอกสารรับรอง

- AF 01-10 เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563
- AF 02-10 เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563
- AF 03-10 เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563
- สรุปโครงการเพื่อการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563
- โครงการวิจัยฉบับเต็ม เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563
- ประวัติผู้วิจัย เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563
- เครื่องมือวิจัย เวอร์ชัน 1.0 วันที่ 7 ธันวาคม 2563

ลงนาม:

(รองศาสตราจารย์ ดร.อรสา จรุงธรรม)



รองประธานคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ (ประจำสาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์

วันที่รับรองการยกเว้นพิจารณาจริยธรรม : 7 ธันวาคม 2563
Date of Exemption : December 7, 2020

หมายเหตุ

- ไม่ต้องส่งส่วนแก้ไขเพิ่มเติมโครงการวิจัย (Amendment) รายงานความก้าวหน้า (Progress Report) และรายงานสรุปผลการวิจัย (Final Report)
- หากมีการแก้ไขโครงการวิจัยภายหลังการรับรอง ให้ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยใหม่

สำนักงานคณะกรรมการศึกษา
กรุงเทพมหานคร
รับที่ ๒๐๐๒๑
วันที่ ๙ ธ.ค. ๒๕๖๓



ที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/ ๒๖๕๕

บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปณจ.ประเด็นน้ำพระอินทร์ วิชา
จ.พุมธานี ๑๓๑๘๐ รับที่ ๑๙๓/๐
วันที่ ๙ ธ.ค. ๒๕๖๓

๙๙ ธันวาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขออนุมัติครุภัณฑ์เก็บข้อมูล
เรียน ผู้อำนวยการสำนักการศึกษา กรุงเทพมหานคร

กลุ่มงานแผนงานและสารสนเทศ
รับที่ ๐๓๑๓๓
วันที่ ๑๕ ธ.ค. ๒๕๖๓ เวลา ๑๓.๐๐ น.
ผู้รับ ๐๓๓

ด้วยนายทศทัศน์ บุญตา รหัสนักศึกษา ๖๑๘๗๔๖๘๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาเอก
หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี ซึ่งอยู่ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนาแบบ
การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ ๒” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณา จัยทอง เป็นประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
มีความจำเป็นต้องทำการเก็บข้อมูลคือแบบทดสอบ และรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
ในหน่วยงานของท่านเพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์ดังกล่าว

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์แก่นักศึกษา
ดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัยคือแบบทดสอบ และรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
โดยมอบให้ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๓-๙๔๖๒๖๕๓ เป็นผู้ติดต่อประสานงานโดยตรง

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และขอขอบคุณ มา ณ โอกาสนี้
เรียน ผู้อำนวยการสำนักการศึกษา - ทราบ
- ดำเนินการตามเสนอ

- เพื่อโปรดทราบ
- เห็นควรมอบ.....ดำเนินการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(นางสาวเอียน เทพสวัสดิ์)
หัวหน้าฝ่ายการเจ้าหน้าที่

(รองศาสตราจารย์ ดร.กันต์ฤทัย คลังพหล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(นางสาวอำไพ สีนสถาพรพงศ์)
ผู้อำนวยการสำนักงานยุทธศาสตร์การศึกษา
สำนักการศึกษา
๕ ธ.ค. ๒๕๖๓

รักษาการในตำแหน่งผู้อำนวยการสำนักการศึกษา
สำนักการศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

เรียน ผอ.สยศ.

- ทราบ
- ดำเนินการตามเสนอ

- เพื่อโปรดทราบ
- เห็นควรมอบ.....
ส่วนนโยบายและแผนการศึกษา
ดำเนินการ

บัณฑิตวิทยาลัย
โทรศัพท์ ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๑, ๔๐๒, ๔๐๓
โทรสาร ๐-๒๕๒๔ ๑๖๓๘ ต่อ ๔๐๖

(นางชุลีพร วงษ์พิพัฒน์)
รองผู้อำนวยการสำนักการศึกษา
ปฏิบัติราชการแทนผู้อำนวยการสำนักการศึกษา
๓๐ ธ.ค. ๒๕๖๓

(นางศรีนิล สุขสังข์)
ผู้อำนวยการสำนักการศึกษา



บันทึกข้อความ

สำนักงานเขตคลองสามวา
รับเลขที่.....
วันที่ ๑๕ มิ.ย. ๒๕๖๔
ลงชื่อ.....
เวลา.....

ส่วนราชการ สำนักงานยุทธศาสตร์การศึกษา (ส่วนนโยบายและแผนการศึกษา โทร. / โทรสาร ๐ ๒๔๓๗ ๒๗๐๒ หรือโทร. ๓๔๓๘๘)

ที่ กท ๐๘๐๕/ ๓๓๔ วันที่ ๑๕ มกราคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการเขตคลองสามวา

ด้วยบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ มีหนังสือที่ อว ๐๖๓๐.๑๒/๒๖๘๔ ลงวันที่ ๒๘ ธันวาคม ๒๕๖๓ ขอความอนุเคราะห์ให้ นายทศทัศน์ บุญตา นักศึกษาระดับปริญญาเอก หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน เก็บข้อมูลสำหรับจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยใช้แบบทดสอบวัดระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์และคู่มือการใช้รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ โดยกลุ่มตัวอย่างในการเก็บข้อมูลการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๑ จำนวน ๓๕ คน และห้อง ๒/๓ จำนวน ๓๖ คน ในโรงเรียนวัดคูบ่อน (วัดนานันทอุทิศ) แขวงบางชัน เขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร ซึ่งผู้วิจัยจะได้ดำเนินการประสานงานและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองให้แล้วเสร็จภายใน วันที่ ๓๑ มีนาคม ๒๕๖๔

สำนักงานการศึกษา พิจารณาแล้วเห็นว่าการทำงานวิจัยนี้จะทำให้ได้รับข้อมูลที่เป็นประโยชน์กับทั้งผู้เรียนที่จะได้ความรู้ในเชิงลึก และครูผู้สอนที่จะได้เรียนรู้วิธีการสอนใหม่ ๆ รวมถึงผู้บริหารสถานศึกษาที่สามารถนำผลการวิจัยไปบูรณาการเข้ากับการจัดการเรียนการสอน จึงเห็นควรให้การสนับสนุนข้อมูลประกอบการทำวิจัย โดยการเก็บและรวบรวมข้อมูลการวิจัยให้คำนึงถึงมาตรการในการป้องกันและควบคุมการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) ประกอบกับประกาศของกรุงเทพมหานคร ประกาศสำนักงานการศึกษา และมาตรการของศูนย์บริหารสถานการณ์แพร่ระบาดของโรคติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (ศบค.) เพื่อให้เกิดความปลอดภัยต่อกลุ่มตัวอย่าง ทั้งนี้ โปรดแจ้งผู้วิจัยให้กำหนดดำเนินการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (COVID-19) อย่างเคร่งครัด โดยสามารถสอบถามรายละเอียดเพิ่มเติมได้ที่ นายทศทัศน์ บุญตา หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙ ๓๙๔๖ ๒๖๕๓

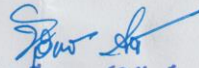
จึงเรียนมาเพื่อพิจารณาดำเนินการต่อไป

รณ ผอ.เขต (ผ่าน ผช.ผอ.เขต ฝ่าย.....)

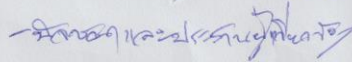
เพื่อโปรดทราบ และลงชื่อ

เพื่อโปรดพิจารณา


เห็นควรมอบ.....


(นางสุภัทร วงษ์ทิพัฒน์)
รองผู้อำนวยการสำนักงานการศึกษา
ปฏิบัติราชการแทนผู้อำนวยการสำนักงานการศึกษา


ฝ่ายการศึกษา สำนักงานเขตคลองสามวา
เลขที่ ๒๒๓
วันที่ ๒๑ มิ.ย. ๒๕๖๔
เวลา ๑๖:๒๐
ผู้รับ ๒๖.๒๖๖



(นางสาว.....)
เจ้าหน้าที่บริหารงานทั่วไป
หัวหน้างาน.....
สำนักงานเขตคลองสามวา


(นายศีกดา นิคิพัฒนะศักดิ์)
ผู้ช่วยผู้อำนวยการเขตคลองสามวา

ดำเนินการตามเสนอ


(นางสาวอัญชญา บุญสุยา)
ผู้อำนวยการเขตคลองสามวา

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นายทศทัศน์ บุญตา
วัน เดือน ปี เกิด	15 สิงหาคม 2524
สถานที่เกิด	แพร่
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2547 ศิลปศาสตรบัณฑิต (สารสนเทศศาสตร์) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช พ.ศ. 2551 เทคโนโลยีบัณฑิต (เทคโนโลยีสารสนเทศธุรกิจ) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช พ.ศ. 2551 ประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู มหาวิทยาลัยรามคำแหง พ.ศ. 2553 ศีษาศาสตรบัณฑิต (การวัดและประเมินผลการศึกษา) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช พ.ศ. 2554 ศีษาศาสตรบัณฑิต (การแนะแนว) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช พ.ศ. 2556 ศีษาศาสตรมหาบัณฑิต (การวัดและประเมินผลการศึกษา) มหาวิทยาลัยรามคำแหง พ.ศ. 2557 ศีษาศาสตรบัณฑิต (วัดผลการศึกษา) มหาวิทยาลัยรามคำแหง พ.ศ. 2558 ประกาศนียบัตรบัณฑิต (ภาษาและวัฒนธรรมจีน) มหาวิทยาลัย ครุศาสตร์เทียนจิน สาธารณรัฐประชาชนจีน พ.ศ. 2560 ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (จิตวิทยาเพื่อการพัฒนาศักยภาพ มนุษย์) มหาวิทยาลัยเกษมบัณฑิต
ที่อยู่ปัจจุบัน	137/279 บดินทรรักษา 3 ซอยคูบัว 27 แยก 21 แขวงท่าแร้ง เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร 10220
ผลงานตีพิมพ์	ทศทัศน์ บุญตา, สุวรรณมา จ้อยทอง และอรสา จรุงธรรม. (2563). การศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับความลึกของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา. ปีที่ 5 ฉบับที่ 2 (กรกฎาคม- ธันวาคม 2563). หน้า 85-98. ทศทัศน์ บุญตา, สุวรรณมา จ้อยทอง และอรสา จรุงธรรม. (2564). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับความลึกของ ความรู้

รางวัลที่ได้รับ

ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2. การประชุมวิชาการระดับชาติ ครั้งที่ 6 “นวัตกรรมกรรมการจัดการ : การวิจัยและพัฒนาเพื่อสร้างนวัตกรรมบนวิถีปกติใหม่” วันที่ 7 พฤษภาคม 2564 ณ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ในพระบรมราชูปถัมภ์ปทุมธานี: หน้า 413-424.

พ.ศ. 2557 ทุนการศึกษาดูงาน ณ ประเทศญี่ปุ่น โครงการยกระดับผลสัมฤทธิ์และคุณภาพการเรียนการสอนด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และการอ่าน จากสำนักงานศึกษากรุงเทพมหานคร

พ.ศ. 2558 ทุนการศึกษาภาษาและวัฒนธรรมจีน ณ มหาวิทยาลัยครุศาสตร์เทียนจิน สาธารณรัฐประชาชนจีน จากสำนักงานศึกษากรุงเทพมหานคร

พ.ศ. 2559 ได้รับรางวัลที่ 2 การประกวดกิจกรรมโครงงานนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ส่งผลต่อการยกระดับผลสัมฤทธิ์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในรูปแบบเพื่อนช่วยเพื่อน จากสำนักงานศึกษากรุงเทพมหานคร

พ.ศ. 2560 รางวัล “ครูผู้สร้างชื่อเสียง” จากกลุ่มเครือข่ายโรงเรียนที่ 50 สำนักงานเขตคลองสามวา

พ.ศ. 2561 รางวัล “ครูดีเด่น” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากกลุ่มเครือข่ายโรงเรียนที่ 50 สำนักงานเขตคลองสามวา

พ.ศ. 2561 ทุนการศึกษาระดับปริญญาเอกภายในประเทศ จากกองพัฒนาข้าราชการครูกรุงเทพมหานคร

พ.ศ. 2562 รางวัล “ครูผู้สอนดีเด่น” ด้านการจัดการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากกลุ่มเครือข่ายโรงเรียนที่ 50 สำนักงานเขตคลองสามวา

พ.ศ. 2563 ทุนการศึกษาต่อระดับปริญญาบัณฑิตศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาพิเศษการสอนบุคคลที่มีความบกพร่องทางพฤติกรรมหรืออารมณ์ ณ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จากกองทุนส่งเสริมและพัฒนาการศึกษาสำหรับคนพิการ